

۱۰



حکومتا ھرمٹا کوردستان
وہزارمتا پسروردی - رقتہبریا گشتی یا پروگرام و چاپممنیان

بیرکاری بو ھمووان

پھرتووکا قوتابی
پولا ھھی زانستی

چاپا پینجی

۲۷۱۶ کوردی ۲۰۱۶ زاینی ۱۴۳۷ امشہختی

وہرگیان بو کرمانجیا ژووری و گونجاندا زاراڤان

شکری حسن سلو
عصام الدین عبید عمر
مشیر الیاس عبداللہ
فرست عبدالحمید عبدالرحمن

دیڤچوونا زانستی

الیاس حیدر الیاس

پیڊاچوونا زمانی

مجید محمد سعید

سہریہ رشتی ہونہری یی چاپی

عثمان پیرداود کواز

سعد محمد شریف صالح

بہشی 1 ژماره و کردار

NUMBERS AND OPERATIONS

بہشی 2 نہخشہ

FUNCTIONS

بہشی 3 بر و نہخشہ یین دووجای

QUADRATIC EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

بہشی 4 بر و نہخشہ یین رادہدار

POLYNOMIAL EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

بہشی 5 بر و نہخشہ یین ریژہی

RATIONAL EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

بہشی 6 ئہگہر و ئامار

PROBABILITY AND STATISTICS

بہشی 7 ئہندازہ

GEOMETRY

بہشی 8 سیگوشہ زانی

TRIGONOMETRY

2 NUMBERS AND OPERATIONS ژماره و كردار

1

4	Operations with Numbers	كردار لسهر ژماره يين راستى	1
9	Equations	هاوكيشه	2
15	Inequalities	لاسهنگه	3
21	Powers and Radicals	هيز و رهگ	4
	Solving Linear Systems by Substitution	شيكاركرنا سيستمى هاوكيشه يين هيلى ب لجهدانانى	5
28	Solving Linear Systems by Substitution	شيكاركرنا سيستمى هاوكيشه يين هيلى ب لادانانى	6
33	Solving Linear Systems by Cancellation		
38	Radical Expressions	برين رهگدار	7
44		پروژى بهشى: شيواز ژ پيدايان	
46		پيداجوون	
47		ئزموونا بهشى	
48		ئزموونا كهلوكى	



50

FUNCTIONS نهخسه

2

52	Functions	نهخسه	1
60	Linear Functions	نهخسه يا هيلى	2
		شيوه يين جياواز بو هاوكيشه يا هيلى	3
66	Various Forms of the Equation of a Line		
		تەريبوون و ستوونبوونا راسته هيلان	4
72	Parallel and Perpendicular Lines		
	Solving Linear Systems Graphically	شيكاركرنا سيستمى هاوكيشه يين هيله ب روونكرنى	5
77	Solving Linear Systems Graphically		
83	Absolute Value Functions	نهخسه يا روت	6
		هاوكيشه و لاسهنگه يين به هايين روت بخوقه دگرن	7
89	Absolute Value Equations and Inequalities		
98		پروژى بهشى: پاشماوين بوشايى	
99		پيداجوون بهشى	
100		ئزموونا كهلوكى	



بر و نهخشه یین دوجای

3

102

QUADRATIC EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

- 104 Quadratic Functions نهخشه یین دوجای 1
- 112 Factoring dratic Expressions شیتله لکرنا برین جهبری یین دوجای 2
- شیکارکرنا نهخشه یا دوجای ب ته ماکرنا دوجا 3
- 119 Sloving Quadratic Function by Completing The Square
- شیکارکرنا نهخشه یا دوجای ب یاسایا (دهستووری) 4
- 126 Sloving Quadratic Function by Formula
- 132 Quadratic Inequalities لاسه نگیین دوجای 5
- 138 پروژی بهشی: جیاوازی چییه؟
- 140 پیداجوونا بهشی
- 141 نهزموونا بهشی
- 142 نهزموونا که لوکی



بر و نهخشه یین راده دار

4

144

POLYNOMIAL EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

- 146 Polynomials راده دار 1
- 152 Polynomial Functions نهخشه یین راده دار 2
- لیکدان و دابه شکرنا راده داران 3
- 159 Multiplying and Dividing Ploynomials
- هاوکیشه و لاسه نگیین راده دار 4
- 168 Polynomial Equations and Inequalities
- 174 پروژی بهشی: سامپیل چییه
- 176 پیداجوونا بهشی
- 177 نهزموونا بهشی
- 178 نهزموونا که لوکی



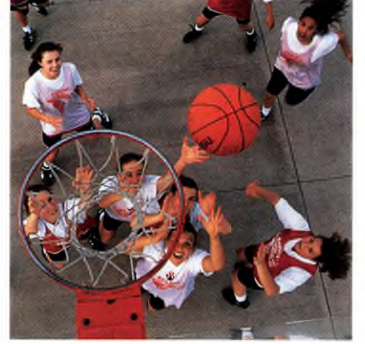
182	Inverse variation and Inverse Function	1
188	Rational Funtions ریژهی نهخشه یین	2
		لیکدان و دابه شکرنا برین ریژهی	3
195	Multiplying and Dividing Rational Expressions	
		کومکرن و لیدهرکرنا برین ریژهی	4
201	Adding and Subtracting Rational Expressions	
207	Rational Equations and Inequalities ریژهی هاکیشه و لاسهنگه یین	5
213	Radical Functions ریژهی دووجای	6
218	پروژی بهشی: کیژ ناقه ند دهیته هلبزارتن	
220	پیداچوونا بهشی	
221	نهموونا بهشی	
222	نهموونا کهلوکی	



226	Introduction to Probability دهستپیکهک بو ئهگهری	1
		گوپین و ریژبهندی	2
235	Permutations and Arrangements	
241	Combinations گونجین	3
246	Adding Probabilities کومکرنا ئهگهران	4
251	Independent Events روودانین سهربه خو	5
256	Measures of Dispersion پیقه رین پرتبونئی	6
262	پروژی بهشی: ههی گهشتیار من دگهل خو ببه	
264	پیداچوونا بهشی	
265	نهموونا بهشی	
266	نهموونا کهلوکی	



- 1 ھندەك ژ دەستپىكىن ئەندازەيا ئەقلىدس
 270 Building of Euclidean Geometry
- 2 راستەھىل و رووتەخت دېوشايىدا
 278 Lines and Planes in Space
- 3 وىنەيىن بىنراو Perspective Drawing
 286 Perspective Drawing
- 4 چەندلايىن رىك Regular Polygons
 294 Regular Polygons
- 5 ھاورىژەيا ئەندازەيا Geometric Proporiton
 301 Geometric Proporiton
- 6 بازن Circle
 308 Circle
- پرۇژى بەشى: بىركاريا سەرسورما
 316 پرۇژى بەشى: بىركاريا سەرسورما
- پىداچوونا بەشى
 318 پىداچوونا بەشى
- ئەزموونا بەشى
 319 ئەزموونا بەشى
- ئەزموونا كەلوكى
 320 ئەزموونا كەلوكى



- 1 شىكاركرنا سىگوشەيا ۋەستاو Solving Right Triangle
 324 Solving Right Triangle
- 2 گۆشىن زقراندنى Angles of Rotation
 331 Angles of Rotation
- 3 پىقانا بازنەيا Radian Measure
 337 Radian Measure
- 4 ھاۋئەنجامىن سىگوشەيا يىن بنەرەتى
 343 ھاۋئەنجامىن سىگوشەيا يىن بنەرەتى
- پرۇژى بەشى: جەرخی شارستانىي
 348 پرۇژى بەشى: جەرخی شارستانىي
- پىداچوونا بەشى
 350 پىداچوونا بەشى
- ئەزموونا بەشى
 351 ئەزموونا بەشى
- ئەزموونا كەلوكى
 352 ئەزموونا كەلوكى



بهشی ئیکی

ژماره و کردار

1. کردار لسه ژمارهیین راستی.
 2. هاوکیشه.
 3. لاسهنگه.
 4. هیژه و رهگ.
 5. شیکارکنا سیستهمی هاوکیشهیین هیلهی ب لجهدانانی.
 6. شیکارکنا سیستهمی هاوکیشهیین هیلهی ب لادانی.
 7. برین رهگدار.
- پروژی بهشی

ژماره و کردار

بهشی

1

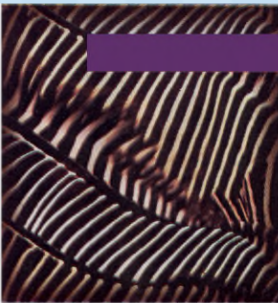
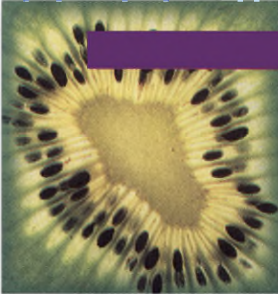
شیوازیڼ جودا ل دریژیا چاخان سهرنجی مروقاتی و هسا ل وهلاتیڼ جودا راکیشایه کو هندهک گهشتنا وی باوهری کو نهوان سیفتهکه نهفسونهی ههیه.

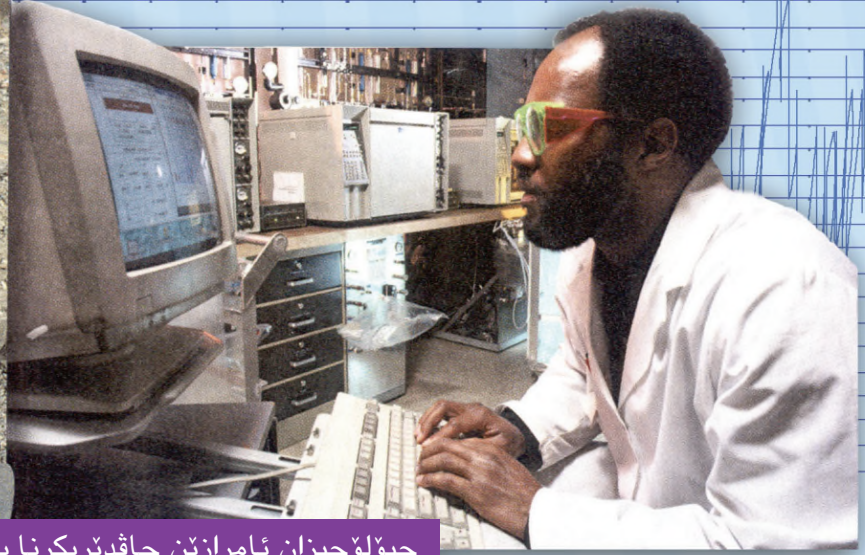
شارستانییڼ کهفن وهکی شارستانیا وهلاتی ناقبهرا ههردوو رویباران و روژ ههلاتا ناقهراست و باشووری نهفریقا و روژتاقایا نهمریکا، شیوازیڼ وهسا ناسین کو جهی خو لسهر ژیا نا وان هیلا بوو، و گهلهک کارتیکرن لسهر هونهریڼ وان کربوو. ل جیهانا تهکنولوژیا هاوچهرخ، شیوازان گهلهک ریسا بو گهلهک قهدیتنیڼ بیرکاری و زانستی پهیداکرن.

زانا شیوازان بو لیکوآلینیڼ سرووشتی و تیگههشتن و خهملاندا نهزانراوان بکار دینن، ههروهسا زانایین بیرکاری شیوازیڼ ریك بو لیکوآلینا خواندا ژماران بکار دینن، و چیدبیت شیوازان نامرازهکی کارتیکه بو شیکارکرن پرسیاران پهیدابکهت.

وانه

1. کردار لسهر ژمارهییڼ راستی.
2. هاوکیشه.
3. لاسهنگه.
4. هیزه و رهگ.
5. شیکارکرن سیستمی هاوکیشهییڼ هیلهی ب لجهدانانی.
6. شیکارکرن سیستمی هاوکیشهییڼ هیلهی ب لادانی.
7. برین رهگدار.





جيولوجيزان ئامرازىن چاقدىرىكرنا بومە لەرزەن
بكار دىيىن بۇ تۆماركرنا شىۋازىن ھىزان

سەبارەت قى بەشى

شىۋاز يارىدەردىن بۇ دىتتا شىكارى ژ پىدايىن پرسىارى، جەبر ئاسنكارى دكەت بۇ گشتاندىن و خەملاندنى پشتبەستن ب شىۋازان. ل پروژى قى بەشى شىۋازىن بىركارى د ھىنە بكارئىنان ل لاكىشەيىن زىرىن و كۆمەلەكا شىۋەيىن بازىنەيدا، پشتى تەمامكرنا قى پروژى دى يا دشاندا بىت شىۋازان شروقه بكن ژ پىدايىان بكارئىنانا خشتان و خالىن روونكرنى.



کردار لسەر ژمارين راستى

وانه 1



بوچى

ل ژيانامه يا روژانه ژماره يين جوړا و جوړ دهينه بكارنينا و هكي 32 بو دهرپينا گهرميا كesh و ههواى هه وهسا ژماره يا دهى وهكى 41.25 هزار دينا دئته بكارنينا بو دهرپينى ژ بههاى متايه كى بكهت.

نارمانج

- پولىنكرنا كو مه لىن جياواز يين ژماران و په يوه ندى ل ناقهرا وان.
- ناسينا سيفه تين كرداران لسهر ژماره يين راستى و بكارنينا وان.
- هه ژمارتنا بهايى برهكى ژماره بكارنينا ريژه ندىا كرداران.

ل پولىن بوورى جوړين جودا ژماران هاتنه ناسين.

كومهلين ژماران

ژماره يين سروشتى **Natural Numbers** 0; 1; 2; 3; 4; ...

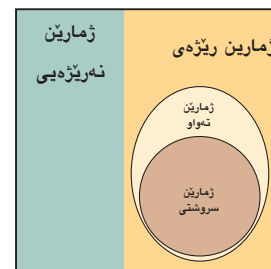
ژماره يين تهواو **Integers** ...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...

ژماره يين ريژهى **Rational Numbers** $\frac{a}{b}$ كاتيک a, b ژماره ي تهواو بن, $b \neq 0$.

ژماره يين نه ريژهى **Irrational Numbers** نهو ژمارنه كو بهشى لايى راستى فاريزى يى يى دو ماهيکه و دو باره نايبت.

ژماره يين راستى **Real Numbers** هه موو ژماره يين ريژهى و نه ريژهينه.

ژماره يين راستى



وينه يى بهرامبه (Venn) په يوه ندى ل ناقهرا كومهلين جودايين ژماران دياردكهت. بو پولىنكرنا ژماره يين ريژهى و نه ريژهى، ل بيرا ته بيت كو بهشى دهى ژمارين ريژهى نهوى دكهفته لايى راستى فاريزى بدوماهيك دهيت، يان يا دهوريه، ههكه ژمارا ريژهى يا دهورى بيت دشين قى نمونا وهكى ل خوراي بنقيسن: $3.2\overline{16} = 3.2161616\dots$

چهوا نهقان ژماران پولىنكهى، روونكه.

-2.77 178.131313... 15.121221222...

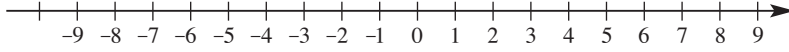
شيكار

ژمارا ئيكي يا ريژهيه، چونكى بهشى لايى راستى فاريزى ب دو ماهيک هاتيه، ژمارا دووى يا ريژهيه، چونكى بهشى لايى راستى فاريزى يى دوريه، ژمارا سى ناريزيه، چونكى بهشى لايى راستى فاريزى نا بدوماهيک هاتيه و نا دهوريه.

نونه

ھیلا ژماران

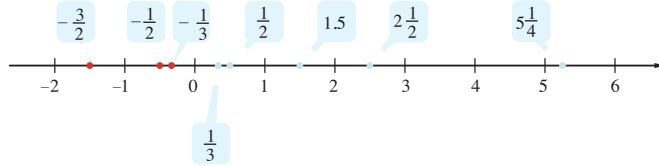
کۆمهلا ژمارهییښ راستی سیفه ته کا گرنګ هه یه. دشین هه ژماره کا راستی بنویښن ب خاله کی
لسه هیله کا راست یا ئاراسته کری، دبیژنی ته وهری ژماران و ههروه سا هه خاله کا لسه فی
ته وهری بتنی ئیک ژمارا راستی دنویښت.



2 **نمونہ** فان ژماران لسه ته وهری ژماران بنویښه

$-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}, 1.5, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 5\frac{1}{4}$

شیکار

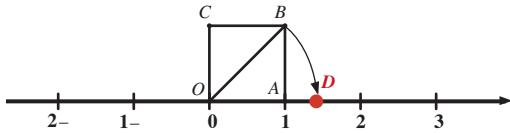


3 **نمونہ** چهوا $\sqrt{2}$ لسه ته وهری ژماران دئیتته نواندن؟

شیکار

ژماره $\sqrt{2}$ تیری چارگۆشه یه کی دنویښت کو دریژیا لایی وی 1 یه که یا دریژی بیت
ژفی تیبینی تو دکاری فی کاری بکه ی.

1. چارگۆشه یا $ABC O$ بکیشه



2. ویښی خالا B بکیشه ب زفراندنه کی (چه فی وی خالا بنه رته ی O). کو خالا B دگوه و پیت بو
خالا D لسه ته وهری ژماران. خالا D ژماره یا $\sqrt{2}$ دنویښت.

هه ولبده ئه ری تو دشیی ژماره $\sqrt{5}$ لسه ته وهری ژماران بنویښی؟ روونبکه.

کردار لسه ژمارهییښ راستی

کردار لسه ژمارهییښ راستی کۆمکرڼ و لیکدانه، چونکی لیده رکرڼ شیوه یه که ژ شیویڼ کۆمکرڼ
($a-b=a+(-b)$)، و دابه شکرڼ شیوه یه که ژ شیویڼ لیکدانی ($\frac{a}{b}=a \times \frac{1}{b}, b \neq 0$).

سیفه تین هه ردوو کرداریښ کۆمکرڼ و لیکدانا ژمارهییښ راستی

لیکدان	کۆمکرڼ	سیفه ت
$a \times b = b \times a$	$a + b = b + a$	ئالوگۆر
$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	$a + (b + c) = (a + b) + c$	یه کتریه ستن
$a \times 1 = a$	$a + 0 = a$	دانه یی بی لایه ن سفر و ئیک
$b \times \frac{1}{b} = 1; b \neq 0$	$a + (-a) = 0$	{ دژی کۆمکرڼ و هه لگه پراو « دژی لیکدانی »
	$a(b + c) = ab + ac$	{ به شینه وه « به لاکرنا » لیکدانی لسه کۆمکرڼ

نمونہ

4

فی بری جہری فہکے $(a+2)(b+3)$

شیکار

سیفہتا بہشینہوہ بکاربینه
سیفہتا بہشینہوہ بکاربینه

$$(a+2)(b+3) = a(b+3) + 2(b+3) \\ = ab + 3a + 2b + 6$$

ہہولبدہ بری جہری $(a+b)(c-d)$ فہکے و ہوی ہر پینگافہکی دیاریکے.

نمونہ

5

دہمی بازارگانہک داشکاندنئ ب بری 25% ژ نرخئ منایہکی کیمدکےت و نرخئ وی یئ نوو دبیتہ
 $t = c - 0.25c$

کو t نرخئ نوویہ c نرخئ بنہرہتیہ. روونبکے کو $t = 0.75c$

شیکار $t = c - 0.25c = 1 \times c - 0.25 \times c = (1 - 0.25)c = 0.75c$

جیبہجیکردن

بازرگانی

ہہولبدہ ہکے t نرخئ نووبیت بو متایہکی، و نرخئ بنہرہتی c بیت، روونبکے پشتی زیدہکرنا نرخئ ب ریژہیا $r\%$ نرخئ نوو دبیتہ $t = \left(1 + \frac{r}{100}\right)c$.

ریژہندیہ کرداران

بو ہہژمارتنا بہہایی برہکی ژمارہی، دقیت کردارین ہہژمارتنئ بہیتہ بجہئینان ل دووف ریژہندیہ ل خواری:

- ہہژمارتنا د ناف ہیمایی خرفہ کرنیدا بہیتہ ئہنجامدان، وک کفانہ و کہرتان ژ پینگافا 2 ہہتا 4.
- ہیز بہیتہ ئہنجامدان.
- لیکدان و دابہشکرن ئیک ل دووف ئیکی ژ چہپی دستپیکہ.
- کوؤمکرن و لیدہرکرن ئیک ل دووف ئیکی ژ چہپی دستپیکہ.

بکارئینانا ریژہندیہ کرداران فی بری بہہژمیہ $\frac{2^2(12+8)}{5}$

شیکار

بری دناف کفانیدا بہہژمیہ $\frac{2^2(12+8)}{5} = \frac{2^2 \times 20}{5}$

توانئ بہہژمیہ $= \frac{4 \times 20}{5}$

لیکبدہ $= \frac{80}{5}$

دابہشبکہ $= 16$

نمونہ

6

ہہولبدہ بکارئینانا ریژہندیہ کرداران ل فی بری $\frac{18-2 \times 5}{15+3(-3)}$ بہہژمیہ.

مامؤستای داخواز ژ قالہ ولانا وسہروینی کر فی کرداری $\frac{2-5}{3-8}$ بہہژمیرن بکارئینانا بژمیہی. ہر ئیکی ب ریکہکا جودا بژمیہا خو بکارئینا.

ہزکرنہکا رخنہگر

قالہ:

$$\boxed{8} - \boxed{3} \div \boxed{5} - \boxed{2}$$

لانا:

$$\boxed{(8 - 3)} \div \boxed{5} - \boxed{2}$$

سہروین:

$$\boxed{(8 - 3)} \div \boxed{(5 - 2)}$$

توژی بژمیہی بکاربینه و بہرسقا خو بہراوردبکہ دگہل وان بہرسقان کیژ کردار ب ریژدانایہ؟

بهرده و امبوون د بیر کاریدنا

1 ئەف پهیڤین ل خورای چ دگه هینن پروونبکه: ئالوگۆږ، یه کتر بهستن، به شینه وه (به لافکرن) بی هردوو کردارین کو مکرن و لیکدانی، ب ئینانا نمونان ئهوان پروونبکه. پروونبکه چهوا بهیقا ئالوگۆږ دهرپرینی دکهت ژوی سیفتهی کو ئه و ناغه هلگرتیه.

راهینانین ئاراسته کری

2 قان هردوو ژماران $\frac{2}{3}$ و -2.131331333 پۆلینبکه ب ههموو ریکین دشیاندا.

هه برهکی ژ قان ب سادهترین شیوه بنقیسه ب دهرپرینا هوی هه پینگافهکی.

3 $2(a+b)$ 4 $-3a+3a$ 5 $\frac{3(8+2)}{2}$

6 $\frac{7-1}{5-2}$ 7 $\frac{1}{4}(4 \times 5)$ 8 $-5(4y^2)$

9 بازرگانی: ههکه هیمایی گۆراوی a بو قیستی سالانهیی دلنیايي (دابینکرنی) لسه ر

ترومیلی بیت و هیمایی گۆراوی m بو قیستی هه یقانه بیت، دی یاسایا $m = \frac{a}{12} + \frac{0.06a}{12}$ هه ژمارتنا قستی هه هه یقهکی دکهت کو دقیت بهت. پروونبکه کو تو دکاری قی یاسایی $m = \frac{1.06a}{12}$ ب قی شیوهی بنقیسی، هوی هه پینگافهکی دربره.

قان بران بهه ژمیره ب ریزکرنا کرداران.

10 $5^2 + 8 \div 4 - 2$ 11 $(7 - 3^2)^2$

12 $\frac{5 \times 6 \div 3 \times 7}{12}$ 13 $2[14 - 3(6 - 1)^2]$

بجهینان



شارازه زیانا ب ترومیلی کهفتی هه لسه نگینت نهوا پهیدا بووی ژ نهنجامی لیکدانا وی ترومیلی دگه ل نیکا دی.

راهینانین بجهینانی

قان ژماران پۆلینبکه

14 $\sqrt{3}$ 15 $\frac{2}{5}$ 16 $1.06\bar{3}$ 17 π

18 $\frac{\sqrt{36}}{2}$ 19 $\frac{9}{3}$ 20 $\frac{15}{2}$ 21 $5.121121112\dots$

قان ژماران لسه تهوه ری ژماران بنوینه.

22 $\frac{13}{2}$ 23 $3.\bar{6}$ 24 1.5 25 $\sqrt{10}$

قان بران بهه ژمیره بکارنیانا ریزبه ندیا کرداران.

26 $16 \div 2 \times 6 - 1$ 27 $6 \div 3 - (10 - 3)^2$

28 $30 - 3 \times 2 + 6 \div 3$ 29 $5 \times (2 - 3)^2$

ئهو سیفتهتا بکارهاتی بو هه ئیک ژ ئه قان دیاریکه.

30 $a(3b) = (3b)a$ 31 $(25x)y = 25(xy)$

32 $(5 + 3) + 2 = 5 + (3 + 2)$ 33 $a + 2 - x = 2 - x + a$

34 $\frac{1}{a} \times a = 1 ; a \neq 0$ 35 $\frac{3}{x} \times \frac{x}{3} = 1 ; x \neq 0$

$2x + (-2x) = 0$

37

$-7 + 7 = 0$

36

$63 = 1 \times 63$

39

$1(3x) = 3x$

38

$2(3 - x) = 6 - 2x$

41

$a(x^2 + x) = ax^2 + ax$

40

نهقان بران بهه ژمیره بکارئینانا بژمیرا روونکرنی.

$2^2(2+3)+5$

44

$6 \div 3 \times 2$

43

$3 \times 2^2 + 3$

42

$2^{(3-1)} + (3-1)$

47

$-3 \times 25 + 16$

46

$6 \div (3-1) \times 5$

45

$2 \times 4 + \frac{14}{5+2}$

50

$\frac{8-2}{3} + (2+1)$

49

$(2^2 + 1) + 4 \div 2$

48

51 چیدبیت ژمارهیهک یا ریژهی بیت و نهیا ریژهی بیت دهه مان دهما؟

52 چیدبیت ژماره π لسره تهوهری ژماران بنویینت؟ روونبکه.

53 **نامار** پوژانی دقیت نافهراستی فان ژماران 8 ، 10 ، 14 ، 16 بهه ژمیریت کو د بژمیریدا هاتیه

دانان ب قی شیوهی: $8 + 10 + 14 + 16 \div 4 =$ و ژ نهجامی 36 دستکتهفت.

ئهری پوژانی دروست نهجامدبوو؟ دقیا ئهوی دبژمیریدا چ دانابه؟

54 **دهروازهیهک لسره شارستانیا وهلاتی ناقبهرا هردوو رووباران:** بابلیان ژمارهیین ریژهی بو

نیزیکرنا ژمارین نه ریژهی بکار دئینان و دزانین کو تیری چارگوشی دبیته

$\sqrt{2}$ لیکدانی دریژیا لایی دی. و ژمارا 1.4142 بکار دئینان بو $\sqrt{2}$ و هسا دانا بوو کو

ژماره 1.4142 یا نیزیکه بو $\sqrt{2}$ بو کاری پیدقی ب هه ژمارتنا وان.

ا بژمیری بکاربینه بو دهرئینانا بهایی $\sqrt{2}$.

ب ئهری ئەف بهایی ب دست ته کهفتی دبیته 1.4142 ؟

ج ئهوی بهایی ب دست ته کهفتی دبژمیرا خودا بنقیسه، پاشی سر ژ نوو بئیکه د ناف

بژمیریدا و دوو جایئ وی بهه ژمیره. ئهری ژماره 2 دهر دکه قیت؟ روونبکه؟

55 دهزگه ههک 2000 هزار دیناران بو ههر فه زمانبهرهکی ددهت ب مه ره ما دلنیا یا ته ندروستی.

ئهفه نیقا وی بری دنویینت کو فه زمانبهر بو هه مان مه رمی ددهت. بری پاری ل ساله کی دای

بو دلنیا یا ته ندروستیا وی فه زمانبهری چه نده؟

بهرهنگاری

گریدان



بجهتینان

دهروازهیهک لهسه ر میژوویی

دولا میژوویتامیا دکهفته
ناقبهرا هردوو
رووبارین دجله و فورات
ژ جهی هردوو رووبار
ژی دهر دکهفن و ههتا
دگههنه ئیکو دوو و
دریژینه دناف دهریا یا
کهنداقی عه ره بیدا دگوتنه
وان جهان میژوویتامیا
کول قی دوماهیئ
عه ربان گوتنه قی دولی
(وادی الرافدین) ئانکو
دولا هردوو رووباران.

لینیرینهک بو پاش

فان بران بهه ژمیره و بهرسقان ب سادهترین شیوه ههکه دشیاندا بوو بنقیسه:

$10 \div \frac{5}{6}$

59

$21 \div \frac{7}{8}$

58

$\frac{6}{11} \times \frac{2}{3}$

57

$\frac{4}{7} \times \frac{1}{2}$

56

فان هاوکیشهیان شیکاریکه:

$\frac{x}{3} + 9 = 2$

61

$3(x-5) = 4$

60

$\frac{1}{5}x - 4 = 3(x-5)$

63

$3x - 5 = x + 12$

62

لینیرینهک بو پیش

64 ل شیکارنا هاوکیشهیا پیدقی بکارئینانا هه موو جوړین ژماران دبن. شیکارا هاوکیشهیا

$x + 7 = 5$ ژمارهکا سالب تیدا ههیه سه ره پای کو ئهوی هاوکیشی بتنی ژمارهیین مووجهب

تیدا ههنه، و شیکارا $2x = 5$ ژماریهکا ریژهیه سه ره پای کو هاوکیشی بتنی ژمارا تهواو تیدا

ههیه.

ا نموونهیهکا نوو بو هاوکیشهکی بینه کو ژمارین نا سالب تیدا ههبن، لی شیکارا وی

ژمارهیهکا سالب بیت.

ب نموونهیهکا نوو بو هاوکیشهکی بینه کو ژمارین تهواو تیدا بن، لی شیکارا وی

ژمارهیهکا نه تهواو بیت.

هاوكيشه

بۆچى

نەم دكارىن شىكاركرنا
گەلەك بېدقېين ژيانا رۆژانە
بكارئىنانا ھاوكيشەيان
نەنجامبەدىن كو وەكى
تەرازوئىنە، و ھاوتای وەسا دكەت
كو كردارا يەكسانبوونى دگەل
ھەردوو لايان نەنجامبەدىن (يان
ھەر لايەكى ھاوكيشى).



ئارمانچ

- سيفەتېن يەكسانبوونى پېناسدكەن و بكاردئىين.
- ھاوكيشەيا ھېلەى بنقىسن، و ب جەبر و روونكرنى شىكارىكەن.
- ھاوكيشەيا ھاوكيشەيا گەلەك گۇراو شىكارىكەن ب ھەژمارتا ئىكى ژوان پى ئەوئىن دى.

ھاوكيشە Equation يەكسانبوونە ل ناقبەرا دوو بران گۇراوھەك يان زىدەترتېدا بېت، و دېئىنە وى گۇراوى نەزانراو **Unknown**.

$$12x = 10 \text{ ھاوكيشەيا ھاوكيشەيا ئىك گۇراوھە ئەو ژى } x$$

$$2x + 3y = 12 \text{ ھاوكيشەيا ھاوكيشەيا دوو گۇراوھە، ئەو ژى } x \text{ و } y.$$

ھەر ژمارەيا ھاوكيشى پاسەدان بكەت ب لجهدانانى (ئانكو دگوھۆرپىت بۇ يەكسانبوونەكا دروست پىشتى دانانا ژمارى ل جھى نەزانراوى) دېئىنە رەگى ھاوكيشى **Root** ژمارە $\frac{5}{6}$ بۇ نمونە رەگى ھاوكيشەيا $12x = 10$ چونكى ب دانانا وى ژمارى ل جھى نەزانراوى دكەتە يەكسانيا ھاوكيشەيا $12 \times \frac{5}{6} = 10$

شىكاركرنا ھاوكيشى ئانكو دەرئىنانا كومەلەكا ژماران كو دېنە رەگىن ھاوكيشى. دېئىنە وى كۆمەلى، كومەلا شىكارا ھاوكيشى **Solution Set**. چىدبېت ئەو كۆمەلە ئىك دانەتېدا ھەبەت، وھەر وەسا چىدبېت ژدانەياكى زىدەتر تېدا ھەبەت يان كۆمەلەكا بى دوماھىك ژ دانەيان تېدا ھەبەت. وچىدبېت كۆمەلا شىكارى ھېچ دانەياكى تېدانەبەت، ئانكو كۆمەلا بەتال. **Empty Set** بت وھىماى وى \emptyset .

سيفەتېن يەكسانبوونى ل ناقبەرا ژمارەيىن راستى و سيفەتا لجهدانانى بكاربېنە بۇ شىكاركرنا ھاوكيشان.

سيفەتا يەكسانبوونى

$a = a$	سيفەتا وئەدانەوھ
$b = a$ دى	سيفەتا ھاوجىبوونى
$a = b$ ھەكە	سيفەتا تىپەربوونى
$a = b$ ھەكە	سيفەتا كۆمكرنى
$a = b$ ھەكە	سيفەتا لىدەركرنى
$a = b$ ھەكە	سيفەتا لىكدانى
$a = b$ ھەكە	سيفەتا دابەشكرنى
$a = b$ ھەكە	سيفەتا لجهدانانى
$a = b$ ھەكە	ل ھەر دەستەواژەياكى بىركارى يا دروست دى دەستەواژە مېنت دروست.

شىكاركرنا ھاوكيشەيان ب سادەكرنا بران و ب لادانا ھىمايىن كۆمكرنى دى دەستىكەت.

نمونہ

جھٹیان

پلہ پین گہرماتی

دو جوڑین پتھران ہنہ بو پیقانا پلا گہرماتی: پتھری سہدی (Celsius) و پتھری فہرنہایت (Fahrenheit) و پھیوہندیا ناقہرا ہردوو پیقاران ٹہقیہ $F = \frac{9}{5}C + 32$ ہیماپی پلا گہرماتی ب فہرنہایت و C پلا گہرماتی ب پلا سہدی. دراگہ ہاندنا کھش و ہواپد ہات کو پلا گہرماتی نیرو 86 پلہ پین فہرنہایتیہ. پلا گہرماتی ب پتھری سہدی چہندہ؟

شیکار

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \quad \text{رہسایہ}$$

$$86 = \frac{9}{5}c + 32 \quad \text{ب دانانا 86 ل جھی } F$$

$$86 - 32 = \frac{9}{5}C + 32 - 32 \quad \text{ب دہرکنا 32 ژ ہردوو لاپین ہاوکیشی}$$

$$54 = \frac{9}{5}C \quad \text{سادہ کرن}$$

$$\frac{5}{9} \times 54 = \frac{5}{9} \times \frac{9}{5}C \quad \text{ب لیکدانا ہردوو لاپین ہاوکیشی ل } \frac{5}{9}$$

$$30 = C \quad \text{سادہ کرن}$$

$$C = 30 \quad \text{بکارئینانا سیفتا ہاوچیوونی}$$

نمونہ

ہاوکیشا $2x + 7 = 5x - 9$ شیکاریکہ.

شیکار

$$2x + 7 = 5x - 9 \quad \text{ہاوکیشه}$$

$$2x + 7 - 7 = 5x - 9 - 7 \quad \text{ب دہرکنا 7 ژ ہردوو لایان بکارئینانا سیفتا}$$

لیدہرکری

$$2x = 5x - 16 \quad \text{سادہ کرن}$$

$$2x - 5x = 5x - 16 - 5x \quad \text{ب دہرکنا } 5x \text{ ژ ہردوو لایان}$$

بکارہینانا سیفتا لیدہرکری

$$-3x = -16 \quad \text{سادہ کرن}$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-16}{-3} \quad \text{ب دابہشکنا ہردوو لایان لسہر (-3) بکارئینانا}$$

دابہشکری

$$x = \frac{16}{3} \quad \text{سادہ کرن}$$

$$2 \times \frac{16}{3} + 7 = 5 \times \frac{16}{3} - 9 \quad \text{ساخیکہ}$$

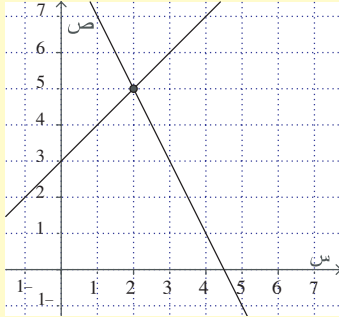
$$\frac{32+21}{3} = \frac{80-27}{3}$$

$$\frac{53}{3} = \frac{53}{3} \quad \text{دروست}$$

قیجا $x = \frac{16}{3}$ رہگی ہاوکیشیہ

ہولبدہ ہاوکیشا $3x + 12 = -5x + 24$ شیکاریکہ و پاسہدانا شیکاری بکہ ب لجدانانی.

دیارکرنا شیکارا هاوکیشی ب روونکرنی



1. ئەو ھەر دوو برین یەكسان کیژ وانن کو ئەف هاوکیشە ژوان پیکدئیت $x + 3 = 9 - 2x$ ؟
2. دئیک رووتەختی پۆتانیدا وینەیی ھەردوو ھیلان $y = x + 3$ و $y = 9 - 2x$ بکیشە.
3. بەھایی پۆیی سینی بۆ خالا ئیکو دووبرینا ھەردوو راستەھیلان چەندە؟
4. ب لھەدانانی پاسەدانا فی بەھای بکە، ئەری دی بیتە شیکار بۆ هاوکیشی؟
5. پروونبکە چەوا هاوکیشەیا $2x - 1 = 2 - x$ دی شیکارکە ی روونکرنی.

✓ خالی چاودیڤی

هاوکیشەیا $y = 0.72x + 3.65$ ، $y = 3.24x - 4.09$ ب روونکرنی شیکارکە.



شیکار

وینێ راستەھیلی $y = 3.24x - 4.09$ و راستەھیلی $y = 0.72x + 3.65$ بکیشە بکارئینانا بژمیرا روونکرنی، یان ھیلان روونکرنی بۆ ھەردوو راستەھیلان دیارکە. پۆیی سینی بۆ خالا ئیکو دووبرینا وان یا نیزیكە بۆ ژمارە 3 و رەگی وی دبیتە 3.07 ئانکو شیکارا وی ب نیزیکی دبیتە 3.07.

3 نمونە

ھەولبەدە هاوکیشەیا $2.24x - 6.24 = 4.26x - 8.76$ ب روونکرنی شیکارکە.

هاوکیشەیین پیتی

هاوکیشەیا پیتی ئەو هاوکیشەیه کو دوو گۆراو یان زیدەتر تیدا ھەنە. یاسایین ھەژمارتەنا رووبەر و قەبارەیان دبنە هاوکیشەیین پیتی. نوژدار یاسایەکی بکاردئینن بۆ دەستنیشانکرنا بری وی دەرمانی ددە زارۆکان ل دووف ئەوی ددە مەزنان. ئەف یاسایە ئەقەیه: $c = \frac{a}{a+12} \times d$ کو c بری وی دەرمانی ددە زارۆکیە، a ژیی زارۆکی بیت، d بری وی دەرمانیە ئەوی ددە مەزەکی، فی هاوکیشی شیکارکە پی گۆراوی d [ئانکو فی گۆراوی پی گۆراوین دی بینەدەر].

4 نمونە

بجھئینان
نوژداری



هاوکیشە

$$c = \frac{a}{a+12} \times d$$

بکارئینانا سیفەتا لیکدانی

$$c(a+12) = (a+12) \frac{a}{a+12} \times d$$

سادەکرن

$$c(a+12) = ad$$

بکارئینانا سیفەتا دابەشکرنی

$$\frac{c(a+12)}{a} = \frac{ad}{a}$$

سادەکرن

$$d = \frac{c(a+12)}{a}$$

$$\frac{2}{5}x + \frac{6}{5} = x - 3 \quad 30$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{4}{3} = \frac{1}{6}x - 1 \quad 29$$

قان ھاوکیڭشان ب روونکرنی شیکاریکه، و شیکاری نیژیکبکه بو نیژیکترین بهش ژ سهدی.

$$0.24x + 1.1 = 2.56x - 1.5 \quad 31$$

$$1.05x - 4.28 = +2.65x + 4.1 \quad 32$$

$$0.67x - 8.75 = -0.48x + 3.99 \quad 33$$

$$5.9(0.33x - 1.33) = -1.03x - 5.72 \quad 34$$

قان ھاوکیڭشان شیکاریکه ب ههژمارتنا نهزانراوی هاتیه دانان ل ناقبهره دوو کفانین بهرامبهر وی پیئی نهزانراوین دی.

$$(b) \quad \frac{1}{2}bh = A \quad 35$$

$$(w) \quad P = 2l + 2w \quad 36$$

$$(r_2) \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad 37$$

$$(b_2) \quad A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2) \quad 38$$

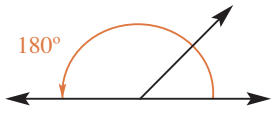
$$(h) \quad A = \frac{1}{2}h(b_1 - b_2) \quad 39$$

$$(u) \quad Y = \frac{u+1}{u+2} \quad 40$$

$$(x) \quad ax + b = cx + d \quad 41$$

$$(d) \quad ax + b = cx + d \quad 42$$

ههکه $y = 4x + 7$ بیت، لجهدانانی بکاربینه بو شیکارکرنا ھاوکیڭشهیا $-2x + y = 19$. 43

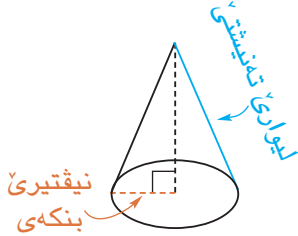


44 **ئهاندازه** پیقانا ئیک ژ دوو گۆشین پرکهر دبیته دووجارانی پیقانا گۆشادی کو 45° بو زیددکربیت. ھاوکیڭشهیهکی بنقیسه و بکاربینه بو ههژمارتنا ههردوو گۆشان.

گریدان

45 **ئهاندازه** یاسایا $A = \pi rs + \pi r^2$ بو ههژمارتنا رووبهری قووچهکی بکار دئیت، A هیمایی رووبهری قووچهکی بیت. r نیقتیری بنکی وی بیت و s دریژیا لیواری تهنیشتی بیت، یاسایی بنقیسه ب ههژمارتنا s پیی رووبهری A و نیقتیری بنکی r .

به رههنگاری



لینیرینهك بۆ پاش

قان بران بههژمیڤه ب ریژبهندیا کرداران.

$$3(2 - (5 - 3) - 7) + 2 \quad 46$$

$$-(-5^2)^3 \quad 47$$

لینیرینهك بۆ پیش

رامانا قان دهستهواژهیین بیرکاریی ررونبکه.

$$y > -5 \quad 48$$

$$-3 < x < 3 \quad 49$$

$$-1 \leq y \leq 1 \quad 50$$

$$x \geq -3 \quad 51$$

لاسهنگه

وانه 3

بۆجى

ئەم دكارىن گەلەك پېدقېيىن ژيانا رۆژانە بكارئىنانا لاسەنگەيان ئەنجامبەدەين نموونە بۆ قى رېژەيا بەزى پېدقى كو مروڤ د خوارنىدا زېدەنەكەت دا مروڤ تووشى سەر نېشى نەبىت.



نارمانج

- نقيسنا لاسەنگەيا هېلەى يا ئىك گۆراو و شىكاركرنا وى ب جەبر و روونكرنى.
- شىكاركرنا لاسەنگەيا هېلەى يا ئاويتەيا ئىك گۆراو ب جەبر و روونكرنى.

بجھئىنان

خوارن

ئىك ژ قەكۆلەران دەرئىخستىه كو ئەو كەسپىن برى بەزى (دوھنى) دخوارنا خۇدا كېمكەن ب رېژەيا 20% ژ بەھايپىن گەرمۆكېن گەرميا دخوارنا واندا كېمتر تووشى سەر نېشى دېن.

ھەكە هېمايا c بۆگەرمۆكېن گەرميا خوارنا مروڤقەكى دانن، دقېت ژمارا گەرمۆكېن بەزى F زېدەتر نەبىت ژ 20% c ى. ئەقە ب رىكا دەستەواژەيا بىركارى $F \leq 0.2a$ دەھىتە دەرپرىن.

نموونەيا ب قى جورى دەستەواژى دېڭىزنى لاسەنگە **Inequality**.

ب شېوھىەكى گشتى ھەر دەستەواژەيا بىركارى ئەق هېمانە (\leq ; $>$; $<$; \geq) تېدا ھەبن دېتە لاسەنگە.

بۆ شىكاركرنا لاسەنگەيان، سىفەتا لاسەنگە ل ژمارەيپىن راستى بكاربىنە.

سىفەتېن لاسەنگى

ھەكە $a \leq b$ ، وى $a + c \leq b + c$	Addition Property	سىفەتا كۆمكرنى
ھەكە $a \leq b$ ، وى $a - c \leq b - c$	Substraction Property	سىفەتا لىدەركرنى
ھەكە $a \leq b$ ، وى $ac \leq bc$ دەمى $e > 0$ وى $ac \geq bc$ دەمى $c < 0$	Multiplications Property	سىفەتا لىكدانى
ھەكە $a \leq b$ ، وى $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$ دەمى $c > 0$ وى $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$ دەمى $c < 0$	Division Property	سىفەتا دابەشكرنى

ئەق سىفەتېن لسەرى دى دروست مېن بكارئىنانا هېمايپىن دى بۆ لاسەنگى.

كۆمەلا شىكارى **Solution Set** بۆ لاسەنگى دېتە كۆمەلا وان ژمارەيپىن راستى كو دروستيا لاسەنگى دياردكەن ب لجهدانانى د لاسەنگىدا.

بۇ نمونە $\frac{1}{2}$ ، -1 ھەردوو شىكارن بۇ لاسەنگەيا $6x+1 < 13$ ، چونكى ب لجهدانانا ھەر ئىككى ژ ھەر دوو ژماران ل جھى نەزانراوى x ، دوو لاسەنگەيىن ژمارەى يىن دروست دياردين.

$6x+1 < 13$	$6x+1 < 13$
$6(-1)+1 < 13$	$6\left(\frac{1}{2}\right)+1 < 13$
$-6+1 < 13$	$3+1 < 13$
$-5 < 13$	$4 < 13$
دروسته	دروسته

ئەرى تو دشىى ھندەك شىكارىن دى بۇ لاسەنگەيا لسەرى بينىدەر؟ ب لجهدانانى پاسەدان بکە.

خالەکا چاقدىرىيى ✓

نمونە 1

لاسەنگەيا $4x - 5 \geq 13$ شىكارىکە .

شىكار

لاسەنگە	$4x - 5 \geq 13$
سيفهتا کۆمکرنى بکاربینه	$4x - 5 + 5 \geq 13 + 5$
سادەکرن	$4x \geq 18$
سيفهتا دابەشکرنى بکاربینه	$x \geq \frac{18}{4} = 4.5$

کۆمەلا شىكارى بۇ لاسەنگەيا لسەرى دبیتە کۆمەلا وان ژمارىن راستى يىن نە بچوکتر ژ 4.5 .

ھەولبدە

لاسەنگەيا $4 < 7 - 3x$ شىكارىکە.

دشپن کۆمەلا شىکارا لاسەنگەيا ئىک گۆراو لسەر تەوهرى ژماران بنویىن. ئەف وینى ل خوارى کۆمەلا شىکارا لاسەنگەيا $4x - 5 \geq 13$ دنویىنیت.

بازنا بچوک ياتژى کرى نیشانا وئ ئەوہ کو 4.5 سەر ب کۆمەلا شىکارىیہ.

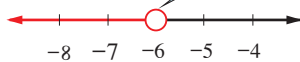


لاسەنگەيا $4 - 3x > 16 - x$ شىكارىکە و کۆمەلا شىكارى لسەر تەوهرى ژماران بنویىن.

شىكار

لاسەنگە	$4 - 3x > 16 - x$
سيفهتا کۆمکرنى بکاربینه	$4 - 3x + x > 16 - x + x$
سادەکرن	$4 - 2x > 16$
سيفهتا لیدەرکرنى بکاربینه	$4 - 2x - 4 > 16 - 4$
سادەکرن	$-2x > 12$
سيفهتا دابەشکرن لسەر ژمارىہکا سالب بکاربینه	$\frac{-2x}{-2} < \frac{12}{-2}$
سادەکرن	$x < -6$

بازنا بەتال نیشانا وئ ئەوہ کو -6 نە دگەل کۆمەلا شىکارىیہ.



ھەولبدە

لاسەنگەيا $5 - 7b > 8 - 4b$ شىكارىکە.

نمرا دوماہیکی یا قوتابی ل قوتابخانہکی ژ دوونمران پیگدہیت، نمرا نہزمونئی ب ریژہیا دوو ژ سیئیکئی و نمرا ئہرکی مالی ب ریژہیا سیئیکئی۔ نمرا سالاری ل نہزمونا میژوویی 90 ژ 100 یہ۔ سالار دقیت کیئمترین نمرا ئہرکی مال چہندی و ہرگرت دا نمرا دوماہیکی 93 ژ 100 کیئمتر نہبیت؟

شیکار:

پیڈایین پرسیارئی ری دہت تو شیوہی ل خورئی بنقیسی:

$$\left(\begin{array}{l} \text{نمرین} \\ \text{نہرکی مال} \end{array} \right) \frac{1}{3} + \left(\begin{array}{l} \text{نمرین} \\ \text{نہزمونئی} \end{array} \right) \frac{2}{3} = \begin{array}{l} \text{نمرا} \\ \text{دوماہیکی} \end{array}$$

یان $f = \frac{2}{3}(90) + \frac{1}{3}h$ کو f نمرا دوماہیکی، h نمرا ئہرکی مال دا f 93 کیئمتر نہبیت دقیت h شیکارا لاسہنگہیا $93 \leq \frac{2}{3}(90) + \frac{1}{3}h$ پیکبیت۔

شیکارکرنا فی لاسہنگی:

$$93 \leq \frac{1}{3}h + 60$$

سادہکرن

$$93 - 60 \leq \frac{1}{3}h + 60 - 60$$

سیفہتا لیڈہرکرنئی بکاربینہ

$$33 \leq \frac{1}{3}h$$

سادہکرن

$$3 \times 33 \leq 3 \times \frac{1}{3}h$$

سیفہتا لیڈدانی بکاربینہ

$$99 \leq h$$

سادہکرن

قیجا، دقیت نمرا ئہرکی مالی ژ 99 کیئمتر نہبیت دا نمرا دوماہیکی ژ 93 کیئمتر نہبیت۔

چالاکئی

دہرئینانا شیکارین لاسہنگہیان ب روونکرنئی

1. لاسہنگہیا $2x - 3 < 3$ شیکاریکہ۔
 2. وینہی ہر دوو راستہہیلان $y = 2x - 3$ ، $y = 3$ دئیک رووتہختی پوتانیدا بکیشہ۔
 3. بہایین گورپوئی x دیاریکہ کو وہسا ل وئی خالا سہر ب راستہہیلئی $y = 3$ دکہت کو بلندتربیت ژ وئی خالا دکہقتہ سہر راستہہیلئی $y = 2x - 3$ ۔
 4. روونبکہ چہوا بہرسقا پرسیارا بوری دبیتہ ہاریکار بو شیکارکرنا لاسہنگی۔
 5. لاسہنگہیا $3x + 2 > 5$ ب روونکرنئی شیکاریکہ۔ وان پینگاقین تو پی گہہشتیہ شیکاری روونبکہ۔
- ئہری ریکا لسہری چیدبیت بو شیکارکرنا $2x - 3 > x + 4$ ؟ و ہر وہسا بو لاسہنگہیا $4 \geq 3x + 1$ ؟ روونبکہ۔

✓ خالہکا چافدیری

ہزرکرناہکا رەخنەگر

لاسہنگہیین ئاویتہ

شفانی ئہنجامی پشکنینا ریژا شہکری دخوینا خؤدا خواند، لسہر نقیسبوو کو ئہف برہ s دقیت کیئمتر نہبیت ژ 750 مللیگرامان دلترہکیدا، و زیدہتر نہبیت ژ 1100 مللیگرامان دلترہکیدا۔ قیجا دقیت s پاسہدانا ہردوو مہرجان بکہت $s \geq 750$ و $s \leq 1100$ ۔ ئانکو ئہو دبتہ شیکارا ہاوبہش بو ہردوو لاسہنگہیان $x \geq 750$ و $x \leq 1100$ ۔

ههردهمی دوو لاسهنگه پیکفه بهینه گریدان ب ئامرازئ گریدانئ «و» لاسهنگهیهکا ناویته پهیدادبیت
Compound Inequality

بۆ شیکارکرنا لاسهنگهیهکا ناویته کو ب ئامرازئ «و» یا گریدای بیت، دهست ب شیکارکرنا هه
 لایهکی ژ ههردوو لایین لاسهنگهئ بکه، و شیکارا هاویهش وهریگره. ئانکو کۆمهلا شیکارا لاسهنگهیا
 ناویته یا گریدای ب ئامرازئ گریدانئ «و» دبیته کۆمهلا ئیکو دوو پینا ههردوو کۆمهلا لاین شیکارین
 ههردوو لاسهنگهیان کو هه ئیک ل لایهکیه.

نموونه

4

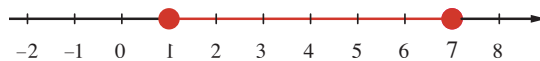
شیکاربهک (3x - 4 ≤ 17) و (2x + 1 ≥ 3) ، و کۆمهلا شیکارئ لسهر تهوهری ژماران بنویته.
 شیکار

$$2x + 1 \geq 3 \quad \text{و} \quad 3x - 4 \leq 17$$

$$2x \geq 2 \quad \text{و} \quad 3x \leq 21$$

$$x \geq 1 \quad \text{و} \quad x \leq 7$$

کۆمهلا شیکارا قئ لاسهنگهیا ناویته دبیته کۆمهلا بهایین x کو پاسه دانا $1 \leq x \leq 7$ دکهن.



تو دشیی کومهلا شیکارا نمونهیا لسهری دهبری و ب قئ شیوهی بنقیسی $x \leq 7$.
 بشیوهیهکی گشتی تو دشیی $(x < b)$ و $(x > a)$ ب شیوی $a < x < b$ دهبری.

ههولبده

(-12 > x - 5) و (3 ≥ -2x + 5) شیکاربهک و کۆمهلا شیکارئ لسهر تهوهری ژماران بنویته.
 جوړهکی دی یئ لاسهنگهیین ناویته ههنه کو ب ئامرازئ «یان» دوو لاسهنگهیان پیکفه گریددهت.
 کۆمهلا شیکارا لاسهنگهیا ناویته کو ب ئامرازئ «یان» یا گریدایبیت دبیته یهکگرتنا ههردوو
 کۆمهلا لاین شیکارین ههردوو لاسهنگهیان کو هه ئیک ل لایهکیه.

نموونه

5

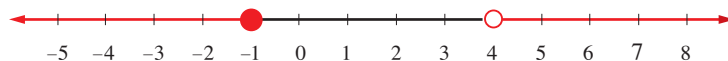
شیکاربهک (3x + 2 ≤ -1) یان (5x + 1 > 21) شیکاربهک و کۆمهلا شیکارئ لسهر تهوهری ژماران بنویته.

شیکار

$$5x + 1 > 21 \quad \text{یان} \quad 3x + 2 \leq -1$$

$$5x > 20 \quad \text{یان} \quad 3x \leq -3$$

$$x > 4 \quad \text{یان} \quad x \leq -1$$



ههولبده (7x + 1 > 36) یان (2x ≤ 5) شیکاربهک و کۆمهلا شیکارئ لسهر تهوهری ژماران بنویته.

راهیانان

بهرده و امبوون د بیر کاریدا

پینگاڤین نواندنا کۆمهلا شیکارا لاسهنگهیا $7x - 7 > 0$ لسهر تهوهری ژماران روونبکه.

- 2 په یوه نډیا ل ناقبه را کومه لا شیکارا لاسهنگه یا $7x - 7 > 0$ و کومه لا شیکارا لاسهنگه یا و کومه لا شیکارا لاسهنگه یا $7x - 7 \geq 0$ چیه؟
- 3 کومه لا شیکارا لاسهنگه یا $7x - 7 > 0$ و کومه لا شیکارا لاسهنگه یا $7x - 7 < 0$ بینه دهر. ئه ری هه ردو لاسهنگه $x < 16$ وه $x < -16$ هاوتانه؟ روونکه.
- 4 چهوا دهسته واژه یا « x نه ژماره کا سالبه» بکارئینانا نامرازین لاسهنگی دهیته نفیسین.

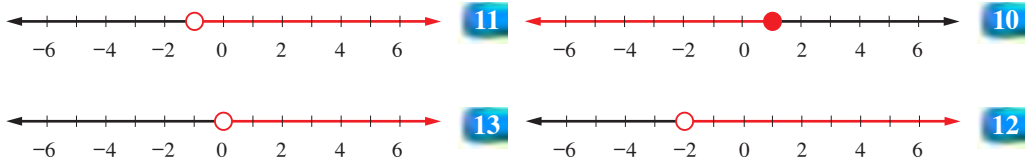
راهینا تین ناراسته کری

- 5 لاسهنگه یا $3x + 1 < 13$ شیکاریکه و کومه لا شیکاری لسهر ته وهری ژماران بنوینه؟
- 6 لاسهنگه یا $a + 4 < 4a - 11$ شیکاریکه و کومه لا شیکاری لسهر ته وهری ژماران بنوینه.
- 7 **نهمون:** نمرین دوماهیکی بین قوتابیان ل قوتابخانی دهینه هه ژمارتن ب به کترتا نمره نهمونان ب ریژه یا $\frac{3}{4}$ ونمرا تیگرایی روژانه ب ریژه یا $\frac{1}{4}$. هه که تیگرایی نمره روژانه یا کارزان 92 ژ 100 بیت. رادی نزم یی نمره کارزان وه ریگرت ل نهمونان دا نمره دوماهیکی ژ 80 ژ 100 کیترنه بیت چهنده؟
- 8 لاسهنگه یا ناویته $(2x + 3 < 15)$ و $(3x - 7 \geq -13)$ شیکاریکه و کومه لا شیکاری لسهر ته وهری ژماران بنوینه.
- 9 لاسهنگه یا ناویته $(4x - 6 < 14)$ یا $(2x + 4 \geq -10)$ شیکاریکه و کومه لا شیکاری لسهر ته وهری ژماران بنوینه.

بجهینان

راهینان و بجهینان

لاسهنگه یه کی بنفیسه بگونجیت دگهل شیکارا نواندنی لسهر ته وهری ژماران.



قان لاسهنگه یان شیکاریکه و کومه لا شیکاری لسهر ته وهری ژماران بنوینه.

- 14 $5x < 10$
- 15 $-5x > 10$
- 16 $-5x < -10$
- 17 $a + 4 < 10$
- 18 $\frac{1}{2}a - 1 \geq -15$
- 19 $\frac{1}{5}b - 2 \leq 28$
- 20 $-x + 8 < 41$
- 21 $-5x - 15 \leq 60$
- 22 $\frac{y}{2} \leq 10$
- 23 $-\frac{y}{32} < 2$
- 24 $-6(b + 4) < 12$
- 25 $6 - (4a - 3) \geq 8$
- 26 $4y - 12 > 7y - 15$
- 27 $3(4y - 5) < 8y + 3$
- 28 $-4x - 3 < -6x - 17$
- 29 $-5(3x + 2) \geq 4(x - 1)$

قان لاسهنگه یین ناویته شیکاریکه و کومه لا شیکاری لسهر ته وهری ژماران بنوینه.

- 30 $(x < 2)$ و $(x > -4)$
- 31 $(x > 2)$ و $(x > -4)$
- 32 $(x > 2)$ یا $(x > -4)$
- 33 $(x < 2)$ یا $(x > -4)$

34 $x > 2$ و $x < -4$ 35 $x < 2$ و $x < -4$

36 $x < 2$ يان $x < -4$ 37 $x > 2$ يان $x < -4$

قان لاسهنگه ييڭ ناويته شيكاربكه و كومه لا شيكارى لسهر ته ودرى ژماران بنويته.

38 $n - 3 > 12$ و $n + 4 > 16$

39 $y + 4 > 7$ و $y - 2 < 4$

40 $x - 2 < 2$ يان $x + 7 > 4$

41 $x - 1 > 3$ يان $x + 8 < 5$

42 $2(x + 6) > -4$ و $-9x \geq -81$

43 $4(y - 3) \leq -8$ و $-5y < 40$

قان لاسهنگه ييڭ ناويته شيكاربكه و كومه لا شيكارى لسهر ته ودرى ژماران بنويته.

44 $-4x \leq -20$ يان $20 - 3x \geq 11$

45 $5 - 4x \geq 17$ يان $14 - 3x \leq 2$

46 $8x \leq 3x - 15$ يان $2x > 7x - 10$

47 $\frac{1}{2}(16 - 4x) \geq 0$ يان $2x - 7 < 5x + 8$

48 لاسهنگه يا $-2a \leq 3x + a < 10$ شيكاربكه ب هه ژمارتنا بهايى نه زانراوى (x) .

49 **كارى خيږخوازي** ئيك ژ دوزگه ييڭ خيږخوازان برياردا كو راكپشانه كا خيږخوازي

ئه نجامدهت لسهر ترومبيله كى كۆمپانيه ك لى به خشببوو گۆمان ئهو بوو كو 1250 پليت ب كيمماتى بهينه فروتن ب مهره ما دستكهفتنا 210 000 000 دینار.

كيمترين نرخى پليتى چهنده هه كه بزاني كو تچوويا راگه هاندنى 15 000 000 دینار بوو؟

50 تچوويا بهرهمئینانا متايه كى دياركرى $C = 40x + 868$ وداهايتى فروتنى $R = 54x$,

هيمماي x ژمارايه كه ييڭ بهرهمى، C هيمماي تچوويا بهرهمى قان يه كان بيت.

ا لاسهنگه يه كى بنقيسه دستكهفتيا قازانجى دهر ببرت.

ب بكمماتى دقيت دوزگه ه چهنده يه كه يان بفروشت دازيان پى نه كه قيت؟

ج لاسهنگه يا لسهرى شيكار بكه ب پروونكرنى.

بهرهنگارى

بجهنينان



لينرينهك بو پيش

هاوكيشهيا بيتى شيكاربكه ب هه ژمارتنا وى نه زانراوى دناف دوو كفاناندا پى نه زانراوين دى.

51 $A = p + prt$ (t)

52 $SA = 2ab + 2ac + 2bc$ (a)

لينرينهك بو پيش

53 دوو ژماران دياربكه كو بهايى روتى هر ئيكى ژ وان 4 بيت.

هیزه و رهگ

وانه 4

نارمانج

- هه ژمارتنا بهایی برهکی هیز تیدا هه بیت.
- ساده کرنا وان برین هیز تیدا هه بن بکارئینانا یاسایین هیزان.



بوچی

گهلهك جاران هیزان لجهئینانین جودا جودا دبینین، وهکی چهوا دفیزياییدا، ل باژیری یارییان مروقهکی ل چهرخهکی سوار بووی ب لهزهکی توشی چهقه هیزهکی دبیت، وجیدبیت نهقی دهربریت بکارئینانا هیزان.

ژ یاریین زیده خهك پی خوش دبن ل باژیری یاریان، نهو چهرخهیه كو دزقريت ب لهزهكا مهزن ل دور تهوه رهکی، كو دبیت هویی دروستبوننا چهقه هیزی. چیدبیت دهربرین ژ وی هیزی بهیته کرن ب ريسایا ل خواروی.

بجهئینان

فيزیا

$$\left. \begin{array}{l} A \text{ هیمایی چهقه هیزی بیت} \\ r \text{ نیقتیری چهرخیه} \\ T \text{ دهمی پیدقی بو ته مامکرنا خو لهكا ته واو} \end{array} \right\} A = 4\pi^2 r T^{-2}$$

پیشتر هیمایی a^n دهاته بکارئینان، و دبیزنی هیزا ژماره a Power ب توانی n ، ئانكو a بنچینه، Base، و n توانه Exponent و a^n دهیته خواندن a توان n .

هیزا ژمارهیهكا راستی

ههكه a ژمارهیهكا راستی بیت دی:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n \text{ (جانان) ههكه } n \text{ ژمارهیهكا ته واوا موجهب بیت.}$$

$$a^0 = 1; a \neq 0 \text{ ههكه } n=0 \text{ قیجا}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ ههكه } a \text{ ژمارهیهكا ته واوا موجهب بیت و } a \neq 0$$

چینابیت ژماره (a) یه کسانى سفر بیت ل بری a^0 چونكى 0^0 نهیا پیناسه کره.

نمونه 1 بو مه رووندکته كو چهوا پیناسا $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ بکار دهیت.

نمونہ

1 قہگہراندن بؤ نمونا چہقہہیڑی، چہقہہیڑی بہہژمیرہ کو مروّقہکی ل چہرخہکی سواربووی نیقتیری وی 6m بیت دزقریت ب لہزا 1خول (دہورہ) د دوو چرکاندا.

شیکار

$$A = 4\pi^2 r T^{-2} \text{ بری } A = 4\pi^2 r T^{-2} \text{ بہہژمیرہ ہکہ } r = 6, T = 2.$$

$$A = 4\pi^2 r T^{-2} = 4\pi^2 (6)(2)^{-2} = \frac{24\pi^2}{2^2} = \frac{24\pi^2}{4} = 6\pi^2 \approx 59.2$$

۵ ئەوی چہقہہیڑی بہہژمیرہ، کو مروّقہکی ل چہرخی سواربووی دزقریت ب لہزا ئیک خول د 5 چرکاندا، ہکہ نیقتیری چہرخی 6 مہتریت.

ہہولبدہ

چالاکی

دہرئینانا سیفہتین ہیڑی

1. $a^3 \times a^5$ دووبارہ بنقیسہ لسہر شیوی ہیڑی ب ریکا ہلہوشاندنا ہر ئیک ژ ہردوو ہیژان، و دووبارہ خرپہکرنا کولکان. ئەو کیژ کردارہ کو تو دشیی ئەنجامبدہی لسہر ہردوو توانان دا ہر ئەو ئەنجامہ ب دەست تہ بکہقیت؟

2. $(a^3)^5$ دووبارہ بنقیسہ لسہر شیوی ہیڑی ب ریکا ہلہوشاندنا ہردوو ہیژان و دووبارہ خرپہکرنا کولکان. ئەو کیژ کردارہ کو تو دشیی ئەنجامبدہی لسہر ہردوو توانان دا ہر ئەو ئەنجامہ ب دەست تہ بکہقیت؟

3. چہوا بری $(a^3 \times a^7)^2$ ب سادہترین شیوی دہیتہ نقیسین لسہر شیوی ہیڑی، بیی ہلہوشاندنا ہیژان. ئەقی روونبکہ.

✓ خالہکا چافدیڑی

ئەو چالاکیا لسہری ہاریکاری دکہت بؤ کورتکرنا فان سیفہتین ہیژان.

$$b \neq 0, a \neq 0$$

سیفتین ہیژان

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

لیکدانا ہیژان Product of Powers

$$\frac{a^m}{b^n} = a^{m-n}$$

دابہشکرنا ہیژان Divide of Powers

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

ہیژا ہیژان Power of a Power

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

ہیژا ئەنجامی لیکدانی Power of a Product

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

ہیژا ئەنجامی دابہشکرنی Power of a Quotient

دقی وانیدا وەسا دہیتہ دانان کو ہموو ئەو ژمارین بکارہاتی بؤ بنچینہیی ہیژا توان سالب، ژمارہیہکا جیاوازہ ژ «سفری».

2 بری $(-2x^3y^{-4})(3x^2y^{-2})$ سادہبکہ، ب مہرجہکی توانین وان دمووجہب بن.

شیکار

$$3x^2y^{-2}(-2x^3y^{-4})$$

$$= 3(-2)x^2x^3y^{-2}y^{-4}$$

$$= -6x^{3+2}y^{-2+(-4)}$$

$$= -6\frac{x^5}{y^6}$$

بر نالوگورل لیکدانی بکاربینہ

لیکدانا ہیژان بکاربینہ

سادہکرن و بکارئینانا $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

نمونہ

ہہولبدہ

بری $2z(3x^2)(5z^{-3})$ سادہبکہ پاشی ئەنجامی بنقیسہ بکارئینانا ہیژین توان مووجہب.

ئەو ھېزىن خۇدان تۈنن رېزەي

ھەكە a ژمارەيەكا راستى يا مۇجەب بېت دى:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad n \text{ ژمارەيەكا تەواوا مۇجەبە.}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

ئەف نىمۇنەيەل خوارى پىناسا لسەرى رووندكەت.

$$27^{\frac{4}{3}}, 16^{\frac{1}{4}}$$

شىكار

$$\begin{aligned} 27^{\frac{4}{3}} &= (3^3)^{\frac{4}{3}} & 16^{\frac{1}{4}} &= (2^4)^{\frac{1}{4}} \\ &= 3^{3 \times \frac{4}{3}} & &= 2^{4 \times \frac{1}{4}} \\ &= 3^4 & &= 2^1 \\ &= 81 & &= 2 \end{aligned}$$

بەرسقا خۇ بكارئىنانا بژمىرى پاسەدان بکە.

نمونه

4

ھەولبەدە

$$64^{\frac{1}{3}} \text{ و } 36^{\frac{2}{3}}$$

نۆژدار بۇ خەملاندنا رووبەرى گشتىي مروقى، رىسايەكى بكاردئىن ب پشتبەستن ب درىژى و

كىشى، بۇ ھەژمارتانا برى ھندەك دەرمانيى پى بدن و رىسا ئەقەيە:

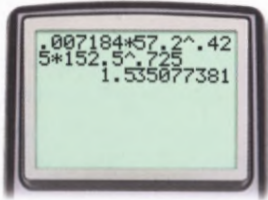
$$S = 0.007184 \times W^{0.425} \times H^{0.725}$$

كىلۇگرامان، H درىژيا ب سانتىمەتران.

رووبەرى گشتىي مروقىەكى بەھژمىرە، كو كىشا وى 57.2kg و درىژيا وى 152.5cm بېت. بەرسقا

خۇ بۇ نىژىكتىر بېشى دەھى ژ مەترىن دووجا نىژىكبە.

شىكار



$$\begin{aligned} S &= 0.007184 \times W^{0.425} \times H^{0.725} \\ &= 0.007184 \times (57.2)^{0.425} \times (152.5)^{0.725} \\ &\approx 1.54 \end{aligned}$$

رووبەرى گشتىي مروقى دېتە 1.5m^2 ب نىژىكى.

نمونه

5

ھەولبەدە

رووبەرى گشتىي مروقىەكى بەھژمىرە كو كىشا وى 62.3kg و درىژيا وى 180cm بېت، بەرسقا خۇ

بۇ نىژىكتىر بېشى دەھى ژ مەترىن دووجا نىژىكبە.

راھىنان

بەردەوامبوون د بىر كارپىدا

1 رۈونبکە بۇچى ئەف ھەردوو برە نە دىەكسانن: $(a^5)^3$ و $a^5 \times a^3$

2 رۈونبکە بۇچى ئەف ھەردوو برە نەدىاکسانن $(ab)^3$ و ab^3

3 رۈونبکە چەوا 5^{-2} دى ھەژمىرى.

4 رۈونبکە چەوا $4^{\frac{2}{3}}$ دى ھەژمىرى بكارئىنانا پىناسا ھېزىن خۇدان تۈنن رېزەي.

راهینان ناراسته کری



بجهینان

5 فیزیا چهقه هیزا سامپله کی فروکه یه کی بهه ژمیره، کو ب لهزا ئیک خول دچهرکه و نیقییدا دزفرت ل دور ته وهره کی کو ژ رهخی وی ب 3m بی دوره.

قان ساده بکه، و بهرسقان بتنی بکارهینانا توانین موجهب بنقیسه.

$\frac{x^9}{x^3}$ 7	$a^4 \times a^2$ 6
$(a^3 b^7)^4$ 9	$(y^3)^6$ 8
$\left(\frac{-2x^3 y}{5x^7}\right)^2$ 11	$(y^5 y^{-2})^4$ 10
$\left(\frac{1}{x^{-1} y^3 z^0}\right)^{-1}$ 13	$\left(\frac{a^3 b^{-1}}{a^{-2} b^2}\right)^{-2}$ 12

قان بران بهه ژمیره.

$(64)^{\frac{2}{3}}$ 17	$(27)^{\frac{1}{3}}$ 16	$(9)^{\frac{3}{2}}$ 15	$(100)^{\frac{1}{2}}$ 14
--------------------------------	--------------------------------	-------------------------------	---------------------------------

18 نوژداری: رووهری که سه کی بهه ژمیره کیشاوی 53.64kg و دریژیا وی 167.64cm بیت، بهرسقا خو بو نیژیکترین بهش ژ سه دی نیژیکبکه.

راهینان و بجهینان

قان بهه ژمیره

$(2^5 2^3)^0$ 22	$(5a)^0$ 21	9^0 20	3^0 19
$\left(\frac{4}{5}\right)^2$ 26	$\left(\frac{3}{5}\right)^4$ 25	4^{-2} 24	6^{-1} 23
$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ 30	$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$ 29	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ 28	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$ 27
$(25)^{\frac{3}{2}}$ 34	$(64)^{\frac{4}{3}}$ 33	$(27)^{\frac{2}{3}}$ 32	$(49)^{\frac{1}{2}}$ 31
$(81)^{-\frac{3}{2}}$ 38	$-(64)^{\frac{2}{3}}$ 37	$8^{\frac{2}{6}}$ 36	$(36)^{\frac{6}{4}}$ 35

قان بران ساده بکه. بهرسقا خو بتنی ب توانا موجهب بنقیسه.

$\frac{bb^4}{b^2}$ 42	$\frac{m^9}{m^5}$ 41	$-2b^3 b^5$ 40	$y^5 y^2$ 39
$\left(\frac{2b^4}{a^2}\right)^3$ 46	$\left(\frac{-2y^2}{x^3}\right)^7$ 45	$\frac{x^5 m^2}{xm^{-4}}$ 44	$\frac{x^2 y^{-5}}{x^4}$ 43
	$\left(\frac{15xy^3}{3y^2}\right)^{-1}$ 48		$\left(\frac{3x^4}{y^{-2}}\right)^{-1}$ 47
	$\left(\frac{-7y^{-2}}{x^5}\right)^6$ 50		$\left(\frac{2x^{-3}}{(2x)^3}\right)^{-1}$ 49
$(6x^5)(3x^5)(x^0)$ 52		$-2y^3(5xy^4)$ 51	

$$(-3x^2y^7)^3 \quad 54 \qquad (-5m^4m^5)^2 \quad 53$$

$$\left(\frac{3b^2y^3}{b^{-1}}\right)^5 \quad 56 \qquad \left(\frac{-2b^5y^{-4}}{m^3}\right)^3 \quad 55$$

$$\left(\frac{x^{-2}y}{b^{-1}}\right)^5 \quad 58 \qquad \left(\frac{5b^2x^{-2}}{x^{-3}}\right)^{-1} \quad 57$$

$$\left(\frac{15b^2x^{-2}}{-3bx^{-3}}\right)^{-2} \quad 60 \qquad \left(\frac{4b^2y^{-3}}{b^{-1}y^2}\right)^2 \quad 59$$

$$(3xb^{12})^3 \quad 62 \qquad (2x^4y)^3 \quad 61$$

$$(x^{-3}y^2)(-2x^3y^7)^{-3} \quad 64 \qquad (x^{-3}y^{-1})(x^{-3}y^0)^2 \quad 63$$

$$\left[\frac{(x^3y^5)^2}{x^5y^2}\right]^{-1} (x^{-3}y^0)^2 \quad 65$$

بۇ ھەژمارتتا باھايىن قان بران بژميرى بكاربينه.

$$3.3^{2.7} - 5^{1.9} + 0.63^{0.95} \quad 67 \qquad 12^{6.05} + 8.8^{3.24} \quad 66$$

$$71.33^{0.44} + 478.2^{0.4} \quad 69 \qquad 0.005^{21.53} + 9.05^{0.034} \quad 68$$

$$89^{3.5} - 5.25^{9.25} + 324^{0.05} \quad 71 \qquad 11.7^6 + 29.3^{1.23} - 6^{-2.2} \quad 70$$

$$y \neq 0 \text{ روونبكه كو } y^{a-b} = \frac{1}{y^{b-a}} \text{ ، كه } \quad 72$$

$$\frac{x^{-1}y^{-1}}{x-y} = -\frac{1}{xy} \text{ روونبكه كو } \quad 73$$

$$\text{ئەندازە رېسايە } Vr^{-2} = h \text{ كو } h \text{ بلنداھيا قووجەكەكى دياردكەت پى قەبارە } V \text{ و } \quad 74$$

نيقتيرەيى بنكەي r بيت.

ا) بلنداھيا قووجەكەكى بەھژميرە ھەكە قەبارى وئى 200cm^3 و نيقتيرى بنكى وئى 4cm

بيت، بەرسقا خو بنقيسە بو نيزيكتيرى بەشى دەھيك.

ب) رېسايە لسەرى بنقيسە بكارئینانا توانا موجه ب بتنى.

ئەندازەيا بىناسازى: ھاوگېشەيا $F = 5 \times 10^{-3} r^4 l^{-2}$ گرانترین بارى ستونى يى ئافاھيى 75

ب تەنان دياردكەت، دەمى F گرانترین باربيت ب تەنان، و l بلنداھيا ستونى بيت ب

مەتران و r نيقتيرى بنكى ستونى بيت ب سانتيمەتران.

ا) گرانترین بارى ستونەكى بەھژميرە ھەكە بلنداھيا وئى 2m بيت و نيقتيرى بنكى وئى

50cm بيت.

ب) رېسايە لسەرى بنقيسە بكارئینانا توانين موجه ب.

كىميا: تيشكدانا پلوتونيوم $Plotonium$ گەلەك ھىدى ھىدى كيم دبیت. رېژيا سەدى يا

پلوتونيومى بمينيت A پشتى x سالان ب قى شيوئى ل خواری دياردكەت:

$$A = 100 \times \left(0.5^{\frac{x}{24360}}\right) \text{ ، رېژەيا سەدى يا پلوتونيومى بمينت دياربكه پشتى:}$$

$$100 \text{ سالان } \quad 76 \qquad 500 \text{ سالان } \quad 77 \qquad 1000 \text{ سالان } \quad 78 \qquad 5000 \text{ سالان } \quad 79$$

بەرھەنگارى

گریدان

بجھينان

- فيزيا** په ستاني هوائ كې دمېت ب بلندېونې ژ سهر ئاستې رووې دهريايې. ئهف په ستانه ديار دمېت پې ريسايې $P = 14.7(10)^{-0.000064a}$ كو a بلنډاهييه ژ سهر رووې دهريايې ب مه تران و p په ستاني هوائيه ب ملليمه ترې جېوه (زئبق).
- 80** په ستاني هوائ ل باژيره كي دمېته چهند كو 1610m ژ سهر ئاستې رووې دهريايې بلنده.
- 81** په ستاني هوائ ل چي ايې ئيفه ريسست دمېته چهند كو بلنډاهيا وي ژ سهر ئاستې رووې دهريايې 8848m ؟

ليټرينهك بو پاش

قان لاسهنگه يېن ئاويته شيكارېكه. كو مه لا شيكارې لسهر ته وهرې ژماران بنويته:

82 $x < 1$ و $x > -3$ **83** $x > \frac{1}{2}$ و $x > -\frac{1}{4}$

84 $x < 1$ يان $x > -3$ **85** $x > \frac{1}{2}$ يان $x > -\frac{1}{4}$

قان بران بهه ژميره بكار ئينانا ريژه نديا كرداران.

86 $2(3-1)+6 \div 3 \div 2$ **87** $3(9-12)-2(7-3)-1$

88 $3 \times 5^2 - 4(5-8)^2 \div 3$ **89** $(5-3)^{\frac{10-8}{13-12}}$

ليټرينهك بو پيش

- 90** **نقش (وهجهك):** دهيك و بابې ته دبنه نه قبي (جيل) ئيكي ل نقشې، ل وي ده مي ههردوو باپير و ههردوو داپير دبنه نه قبي دووې. لي نه قبي سيي 4 باپير و 4 داپيران بخو قه دگرت و ههروه سا. ريسايه كي بنقيسه بو ديار كرنا هه ژمارتنا (نقشان) ل نه قبي n . هي زي بكار بيته بو نقيسينا قې ريسايې.

شیکارکونا سیستهمی دوو هاوکیشهیین هیلهی ب ریکا لجهدانانی



وانه
5

نارمانج

- سیستمهکی شیکاردکن کو
- ژ دوو هاوکیشهیین هیلهی
- پیکهاتبیت ب ریکا
- لجهدانانی.



بوچی

گهلهک جاران پیدقی ب شیکارکونا سیستهمهکی دوو
هاوکیشهیین هیلهی دین و بهرسقا دروست دیاردکن بی نیژیکرن.
فروشیار ل بازاری پیدقی دیارکونا نرخی همرمتایهکی هیله بهویری دا
مفای پیدقی ب دستبکه قیت.

ل پولا نه هی تو فیری سیستهمی هاوکیشهیین هیلهی بووی، و رابووی ب شیکارکونا هندک
ژوان. ول قی پولی دی فیری هندک ریکین شیکارکونی بی بو قی سیستهمی. ول دستپیکی دی
فیری ریکا لجهدانانی بی.

چالاکی

دیارکونا ریکا لجهدانانی

ئو پیشبرکیا ترومیپلان ل باژیری سبرنگ ل ویلایه تین یه کورتیا ئەمریکا دهیته ئەنجامدان
ئیکه ژ گرنگترین بهریکانین ترومیپلان. ل قی پیشبرکیی همر ترومیپلهکی دوو شوفیر تیدانه و
همر ئیک ژ وان شوفیران هندک خولان ئەنجامدهت. تیپا نازاد و نهواز 157 خول ئەنجامدان،
ههکه نهواز 21 خول کیتر ژ نازاد ئەنجامدان. نهری همر ئیکی چهند خول ئەنجامداینه؟

1. دستپیکه بنقیسینا هاوکیشان، دا نمونه یهکا بیرکاریی بو شیکارکونا پرسیارئ بدانی.
نهزانراوی x ههلبژی ره بو نواندا خولین نازاد ئەنجامداین، و نهزانراوی y ههلبژی ره بو
نواندا خولین نهواز ئەنجامداین.

$$\begin{cases} x+y=157 & \text{ب قی چهندی دوو هاوکیشهیین هیلهی} \\ y=x-21 & \text{ژ دوو نهزانراوان ب دستدکهن} \end{cases}$$

2. ریکا خهملاندن و پاسه دانکرنی بکارینه بو دهرئینانا بهایی x ، y کو دبنه شیکار بو
سیستهمی ههردوو هاوکیشان.

3. بهری $y = x - 21$ هه ژانباریه دهراره y چهوا دهیته بکارینان دهاوکیشهیا
ئیکیدا.

4. دقیت $y = x - 21$ ، دهاوکیشه ئیکیدا $(x - 21)$ ل جهی y بهیته دانان پاشی هاوکیشهیا ب
دهست کهفتی بهیته شیکارکونا بو دهرئینانا بهایی x .

5. بهایی نهزانراوی x دهاوکیشا دوویدا دانه بو ههژمارتتا بهایی y .

6. بهایی x و y بهراوردبکه دگه ل وان ههردوو بهایی ب دست ته کهفتین ب ریکا خهملاندن
و پاسه دانکرنی نهری هه ژانباریه دهراره ههردوو نهجامه هندی ئیکن؟ پرونکه.

بجهننان پیشبرکیا ترومیپلان

شیکارکونا پرسیاران

خالهکا چاقدیری ✓

ههکه بهایی ئیک ژ ههردوو نهزانراوین سیستمی دوو هاوکیشیهیین هیلهی بزانی، دی شیئی سیستمی شیکاریکهی، ب دانا بهایی فی نهزانراوی د هاوکیشیهیهکییدا دبیزنه فی ریکی بو شیکارکرنا سیستمی ریکا لجهدانانی **Substitution method**.

نموونه 1

$$\begin{cases} 8x + 2y = 19 \\ x = 3 \end{cases} \text{ سیستمی شیکاریکه ب ریکا لجهدانانی شیکار}$$

چونکی $x = 3$ ، تو دشیئی ل جهی (x) ل هاوکیشیهیا ئیکی بهایی وی دانی.

$$8(3) + 2y = 19$$

$$24 + 2y = 19$$

$$2y = -5$$

$$y = -2.5$$

جووتی ریکخستی $(3, -2.5)$ دبیته شیکارا سیستمی.

$$8(3) + 2(-2.5) = 19 \quad ? \text{ پاسه دانا دروستیا شیکاری بکه ب لجهدانانا بهاییین}$$

$$24 + (-5) = 19 \quad ? \text{ } x \text{ و } y \text{ د هاوکیشیا ئیکیدا:}$$

$$19 = 19 \quad \text{راسته}$$

نموونه 2

$$\begin{cases} 15x - 5y = 30 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \text{ سیستمی شیکاریکه ب ریکا لجهدانانی شیکار}$$

ل جهی y بهای $2x + 3$ دهاوکیشیا ئیکیدا دانه پاشی هاوکیشیا ب دهست ته کهفتی شیکاریکه.

$$15x - 5(2x + 3) = 30$$

$$15x - 10x - 15 = 30$$

$$5x - 15 = 30$$

$$5x = 45$$

$$x = 9$$

بهایی x ل جهی وی دهاوکیشیا دوویدا دانه پاشی هاوکیشیا ب دهست ته کهفتی شیکاریکه.

$$y = 2(9) + 3$$

$$= 18 + 3$$

$$= 21$$

شیکاردبیته جووتی ریکخستی $(9, 21)$.

پاسه دانا دروستیا شیکاری بکه ب لجهدانانا بهاییین x و y دهرردوو هاوکیشیهیین سه ریدا.

$$21 = 2(9) + 3 \quad ?$$

$$21 = 18 + 3 \quad ?$$

$$21 = 21 \quad \text{درسته}$$

$$15(9) - 5(21) = 30 \quad ?$$

$$135 - 105 = 30 \quad ?$$

$$30 = 30 \quad \text{درسته}$$

ههولبده فان سیستممان ب ریکا لجهدانانی شیکاریکه.

$$\begin{cases} -3x + 2y = 31 \\ x = 0.5y + 6 \end{cases} \text{ ب}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ y = 5 \end{cases} \text{ ا}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 5x - 7y = 11 \end{cases}$$

سیستمی ریئا لجھدانانی شیکاریکہ.

شیکار

دا ریئا لجھدانانی بکاربینی، هاوکیشا ئیکئی شیکاریکہ ب ہہژمارتنا بہایی y پی x .

$$3x + y = 4$$

$$3x + y - 3x = 4 - 3x$$

$$y = 4 - 3x$$

ساناھیتین هاوکیشہ
بۆ شیکارکرنی ہہلبژترہ

ل جھی x بہایی 1.5 دهاوکیشا ئیکیدا دانہ
پاشی هاوکیشی شیکاریکہ.

$$3(1.5) + y = 4$$

$$4.5 + y = 4$$

$$y = -0.5$$

ل هاوکیشہیا دووی ل جھی y بہایی
 $4 - 3x$ دانہ، پاشی هاوکیشی شیکاریکہ.

$$5x - 7y = 11$$

$$5x - 7(4 - 3x) = 11$$

$$5x - 28 + 21x = 11$$

$$26x - 28 = 11$$

$$26x = 39$$

$$x = 1.5$$

شیکار دبیتہ جووتی ریکخستی (1.5, -0.5).

پاسہدانا دروستیا شیکارکرنی بکہ ب لجھدانانا بہایی x و y دہردوو هاوکیشین بنہرتیدا.

ہزکرنہکا رخنہگر

بۆچی تو د نمونہیا 3 دا رابووی ب ہہژمارتنا نەزانراوی (y) پی (x) ل هاوکیشہیا ئیکئی ل جھی
ہہژمارتنا (x) پی (y)؟

$$\begin{cases} 6x - 2y = 11 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$$

سیستمی ریئا لجھدانانی شیکاریکہ.

ہہولبده

سۆران ل یاریین دوماھیا تہپایی کولافان دفرۆشیت، 100 کولاقین وهرزی بہری لنگ ماہون و
300 کولاقین نوو ہنہ. سۆرانی دقیت ہہموو کولاقان ب بہائی 5 300 000 دیناران بفرۆشیت،
دقیت چہند نرخی بۆ کولاقی نوو و کولاقی کہفن دانیت ہتا بگہہیتہ ئارمانجا خو. ہہکہ بزانی
نرخی کولاقی نوو ب 7000 دیناران زیدہترہ ژ نرخی کولاقی کہفن.

شیکار

دہستپییکہ ب ہہلبژارتنا دوو نەزانراوان. ہیمائی (d) بۆ نرخی کولاقی کہفن بیت و ہیمایی (n) بۆ
نرخی کولاقی نوو بیت.

$$\begin{cases} 300n + 100d = 5\,300\,000 \\ n = d + 7\,000 \end{cases}$$

سیستمی ہہردوو هاوکیشان بنقیسہ

بۆ شیکارکرنی پرسیارئ ل هاوکیشا ئیکئی ل جھی (n)

ل جھی d نرخی 8 000 دهاوکیشا
دوویدا دانہ، پاشی هاوکشی شیکاریکہ.

نرخی $d+7000$ دانہ پاشی هاوکیشی شیکاریکہ.

$$300(d+7000) + 100d = 5\,300\,000$$

$$300d + 2\,100\,000 + 100d = 5\,300\,000$$

$$400d + 2\,100\,000 = 5\,300\,000$$

$$400d = 3\,200\,000$$

$$d = 8\,000$$

شیکار دبیتہ (8000, 15 000) دقیت سۆران ہہر کولاقہکی نوو ب نرخی 15 000 دیناران بفرۆشت
و ہہر کولاقہکی کہفن ب 8 000 دیناران بفرۆشت.

بجھئیان
بازرگانی

بهرده و امبوون د بیر کاریندا

1 ههکه بزانی $y = 42$ ، دئ چهوا لجهدانانئ بکارئینی بۆ شیکارکرنا هاوکیشه یا $y = x + 8$ ؟

2 ههکه مه دوو هاوکیشه $2x + 3y = 34$ و $-4x + y = 2$ ههبن، ساناھیتیرین نهزانپراو و

ساناھیتیرین هاوکیشه ههلبژیره بۆ دهستپیکرنا شیکارکرنا هاوکیشی و هویئ ههلبژارتنا خو دیاربهک پاشی شیکاربهک.

3 پوونبکه چهوا لجهدانانئ بکارئینی بۆ شیکارکرنا سیستهمی $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x + 3y = 23 \end{cases}$

راهینانین ئاراسته کری

قان سیستهمان شیکاربهک ب لجهدانانئ، پاشی شیکارکرنا خو پاسه دان بکه.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ y = 2x + 8 \end{cases} \quad 5$$

$$\begin{cases} 5x = 3y + 12 \\ x = 5 \end{cases} \quad 4$$

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 10x = 4y + 2 \end{cases} \quad 7$$

$$\begin{cases} 5x - y = 1 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \quad 6$$

راهینان و بجهئینان

8 سهرجهمی دوو ژماران دبه 27، یئ مهزن ب 3 زیدهتره ژیی دی.

قان سیستهمان شیکاربهک.

$$\begin{cases} x = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \quad 10$$

$$\begin{cases} 2x + 8y = 1 \\ x = 2y \end{cases} \quad 9$$

$$\begin{cases} y = 5 - x \\ 1 = 4x + 3y \end{cases} \quad 12$$

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - y = 10 \end{cases} \quad 11$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 13 \\ x + y = 4 \end{cases} \quad 14$$

$$\begin{cases} 2x + y = -92 \\ 2x + 2y = -98 \end{cases} \quad 13$$

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 10x = 4y + 2 \end{cases} \quad 16$$

$$\begin{cases} 6y = x + 18 \\ 2y - x = 6 \end{cases} \quad 15$$

$$\begin{cases} 4y - x = 15 \\ y + x = 6 \end{cases} \quad 18$$

$$\begin{cases} 2y + x = 4 \\ y - x = -7 \end{cases} \quad 17$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ -3x - 6y = -24 \end{cases} \quad 20$$

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad 19$$

$$\begin{cases} 3x + y = 21 \\ 10x + 5y = 65 \end{cases} \quad 22$$

$$\begin{cases} 5x - 7y = 31 \\ -4x + 2y = -14 \end{cases} \quad 21$$

$$\begin{cases} 12x + 4y = 22 \\ 3x - 8y = -10 \end{cases} \quad 24$$

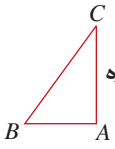
$$\begin{cases} -3y = 9x + 24 \\ 6y + 2x = 32 \end{cases} \quad 23$$

$$\begin{cases} -5x + 7y = -41 \\ 7x + y = 25 \end{cases} \quad 26$$

$$\begin{cases} 11x + 4y = -17 \\ -6x + y = 22 \end{cases} \quad 25$$

27 **ئەندازە** درېژى و پانيا لاکېشى بههژمېره ههکه چيوى وي يەكسان بيت ب 208m ودرېژيا وي دوو جارانى [دووهندى] پانيا وي بيت.

28 **ئەندازە** سەرجهمى پيقانا هەردوو گۆشېن B و C دسېگۆشا بەرامبەردا دبېتە 90°. پيقانا هەر گۆشەکا سېگۆشى بههژمېره ههکه بزانی پيقانا گۆشە B ب 30° كېمترە ژ دووجارانی پيقانا گۆشە C .



29 **بېردۆزا ژماران:** ژمارا x ب چارى كېمترە ژ سى جارانى ژمارە y ، ههکه دووجارانيا y كېمبەكەن ژ سەرجهمى 3 دگەل دووجارانيا x ئەنجام دبېتە 11. وان هەردوو ژماران دياربەكە.

سيستەمى دوو هاوكېشەيېن هيلەى بو هەر پرسيارەكى بنقيسە، پاشى شيكاربەكە.

30 **بوخوشىي:** پەرەشوتەك لسەر ئەردى بلندبوو ب لەزا 4m دخۆلەكەكېدا و ل هەمان دەمدا پەرەشوتەكا دى ژ بلنداھيا 756m دەستپېكر و ھاتە خوار ب لەزا 3m دخۆلەكەكېدا، پشتى چەند خۆلەكان هەردوو پەرەشوت دى گەھنە ئىك؟

31 **كارى خېرخوازي:** كۆمەلا چاقدېريا خېرخوازي ئاھەنگە سازكر، وبتنى خەلات پېشكېشكرن بو مەزنان و زاروكان كو ژماراوان 210 كەس بوون، بو قى چەندى 935 ھزار دینار تېچوونە، هەكە نرخى خەلاتى بو مەزنان 6 ھزار دیناربيت و بو زاروكان 3.5 ھزار دینار بيت:

ا هاوكېشەكى بنقيسە كو كويى هەردوو برى پارەى ب تەمامى دياربەكەت.

ب هاوكېشەكى بنقيسە كو ژمارا كەسان ب تەمامى دياربەكەت.

ج هەردوو هاوكېشەيېن ب دەست تە كەفتين شيكاربەكە. ژمارا مەزنان چەندە؟ و ژمارا

زاروكان چەندە؟

32 **دەروازەيەك لسەر رەوشەنبېريا چينى:** ژمارەكا جووتيارين چينى پشكدارى كرن د دابىنكرنا نرخى ئاميرەكى كشتوكالېدا. هەكە هەر ئىك 8 پارچين پارەى بەدەت، برى پارەى 3 پارچە دى زېدەترين ژ برى داخوازكرى، و هەكە هەر ئىك 7 پارچين پارەى بەدەت، برى پارەى 4 پارچە كېمتردين ژ برى داخوازكرى، ئەرى ژمارا جووتياران چەندە؟ و نرخى ئاميرى چەندە؟

لېتېرىنەك بو پاش

33 **بو خوشىي:** نەسرین د بەرىكانەكا غاردانېدا ب 20 مەتران لپېش شنۆيە، و شنۆب 5 مەتران ل پشت ژيانىيە، وژيان ب 10 مەتران ل دووف بەھارېيە. لى شيرين ب 15 مەتران ل پېش بەھارېيە. رېزبەنديا غاردانا وان يا چەوايە؟ بنقيسە.

قان هاوكېشان شيكاربەكە.

$$\frac{3}{x} = 15 \quad 35 \quad \frac{x}{15} = 3 \quad 34$$

$$\frac{x}{3} = 15 \quad 37 \quad \frac{15}{x} = 3 \quad 36$$

38 42% ى ژمارەكى دبېتە 12.6 ، وي ژمارى دياربەكە.

لېتېرىنەك بو پېش

لجھدانانى بكاربينە بو شيكاركرنا هەر ئىك ژ قان سيستەمان (بەرى خو بدى 3 هاوكېشەيېن 3 نەزانراو ھەنە).

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 44 \\ 2y - 6z = 4 \\ z = 4 \end{cases} \quad 40 \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 8 \\ y + 3z = 3 \\ z = 2 \end{cases} \quad 39$$

شىكاركرنا سىستەمى دوو ھاوكېشەيىن ھېلەى ب لادانى



وانە
6

نارمانج

- سىستەمەكى دوو
ھاوكېشەيىن ھېلەى
شىكاركرنا ب لادانى

بۇچى

لادان رىكەكا نوويه شىكاركرنا بەلەز پەيدادەت بۇ
سىستەمەكى دوو ھاوكېشەيىن ھېلەى يىن نالۇز كو دقۇ وانەيىدا
دېيىن.

جەھىنان
ب كرىدانا ترومبىلى

نقىسىنگەھا ھەوار رادىت ب كرىدانا ترومبىلان، گەشتىار ھندەك پارەى ددەت بەرامبەر ھەر
رۇژەكى بۇ كرىكرنا ترومبىلى و ھندەك پارىن دى ددەت بۇ ھەر كىلۇمەترەكا ترومبىل بېرت.
رزگار و زانا ھەر ئىك ۋان ترومبىلەكى ب كرى دگرن ۋ نقىسىنگەھا ھوار بۇ گەشتەكى.
گەشتا رزگارى 2 رۇژان قەكېشا و 125 كىلۇمەتر بېرىن و گەشتا زانا 4 رۇژان قەكېشا و 350
كىلۇمەتر بېرىن. رزگارى 287.25 ھزار دىنار دان، و زانا 697.50 ھزار دىناردان. تو دشىى
سىستەمەكى دوو ھاوكېشەيىن ھېلەى بنقىسى، پاشى شىكارىكەى بۇ دىاركرنا ھەردوو كرىيان.

شىكاركرنا پرسىاران

دەستپىكە ب پىناسكرنا ھەردوو نەزانراوین پرسىارى.

نەزانراوئ d : ھىمايى كرىيا ترومبىلى بىت درۇژەكېدا

نەزانراوئ k : ھىمايى پارى ئىك كىلۇمەتر بىت.

ۋ زانىارىيىن سەرى تو دشىى سىستىمى ھەردوو ھاوكېشان بنقىسى.

$$\begin{cases} 2d + 125k = 287.5 \\ 4d + 350k = 679.50 \end{cases}$$

يا دىارە تو دشىى قى سىستەمى ب رىكا لجدانانى شىكارىكەى لى ئەقە كارەكى نەساناھىيە.
دقۇ وانىدا دى فېرى رىكەكا نوو بى بۇ شىكاركرنا سىستەمىن نالۇز.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases} \text{ شىكارىدىكى.}$$

1. قان دوو ھاوكېشان دوو رادەيىن دژى ئىك تېدا ھەنە. كىژ وانن؟
2. سىفەتا كۆمىرىنى دىەكسانىبونىدا بىكارىنە دا ھاوكېشەيەك بەست تە بىكەقىت ژ ھەردوو ھاوكېشان ($3x$ دگەل $5x$ و $2y$ دگەل $-2y$ و 7 دگەل 9 كۆمىكە). ھاوكېشەيا نوو چەند نەزانراو تېدا ھەنە؟
3. ھاوكېشەيا نوو شىكارىكە بۆ دىاركرنا بەھايى نەزانراوى. پاشى بەھايى نەزانراوى دىكى ژ ھەردوو ھاوكېشەيىن سەرەكىدا دانە. وئەو ھاوكېشا پەيدا بووى شىكارىكە بۆ دىاركرنا بەھايى نەزانراوى دووى.
4. پاسەدان بىكە كو ھەردوو بەھايىن ب دەست كەفتىن بۆ x و y دىنە شىكار بۆ سىستەمى ھەردوو ھاوكېشان.

خالەكا چاقىرىي ✓

رېيا (رىكا) لادانى

ل چالاكىا لسەرى رېيا لادانى ھاتە بىكارىنان بۆ شىكارىكنا سىستەمى دوو ھاوكېشان، ئەف رېيە دژىن كۆمىرىنى بىكارىنىت بۆ لادانا ئىكى ژ ھەردوو نەزانراوان.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x - 4y = 13 \end{cases} \text{ رېيا لادانى بىكارىنە بۆ شىكارىكنا قى سىستەمى}$$

شىكار

سىفەتا كۆمىرىنى دىەكسانىبونىدا بىكارىنە بۆ دەستكەفتنا ھاوكېشەيەكى بتنى x تېدا ھەبىت كو ژ ھەردوو ھاوكېشان دەردكەقىت.

$$3x + 4y = 7$$

$$3(4) + 4y = 7$$

$$12 + 4y = 7$$

$$4y = -5$$

$$y = -1.25$$

بۆ دىاركرنا بەھايى y ، ل جەھى (x) ، (4) ئى دانە د ھاوكېشا ئىكىدا.

بەرى خۆ بدى $4y$ و $-4y$ دژى ئىكودونە ب كۆمىرىنە ھەردوو ھاوكېشان دەردكەقىت

وھاوكېشى شىكارىكە

$$3x + 4y = 7$$

$$2x - 4y = 13$$

$$5x + 0 = 20$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

بەھايى 4 ل جەھى x و بەھايى -1.25 ل جەھى y دەردوو ھاوكېشەيىن سەرەكىدا دانە بۆ پاسەدانكرنا شىكارى:

$$2(4) - 4(-1.25) = 13$$

$$8 - (-5) = 13$$

$$13 = 13 \text{ دروستە}$$

$$3(4) + 4(-1.25) = 7$$

$$12 + (-5) = 7$$

$$7 = 7 \text{ دروستە}$$

بەرى خۆ بدى كو ھاوكۆلكىن y ل ھەردوو ھاوكېشان دژى ئىكودونە، وئەفە ھەدكەت كو شىكارىكنا قى جۆرى سىستەمى ساناھىبىت.

هندك جاران ولسا پيٽقيٽ كو هردو لايين هاوكيشهكي يان هردو هاوكيشان ليكبدن ب
 ژمارهيهكي بو پيداكرنا دو دژان كو ريكي بدت بو لادانا ئيكي ژ هردو نهزانراوان. ههكه
 هاوكولكي ئيكي ژ هردو نهزانراوان 1 بيت كار دي ي ساهايبيت، لي چيڊبيت ئەف شارهزاييه
 بهيٽه بجهئنان لسر وان سيستمين زيدهتر ئالوز وهكي سيستمى نمونه 2.

نمونە

2

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x + 7y = 3 \end{cases} \text{ ريبا لادانى بكارينه بو شيكاركرنا سيستمى}$$

شيكار

هردو لايين هاوكيشا ئيكي ل ژماره (5) بده و هردو لايين هاوكيشا دووي ل (-2) بده دا
 دوو ژمارين دژى ئيكدوو پيداين.

$$\begin{cases} 10x + 15y = 5 \\ -10x - 14y = -6 \end{cases} \text{ يان } \begin{cases} (5)2x + (5)3y = (5)1 \\ (-2)5x + (-2)7y = (-2)3 \end{cases}$$

سيفهتا كو مكرنى ل يهكسانبوونى بكارينه دا هاوكيشا
 نوو پيدا بوويى بنتى ئيك نهزانراو تيڊا بيت ئه وژى y ،
 پاشى شيكاربكه ب لجهدانانا بهايى y ل جهى وي.

شيكار دبيته $(2, -1)$.
 هاوكيشى پاسه دانبكه ب دانانا بهايى هردو نهزانراوان
 دهردو هاوكيشاندا.

$$\begin{array}{l} 10x + 15y = 5 \\ -10x - 14y = -6 \\ \hline y = -1 \\ 2x + 3y = 1 \\ 2x + 3(-1) = 1 \\ 2x - 3 = 1 \\ 2x = 4 \\ x = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5(2) + 7(-1) = 3 \\ 10 + (-7) = 3 \\ \text{دروسته} \quad 3 = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2(2) + 3(-1) = 1 \\ 4 + (-3) = 1 \\ \text{دروسته} \quad 1 = 1 \end{array}$$

نمونە

3

$$\begin{cases} 2d + 125k = 287.25 \\ 4d + 350k = 679.50 \end{cases} \text{ ريبا لادانى بكارينه بو شيكاركرنا وي}$$

پرسيارا ل دهسپيكا وانى هاتيه بهسكرن

شيكار

$$\begin{cases} (-2)2d + (-2)125k = (-2)287.25 \\ 4d + 350k = 679.50 \end{cases} \text{ هردو لايين هاوكيشا ئيكي ليكبدن}$$

ل (-2) .
 سيفهتا كو مكرنى ل يهكسانبوونى بكارينه بو
 پيداكرنا هاوكيشهيهكا نوو كو ئيك نهزانراو
 تيڊايه ئه وژى k ، پاشى هاوكيشى شيكاربكه
 بهايى k ل جهى وي دانه دهاوكيشا ئيكيڊا بو
 دياركرنا بهايى d .

$$\begin{array}{l} 2d + 125(1.05) = 287.25 \\ 2d + 131.25 = 287.25 \\ 2d = 156 \\ d = 78 \end{array} \quad \begin{array}{l} -4d + (-250k) = -574.50 \\ 4d + 350k = 679.50 \\ \hline 100k = 105 \\ k = 1.05 \end{array}$$

شيكارا سيستمى هردو هاوكيشهيين لسر دبيته $(78; 1.05)$. تو دشپى پاسه دانا دروستيا وي
 بكه، كرپيا ترومبيلى دروژهكيڊا 78 هزار دينارن و برپى پارى ئيك كيلومهترى 1.05 هزار دينارن.

ههولبده

هر ئيكي ژ فان سيستممان ب ريكا لادانى شيكاربكه.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 & \text{ب) } \\ 5x + 7y = 41 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y = 7 & \text{أ) } \\ 5x + 4y = 11 \end{cases}$$

بہرہ و امبوون د بیر کار پیدا

ہر دوو رادین دژی نیک ل ہر سیتہ مہ کی دیاریکہ، وروونیکہ چہوا شیکاردکھی.

$$\begin{cases} 2a+b=6 \\ -2a-3b=8 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y=8 \\ 5x+3y=20 \end{cases} \quad \begin{cases} x+7y=13 \\ x-7y=5 \end{cases}$$

نہو پینگافین پیدقی بو شیکارکنا ہر سیتہ مہ کی ب ریکا لادانی دیاریکہ.

$$\begin{cases} 9a+2b=2 \\ 21a+6b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-5y=1 \\ 3x-4y=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+3y=9 \\ 3x+6y=7 \end{cases}$$

بجھینان

راهینانین ناراستہ کری

قان سیتہ مان شیکاریکہ ب لادانی، پاشی شیکاری ساخبکہ (پاسہ دان بکہ).

$$\begin{cases} 4x+3y=13 \\ 2x-4y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+2y=5 \\ 5x-2y=7 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+3y=1 \\ -3x-4y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-2y=4 \\ 3x+5y=-10 \end{cases}$$

راهینان و جیبہ جیکردن

قان سیتہ مان شیکاریکہ ب لادانی، پاشی دوستیا شیکاری پاسہ دان بکہ۔

$$\begin{cases} 2a+3b=18 \\ 5a-b=11 \end{cases} \quad \begin{cases} -x+2y=12 \\ x+6y=20 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y=5 \\ 5x-3y=11 \end{cases} \quad \begin{cases} -4x+3y=-1 \\ 8x+6y=10 \end{cases} \quad \begin{cases} -x-7=3y \\ 6y=2x-14 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x=2-9y \\ 21y=4-6x \end{cases} \quad \begin{cases} 0.6x=3.2y+4.6 \\ 2.9y=0.3x+4.8 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{3}x=\frac{2}{3}-\frac{1}{6}y \\ y=3x-12 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x=3y-12 \\ \frac{1}{3}x=4y+5 \end{cases} \quad \begin{cases} b=1.5k+4 \\ 0.8b+0.4k=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-5y=-14 \\ -7x+4y=-5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-7y=20 \\ 5x+8y=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{3}x-\frac{3}{5}y=-\frac{17}{15} \\ \frac{8}{5}x-\frac{7}{6}y=-\frac{3}{10} \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-2y=-26 \\ 5x+3y=9 \end{cases}$$

25. ناندازہ چپوئی لاکیشہ کی 24m، دریژیا وی ہندی سی جارانی پانیا وییہ، دریژی و پانیا لاکیشی چہندہ؟

گریدان

سىستېمى دوو ھاۋكىشان بۇ ھەر پىرسىيارەكى بىنقىسە، باشتىن رىك بۇ شىكارىنا سىستېمى ھەلبىزىرە و شىكارى پاسەدانىكە (ساخىكە):

جىبەجىكردنەكان

26 بىركارى بۇ بكارىرى: ماموستايى بىركارى بىرئاردا ئاھەنگەكى بۇ قوتابىيىن خۇ سازىكەت ب ھەلكەفتا چەژنا نەورۇزى، 3 كارتۇن كىك و 3 شووشىن شەربەتى بۇ قوتابىيىن ھۇبا «أ»، كرىن ب 54 ھزار دىناران. و 4 كارتۇن كىك و 6 شووشىن شەربەتى بۇ قوتابىيىن ھۇبا «ب»، كرىن ب 78 ھزار دىناران. نىرخى ھەر ئىك ژ كارتونەكا كىكى و شووشەكى شەربەتى چەندە؟

27 داھاتى: بارام زىرەقانىل گۇرەپانەكا راۋەستىانا ترومبىلان، داھاتىكە نەگۇر ھەيە بەرامبەر ھەر 15 پۇژان كاربكەت دمەھەكىدا، وبۇ ھەر پۇژەكا زىدە كاربكەت كرىپەكا زىدە ھەيە. بارامى 25 رۇژان ل مەھا ئىكى كاركر 720 ھزار دىنار ۋەرگرت و 22.5 پۇژان ل مەھا دووى كاركر 641.25 ھزار دىنار ۋەرگرت، كرىپا نەگۇر و كرىپا رۇژانە چەندە؟

28 بازرگانى تۇمارگەھەك دوو جۇرىن شەرىتتىن مۇزىكى دفرۇشت، ئىك شەرىتى دەھواتىيە وىي دى شەرىتى مۇزىكا كلاسكىكە. نىرخى شەرىتى دەھواتى دىتە 21 پارچە پارە و نىرخى شەرىتى مۇزىكا كلاسكىكى دىتە 33 پارچىن پارە. تۇمارگەھى ل پۇژەكى 25 شەرىتتىن ھەردو جۇران فرۇتن و 693 پارچىن پارە ب دەست كەفت. تۇمارگەھى چەند شەرىت ژ ھەر جۇرەكى فرۇتن؟

29 كرىكنا خانىان: كرىدارى خانىكە دابىنكرن دگەل كرىپا مەھا ئىكى دا. جوامىرى ل مەھا ئىكى 270 000 دىنار دان، ول دىرژىيا سالەكى 2 085 000 دىنار دان. بەھايى ھەر ئىك ژ دابىنكرنى و كرىپا خانى دمەھەكىدا چەندە؟

30 گەشتىارى: ھوتىلەكى دوو جۇرىن پىشاندانى دىاركرن، بى ئىكى 2 شەف و 4 دانىن خوارنى ب نىرخى 61 500 دىناران وىي دووى 3 شەف و 8 دانىن خوارنى ب نىرخى 102 750 دىناران. نەرى نىرخى شەفەكى چەندە؟ و نىرخى دانەكى خوارنى چەندە؟

لېتىرىنەك بۇ پاش

31 دەروازەيەك لسەر رەۋشەنبرىيا فىرەونىيان: زانايىن شوينواران لسەر كاغەزىن فىرەونىيان دىت: بەھايى توىركەكى كو ۋەكى ئىك كىشىن زىر و زىف و سفرى تىدا دىتە 84 شوغە (پارى فىرەونىيانە). كىشا ھەر ئىك ژ زىر و زىف و سفرى دىناف توىركىدا چەندە؟ ھەكە نىرخى ئىك دىن (بەكا پىقاننا كىشا فىرەونىيانە) ژ زىرى 12 شوغە بىت و نىرخى ئىك دىن ژ زىقى 6 شوغە بىت و نىرخى ئىك دىن ژ سفرى 5 شوغە بىت؟

قان ھاۋكىشان شىكارىكە

$\frac{1}{2}x + 3 = 2$ **34** $3x - 2 = 2x + 1$ **33** $-5 = -x + 7$ **32**

لېتىرىنەك بۇ پىش

35 تەكنۇلۇزىيا: وىنەيى ھەردوۋ راستەھىلان $2x - 3y = 6$ و $4x - 6y = 18$ دىك روتەختى پۇتانىدا بكىشە. بەھسى ئەۋا ب دەست تەكەفتى بىكە، بژمىرا روتىكرنى بكارىنە ھەكە بشىي.

برین رهگذار

وانه 7



بوچی

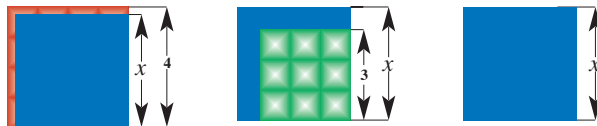
گلهك جارن رهگ ل
ههژمارتنین ناماری و فیزیایی
دهردکهن، وههروهسا ل چالاکیین
روژانه پهیدابن وهکی ریژبهندی.

نارمانج

- بهایی برهگی رهگذار
- دهژمیرن.
- ساهکرنا وان برین رهگذار.

خهملادنا رهگی دووجای

رووبهری چارگوشا شین یا سانایی 12 یهکین دووجاییه، چهوا دریژیا لایهکی دیاردکهی؟ ل بیرا تهبیت کو ریسا یا ههژمارتنا رووبهری چارگوشی دبیته $x^2 = 12$ کو گوراوی (x) دریژیا لایهکی چارگوشا شینه. فیچا دریژیا لایهکی چارگوشی دبیته رهگی دووجایی ژماره 12. وژبهر کو 12 نه دووجایهکا تهواوه، فیچا دقیت دریژیا لایهکی (x) بخهملینی. بهری خو بدی کو 12 دکهفته ناقبهرا دوو دووجایی تهواو 9، 16.



رووبهری چارگوشی یی نیژیکه بو 9 پتر ژ 16، ژ فی چهندی دیاردبیت کو دریژیا لایهکی چارگوشی دکهفته ناقبهرا 3.4 و 3.5 دووجاییا وان ژمارین دهی بههژمیره کو ژ دوو رهنوسان پیکدهین پشتی فاریزی لناقبهرا 3.4 و 3.5.

$3.42^2 = 11.6964$	$3.41^2 = 11.6281$	$3.4^2 = 11.56$
$3.45^2 = 11.9025$	$3.44^2 = 11.8336$	$3.43^2 = 11.7649$
$3.48^2 = 12.1104$	$3.47^2 = 12.0409$	$3.46^2 = 11.9716$
	$3.5^2 = 12.25$	$3.49^2 = 12.1801$

فیچا باشرین خهملاندن بو رهگی دووجایی ژماره 12 دبیته 3.46. ئانکو $\sqrt{12} \approx 3.46$.

رهگی دووجای

ههکه a ژمارهیهکا راستی نهیا سالب بیت، ئهوی دوو رهگین دووجای ههنه، ئیک یی مووجهبه دنقیسین \sqrt{a} ویی دی یی سالبه و دنقیسن $-\sqrt{a}$ وئهف ههردوو رهگه ئهقی سیفتهتی پاسه داندکهن: $(\sqrt{a})(\sqrt{a}) = a$ و $(-\sqrt{a})(-\sqrt{a}) = a$

سادہ کرنا برپین رہگذار

برپین رہگذار **Radical Expressions** ٺو برهنه كو رهگان بخوٺه دگرن. دهمی ته بقیٺ برپین رهگذار كوٺمبكهی یان لیكدهریكهی، پشت راستبه كو ٺو ژمارپین دكهٺنه ژیر هیمایپ رهگی دیهكسانن، بوٺ نمونه، تو دشپپ دوو برپین $2\sqrt{5}$ و $4\sqrt{5}$ كوٺمبكهی و دی $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ ب دهست ته كهٺیت.

ٺان بران سادبهكه

$$5 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3 \quad \boxed{\text{ج}}$$

$$5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$b\sqrt{x} + y\sqrt{x} \quad \boxed{\text{د}}$$

$$8\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \quad \boxed{\text{ب}}$$

شیکار

ا سیفهٺا بهشینوه (به لٺکرنپ) بکاربینه بوٺ كوٺمکرنا رادپن لیکچووی پاشی بهٺمیره.

$$5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = (5 - 2)\sqrt{6} = 3\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}$$

ب رادان ریژبكه بوٺ ساناهیکرنا سادبهكرنپ.

$$5 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3 = 5 - 3 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 2 + 4\sqrt{7}$$

ج رادان ریژبكه بوٺ ساناهیکرنا سادبهكرنپ.

$$8\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3} - \sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 7\sqrt{3} + 8\sqrt{2}$$

د مامهلپ دگهل گوٺراوان بكه وهکی ژماران.

$$b\sqrt{x} + y\sqrt{x} = (b + y)\sqrt{x}$$

نمونه

1

$$y + 2\sqrt{x} - 2y - 3\sqrt{x} \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$4\sqrt{6} - \sqrt{6} \quad \boxed{\text{ا}}$$

ٺان بران سادبهكه

ههولیده

چالاکی

برپین رهگذار و کردار

په یوهندیا لناقبره رهگان و هیژپن خودان توانا ریژهی بکاربینه بوٺ بجهٺینانا کرداران.

1. ب دوو ریپان $\sqrt{9 \times 16}$ بهٺمیره:

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16} = ? \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{144} = ? \quad \boxed{\text{ا}}$$

2. سپٺ نمونان بینه دا پشتراستی ژ دروستیا په یوهندیا $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

3. $\sqrt{9+16}$ و $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ بهٺمیره و ههردوو ٺه نجامان بهراوردبكه.

4. سپٺ نمونان بینه دا روونبكهی كو $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ هه موو ده مان ٺه یا دروسته.

✓ خالا چاٺدیٺپ

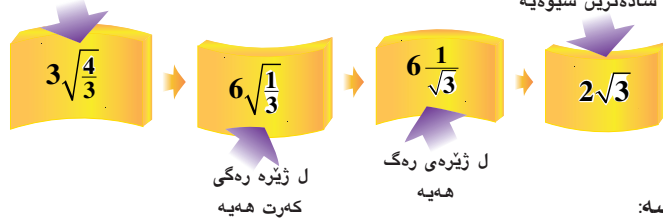
سیفهٺا لیكدانا رهگپن دوو جای

ههكه a, b ههردوو ژمارپین ٺه سالب بن دی.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

کردارا دگهل برپڻ رهگداريڻ سادهڪرين ساناهيتره ژ کردارا دگهل برپڻ رهگداريڻ نه سادهڪرين.
برپڻ رهگدار دي ب سادهترين شيوه **Simplist form** بيت، ههڪه هف مهرچيڻ ل خوارئ تيڏا
ههين:-

1. دووجايا تهواو لناقبرهرا كولڪيڻ هوي ژمارا دڪهفته ژير هيماي رهگيدا نهبيت.
2. نهبوونا كهترهڪي يان گهلهڪ كهتران ل ژير هيماي رهگي
3. رهگ ل ژيري كهترتي نهبيت (ل بيرا ته بيت ريژهڪرنا ژيره).



فان بران ب سادهترين شيوه بنقيسه:

ا $\sqrt{12}$ ب $\sqrt{400}$ ج $\sqrt{a^2}$ د $\sqrt{a^5 b^{10}}$

شيكار

ل دووڦ دووجايڻ تهواو بگره ل ناف هاوڪولڪان. سيفهتا ليڪدانا رهگيڻ دووجاي بڪاربينه،
رهگيڻ دووجاي بو وان دووجايڻ تهواو بينهدر. ڪولڪيڻ دي بجهيله.

ا $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

ب $\sqrt{400} = \sqrt{4} \times \sqrt{100} = 2 \times 10 = 20$

چونڪي هيماي رهگي دووجاي رامانا رهگي ناسالبه، دي $\sqrt{a^2}$ نهيا سالب بيت. هيماي روت
بڪاربينه بو وي راماني، دهمي توانا گوراوي ل ژير هيماي رهگي يا جووت بيت، و بهيته ژ دهرقي
رهگي پشتي سادهڪرني، بيته كت.

ج $\sqrt{a^2} = |a^1| = |a|$

د $\sqrt{a^5 b^{10}} = \sqrt{a(a^2)^2 (b^5)^2} = a^2 |b^5| \sqrt{a}$

غوناه

2

ههولبده

سادهڪه $\sqrt{72m^2 n^5}$

بوچي بڪارئينانا هيماي روت نهيافهره بوقانين ل خوارئ.

هزرڪنهڪا رهخنهگر

ب $\sqrt{b^4} = b^2$

ا $\sqrt{b^3} = b\sqrt{b}$

فان بران سادهڪه

3

غوناه

ج $\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

ا $(5\sqrt{3})^2$

د $(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})$

ب $\sqrt{2}(6+\sqrt{12})$

شيكار

ا ل بيرا ته بيت ڪو دووجايا ههر ژمارهڪي دببته ليڪدانا ژماري دگهل وي. قئ بيروڪي

بجهينه، پاشي ڪولڪان ريژبكه بهري ليڪداني.

$(5\sqrt{3})^2 = (5\sqrt{3})(5\sqrt{3}) = (5 \times 5)(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 25 \times 3 = 75$

ب سيفهتا ليڪدانا رهگان بڪاربينه. نهجمي ليڪدانا ل ژير رهگي شيتهلبكه پاشي سادهڪه.

$\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 6} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

ج سیفہتا بہ شینہوہ (بہ لافکرئی) بکاربینہ دا لیکدان و شیتہ لکرن و سادہ کرنیٰ نہ انجامبدہی.

$$\begin{aligned}\sqrt{2}(6+\sqrt{12}) &= 6\sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{12} = 6\sqrt{2} + \sqrt{2 \times 12} \\ &= 6\sqrt{2} + \sqrt{24} = 6\sqrt{2} + \sqrt{6 \times 4} = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2}) = 12 + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 2 = 10 - \sqrt{2} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{2}(4-\sqrt{8}) \quad \text{ب}$$

$$(2\sqrt{7})^2 \quad \text{ا}$$

ہہولبدہ فان بران سادہبکہ.

سیفہتا دابہشکرنا رھگین دوو جای

ہہکہ a, b دوو ژمارین راستی بن دی:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

فان بران سادہبکہ.

$$\sqrt{\frac{9}{5}} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{\frac{a^2 b^3}{c^2}} \quad \text{ج}$$

$$\sqrt{\frac{7}{16}} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} \quad \text{ا}$$

شیکار

پشتی بکارئینانا سیفہتا دابہشکرنا رھگان، رھگی دوو جای ہہر ئیک ژوان بنقیسہ ہہر ئیک ژ سہرہی و ژیرہی جودا سادہبکہ.

$$\sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} \quad \text{ا}$$

$$\sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{\frac{a^2 b^3}{c^2}} = \frac{|a|b\sqrt{b}}{|c|} \quad \text{ج}$$

ژیرا بہرسفا دوماہیکئی رھگ تیدا ہہیہ. ہہکہ تہ بقیت خو ژئی رزگاریکہی، بری ل $\frac{\sqrt{5}}{5}$ کو دبیتہ (1) بدہ.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

دبیزنہ فی کرداری ریژہکرنا ژیرہی.

$$\sqrt{\frac{ab^2}{c}} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{4}{24}} \quad \text{ا}$$

ہہولبدہ فان بران سادہبکہ.

راہینان

بہردہوامبوون د بیر کارئیدا

1 پوونبکہ چہوا پھرین ہیلین بہیانی (پہرین چارگووشہی) بکاردئینی بو دیارکرنا رھگی دوو جای ژمارہ 16 [دووجایا تہواو].

2 پوونبکہ چہوا پھرین ہیلین بہیانی بکاردھینی بو دیارکرنا رھگ دوو جای ژمارہ 19 (نہ دوو جایا تہواوہ)

3 روونبکہ چہوا $\sqrt{7}$ دخہملینی بیی بکارئینانا بژمیری یان پھرین ہیللی بہیانی.

4 چہوا شیتہ لکرنی بکاردئینی بو سادہکرنا برہکی رھگار وھکی بری $5\sqrt{90x^3y^4}$.

5 سادہترین شیوہ بو بری رھگار چیبہ؟

راهنایین ناراسته کری

قان رهگین دوو جای بهه ژمیره.

$$-\sqrt{121} \quad 9 \quad \pm\sqrt{81} \quad 8 \quad -\sqrt{64} \quad 7 \quad \sqrt{36} \quad 6$$

قان بران ساده بکه.

$$9 + 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 4 \quad 11 \quad 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \quad 10$$

قان برین رهگذار ب سادهترین شیوه بنقیسه.

$$\sqrt{a^7 b^3} \quad 15 \quad \sqrt{27x^6} \quad 14 \quad \sqrt{x^2 y^7} \quad 13 \quad \sqrt{32} \quad 12$$

قان بران ساده بکه.

$$\sqrt{\frac{x^7 y^{14}}{z^3}} \quad 22 \quad \sqrt{\frac{225}{18}} \quad 21 \quad \sqrt{2} \times \sqrt{10} \quad 17 \quad (7\sqrt{11})^2 \quad 16$$

$$\sqrt{\frac{6}{49}} \quad 20 \quad \sqrt{\frac{9}{4}} \quad 19$$

راهنایین و بجهئینان

رهگی دوو جای بینهدر، ههکه رهگی دوو جای نه ریژهی بیت، نیزیکبکه بو نیژیکترین بهش ژ سه دی.

$$-\sqrt{40} \quad 27 \quad \sqrt{\frac{4}{9}} \quad 26 \quad -\sqrt{11} \quad 25 \quad -\sqrt{169} \quad 24 \quad \sqrt{225} \quad 23$$

$$\sqrt{0.059} \quad 32 \quad -\sqrt{0.04} \quad 31 \quad \sqrt{10000} \quad 30 \quad \sqrt{1000} \quad 29 \quad -\sqrt{27} \quad 28$$

قان ساده بکه بکارئینانا شیته لکرنی.

$$\sqrt{192} \quad 37 \quad \sqrt{3600} \quad 36 \quad \sqrt{576} \quad 35 \quad \sqrt{196} \quad 34 \quad \sqrt{49} \quad 33$$

$$\sqrt{648} \quad 42 \quad \sqrt{264} \quad 41 \quad \sqrt{1620} \quad 40 \quad \sqrt{98} \quad 39 \quad \sqrt{75} \quad 38$$

وهسا دانه کو a ، b ژمارین موجهین، بیژه کا رستهیا درسته یان نه.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad 45 \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad 44 \quad \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad 43$$

بری ب سادهترین شیوه بنقیسه.

$$\sqrt{54} \times \sqrt{6} \quad 49 \quad \sqrt{48} \times \sqrt{3} \quad 48 \quad \sqrt{8} \times \sqrt{18} \quad 47 \quad \sqrt{3} \times \sqrt{12} \quad 46$$

$$\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}} \quad 53 \quad \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}} \quad 52 \quad \sqrt{\frac{96}{2}} \quad 51 \quad \sqrt{\frac{64}{16}} \quad 50$$

$$\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{8}} \quad 57 \quad \sqrt{\frac{56}{8}} \quad 56 \quad \sqrt{98} \times \sqrt{14} \quad 55 \quad \sqrt{5} \times \sqrt{15} \quad 54$$

قان ساده بکه، وهسا دانه کو هه مو گوړاو نه سالبن و هه مو ژیره جیاوازن ژ سفری.

$$\sqrt{\frac{x^3}{y^6}} \quad 61 \quad \sqrt{\frac{a^6}{b^{10}}} \quad 60 \quad \sqrt{x^8 y^9} \quad 59 \quad \sqrt{a^4 b^6} \quad 58$$

وان کردارین دشیاندا ئەنجامبده، بەرسفی ب سادەترین شیۆه بنقیسه.

$$\sqrt{6} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \quad \text{64} \quad 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} \quad \text{63} \quad 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \quad \text{62}$$

$$\frac{\sqrt{15} + \sqrt{10}}{\sqrt{5}} \quad \text{67} \quad \frac{6 + \sqrt{18}}{3} \quad \text{66} \quad (4 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2}) \quad \text{65}$$

ئەفان سادەبکە.

$$\sqrt{12} \times \sqrt{6} \quad \text{70} \quad (4\sqrt{25})^2 \quad \text{69} \quad (3\sqrt{5})^2 \quad \text{68}$$

$$\sqrt{5}(6 - \sqrt{15}) \quad \text{73} \quad 3(9 + \sqrt{5}) \quad \text{72} \quad \sqrt{72} \times \sqrt{32} \quad \text{71}$$

$$(\sqrt{3} - 4)(\sqrt{3} + 2) \quad \text{76} \quad (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) \quad \text{75} \quad \sqrt{6}(6 + \sqrt{18}) \quad \text{74}$$

$$\sqrt{5}(\sqrt{5} - 4)^2 \quad \text{79} \quad \sqrt{12}(\sqrt{3} + 8)^2 \quad \text{78} \quad \sqrt{3}(\sqrt{3} + 2)^2 \quad \text{77}$$

بەرھنگاری

گریدان

ئەندازە درێژیا لایێ چارگۆشی بینه دەر کو رووبەرێ وی دبیتە:

$$28\text{m}^2 \quad \text{82} \quad 144\text{m}^2 \quad \text{81} \quad 250\text{m}^2 \quad \text{80}$$

83 **باخچه:** ل بەر دەرگه‌هی مالا شیرینی باخچه‌یه‌کی چارگۆشی هه‌یه رووبەرێ وی 676m^2

بجهئیان

درێژیا لایێ وی چەندە؟

لێئیرینه‌ك بۆ پاش

فان سادەبکە.

$$\left(\frac{20x^3}{-4x^2}\right)^3 \quad \text{86} \quad \frac{x^5y^7}{x^2y^3} \quad \text{85} \quad (-a^2b^2)^3(a^4b^2)^3 \quad \text{84}$$

فان لیکبده.

$$(6b+1)(3b-1) \quad \text{89} \quad (3d+5)(2d-6) \quad \text{88} \quad (2x-4)(2x-4) \quad \text{87}$$

لێئیرینه‌ك بۆ پیش

هێژین خودان توانا ریژه‌ی دهینه بکارئینان بۆ دەرپرینا ره‌گان، $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ دئیتته نفیسین، کو a

ژماره‌یه‌کا نه‌سالب بیت، n ژماره‌کا ته‌واو نه‌کیمتر بیت ژ (2) ی. بۆ نمونه:

$$\sqrt[3]{27} = 3 \quad \text{چونکی} \quad 3^3 = 27 \quad \text{و} \quad \sqrt[4]{16} = 2 \quad \text{چونکی} \quad 2^4 = 16$$

یاسایین هێژان بکارینه بۆ سادەکرنا بران. بۆ نمونه:

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5 \left(x^{\frac{3}{2}}\right) = \left(x^{\frac{5}{2}}\right) \left(x^{\frac{3}{2}}\right) = x^{\frac{8}{2}} = x^4$$

سادەبکە.

$$(xy)^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \quad \text{91} \quad \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^4 \left(x^5\right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{90}$$

$$\left(x^3y^{\frac{3}{2}}\right)^6 (xy)^{\frac{1}{2}} \quad \text{92}$$

سېۋاز پىدايان

مروققان شېۋاز بۇ شىكاركرنا پرسىاران بكارنىناينە ژ دەستپىكىن ھزركرنا بىركارى، دقى بەشىدا دى شېۋازان بكارنىنين بۇ شىكاركرنا پرسىارين جۇرا و جۇر بۇ كوربوونەكا زىدەتر دجيهانا جەبرىدا.

چالاكى 1

زانايىن ئەفرىقى گرنكى دان ب بنىاتنانا لاکىشان ووسا دانان كو خوشيى ژ ديتنا وان بىينن. ئەف لاکىشە پۇلىنكرن ل دووڤ رىژا درىژى بۇ پانيا وان. (بنىزىكى 1.618)، وناقى وان دانان لاکىشەيىن زىرين **Golden Rectangles** و گۆتنە قى رىژى، رىژەيا زىرين **Golden Ratio**. وپشتى وى، زانايىن دەروونناسى گەھشتە وى باويرى كو مروڤ بى ھەستپىكرن ئەو شېۋەيىن لاکىشەيى يىن لىك وى دپەسەندتر بى دنىزىكن بۇ لاکىشەيىن زىرين. ل لايەكى دى زانايىرى بىركارى يى ئىتالى فيبونا تشى، ژمارەيىن ئىك ل دووڤ ئىك پىكىنيان و ب ناقى وى ھاتنە ناسين. ژمارا ئىكى 1 و ژمارا دووى 2. لى ژمارىن دى ھەر ئىك ژوان دبىتە سەرجمى ھەر دوو ژمارىن ل پىش وى.

1 ھەر دەھ ژمارىن ئىكى ژمارىن فيبونا تشى بنقىسە.

2 بزمىرى بكاربىنە بۇ تەمامكرنا خشتى ل خواری، وریژا ھەر ژمارەكى بۇ يال پىش وى بەھژمىرە.

ژمارا فيبونا تشى	ژمارا ل دووڤ وى	رىژا ژمارا ل دووڤ وى لسەر وى ژمارى
3	5	1.667
5	8	?
8	13	?
?	?	?
?	?	?
?	?	?

3 ھندەك لاکىشان وینەبەكە كو درىژى و پانيا ھەر ئىك ژوان دوو ژمارىن ئىك ل دووڤ يىن فيبونا تشى بن. سانتىمەترى يان مللىمەترى بۇ يەكا درىژى بكاربىنە.

4 بەراوردىا رىژا درىژى بۇ پانيا وى ل ھەر جارەكى دگەل رىژەيا زىرين بکە.

5 كىژ ئەقان لاکىشەيىن ل خواری يانيزىكە بۇ لاکىشەيا زىرين.

ا كارتەك 3×5 ب وینەيەك 5×7

ج وینەيەك 5×8 د وینەيەك 8×10

6 ھەرى تو دگەل وان كەسانى ئەوین دبىژن كو چاف ب ديتنا لاکىشەيىن زىرين خوشيى دبىنت؟

چالاكى 2

- 1 دگهل هندهك ههقالين خو 20 شيوهيين بازنهى ههلبژيره. چيوهى (c) و تيرهى (d) بو هه ر ئيكى ژ وان شيوان ببيقه. خشتهيهكى بو پيدايبان دروستبكه.
- 2 ريزهيا چيوه بو تيره $\frac{c}{d}$ ل هه بازنهكى بههژميره.
- 3 جووتين ريكخستى (d, c) درووتهختى پوتانيدا بنوينه.
- 4 راستهكا پوون بكاربينه بو وينهكيشانا راستههيلهكى كو د پترترين ژمارا خالانرا نهوين نيزيكى وئ ببووريت.
- 5 لارئ قئ راستههيلئ بههژميره.
- 6 چ پهيوهندي ههيه ل ناقبهرا وئ لارئ ته ههژمارتى و π ؟
ژ قئ نهجامئ ريسايهكئ دهه نهجامبكه كو پئ بدت بو ههژمارتنا چيوئ بازنئ ب زانينا تيرئ وئ. نهف ريسايه چيبه؟

پیداچون

ژ پرسیرا 1 هتا 5، یه کسانى دهر پړینى ژ سیفه ته کى ژ سیفه تین کرداران لسره ژمارین راستى دکته، نهو چیه؟

1 $a(2b) = (2b)a$

2 $2 \times 1 = 2$

3 $b\left(\frac{1}{b}\right) = 1$

4 $3x + 0 = 3x$

5 $5(2-x) = 5 \times 2 + 5(-x)$

به هایی بران ژ راهینان (6) هتا (9) بهه ژمیره.

6 $(-1) \times (5+3)^2 - 11$

7 $\frac{(11-5)^2}{3 \times 2}$

8 $\frac{(6-12)^5}{-3^2}$

9 $\frac{32-(13+4)}{(-3)^2}$

نابووی نرخى پیدقى لسره سارایی گه هشته 88 هزار دیناران بهرامبه بکارینانا نینته رنیتى. نهف نرخه دابه شبووه لسره برى پشکداریا وى کو دبیته 55 هزار دینار دمه هه کیدا وتیچوویا بکارینانا نینته رنیتى. وبهایی وى دبیته 3 هزار دینار بو هره دهم ژمیره کى.

10 هاوکیشیه کى بنقیسه کو برى پاری لسره سارایی بنوینیت، کو (x) هیمايى ژمارا دهم ژمیرانه.

11 هاوکیشى شیکاریکه، وژمارا دهم ژمیران دیاریکه.

12 $F = \frac{9}{5}C + 32$ هاوکیشیه یا F شیکاریکه C پی F

بهه ژمیره.

قان لاسهنگه یین ناویته شیکاریکه و کومه لین شیکاری لسره ته ودرى ژماران بنویته:

13 $-4x > -18$ وه

14 $-3x < -5$ یان

15 به هایی برى $\left(\frac{5^{-2} \times 5^3}{5^2}\right)^2$ بهه ژمیره.

ژ راهینانا 16 هتا 18 بران ساده بکه.

16 $x^4(3x)^2$

17 $\frac{(ab^2)^3}{c^2}$

18 $\left(\frac{p^{-1}q^2}{p^{-2}}\right)^{-4} \times \left(\frac{p^{-3}q^{-3}}{p^{-3}q^{-1}}\right)^{-3}$

ل راهینانا 19 و 20، سیسته می هاوکیشان شیکاریکه ب

لادانی.

19 $\begin{cases} 9x + 2y = 2 \\ 21x + 6y = 4 \end{cases}$

20 $\begin{cases} 2y = 3x - 6 \\ y = x - 2 \end{cases}$

ل راهینانا 21 و 22 سیسته می هاوکیشان شیکاریکه ب

لجهدانانی.

21 $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 7x - 5y = 14 \end{cases}$

22 $\begin{cases} 2x + 10y = -2 \\ 6x + 4y = 20 \end{cases}$

برین هردوو راهینانین 23 و 24 ساده بکه.

23 $\sqrt{x^2 y^4} (x^5 y)^{\frac{1}{2}}$

24 $\frac{(24m^8 n)^{\frac{1}{2}}}{(mn^2)^{\frac{1}{2}}}$

ژ راهینانا 25 هتا 28 بران ب ساده ترین شیوه بنقیسه

ب مهرجه کى ژیرین وان ریژدی بن:-

25 $\sqrt{\frac{5}{25}}$

26 $\sqrt{\frac{3}{49}}$

27 $\sqrt{\frac{16}{5}}$

28 $\sqrt{\frac{6}{14}}$



ئەزمۇنا بەشى

ھەر لاسەنگە يەككا ئاويته شيكاربكه و شيكارى لسەر هيللا ژماران بنويته:-

$$(3x+4 > 7) \wedge (2x-3 < 5) \quad 22$$

$$(5x \geq 3) \vee (-2+4x \leq 10) \quad 23$$

بوخوشىي: 3 زاروك دگهل 3 مەزنان چۇنە باخچى

ئاژەلان و 80 ھزار دىنار دگهل وان بوون.

لاسەنگە يەككى بنقىسە بۇ ھەژمارتنا بلندترين رادى

نرخى پليتا زاروكى دگهتي، بۇ زانين نرخى پليتا

مەزنى 14 ھزار دىنارن. بلندترين رادە چەندە؟

ھەر سيستمەككى شيكاربكه ب ريبا لجهدانانى شيكارى پاسەدانبكه:

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+3y=3 \end{cases} \quad 26 \quad \begin{cases} 2x-3y=1 \\ y=x-2 \end{cases} \quad 25$$

ژمارە: سەرجهمى دوو ژماران دبيتە 4.7 جارانى

بى ئىككى ب 1 ئى زىدەترە ژ 5 جارانى بى دووى.

ھەردوو ژماران دياربكه ب ريبا نقيسنا سيستمى

ھاوكيشان و شيكاربكه.

ھەر سيستمەككى ب لادانى شيكاربكه و شيكارى

پاسەدانبكه.

$$\begin{cases} 5x+2y=24 \\ 2x-12=4y \end{cases} \quad 29 \quad \begin{cases} x+y=1 \\ x-2y=-8 \end{cases} \quad 28$$

$$\begin{cases} 4x+3y=0 \\ y-x=-7 \end{cases} \quad 31 \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x-y=4 \\ 2x-6y=12 \end{cases} \quad 30$$

بكاربرن: نرخى 3 دەفتەران و 4 پەرتووكان 7 250

دىنارن، و نرخى 5 دەفتەران و دوو پەرتووكان 6

600 دىنارن. نرخى ھەر دەفتەركى و نرخى ھەر

پەرتووكەكى بەھژمىرە، ب ريبا نقيسنا سيستمى

ھاوكيشان و شيكاربكه.

بەھايى ھەر برەكى بەھژمىرە.

$$\frac{1}{5} \left((\sqrt{9})^3 + (\sqrt{64})^2 + 2 \right) \quad 34 \quad (3\sqrt{81})^2 - 31 \quad 33$$

ھەر برەكى ب سادەترين شيؤە بنقىسە، وەسا دانە كو

ھەموو گۇراو دمووجەبن.

$$(5-\sqrt{12})-(2\sqrt{27}+8) \quad 37 \quad 5\sqrt{8x^3y^6} \times (2x^5y)^{\frac{1}{2}} \quad 35$$

$$(2+\sqrt{5})(3-2\sqrt{5}) \quad 38 \quad \frac{8\sqrt{5x^7y^9}}{\sqrt{25x^3y^5}} \quad 36$$

بەھايى ھەر برەكى بەھژمىرە، بكارئينانا رىزبەنديا كرداران.

$$12-9 \div 3+2 \times 5 \quad 2 \quad 5+2(7-4)^2 \quad 1$$

$$5 \times 4 \div 2+3^{(4-1)} \quad 4 \quad \frac{4+6}{2}+2 \times 5 \quad 3$$

ئەو سيفەتال ھەر جارەكى ھاتىە بكارئينان كىژ وانە.

بۇ زانين ھەموو گۇراو ژمارىن راستىنە.

$$7a-14=7(a-2) \quad 6 \quad 5x \times 1=5x \quad 5$$

$$4(xy)=(xy) \times 4 \quad 8 \quad \left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{2}{a}\right)=1 \quad 7$$

ھەر برەكى ب سادەترين شيؤە بنقىسە، بۇ زانين ھەموو

گۇراو نە سفرن.

$$\frac{(9by)^2}{(3bxy)^3} \quad 10 \quad y^3(x^2y) \quad 9$$

$$\left(\frac{3x^4k^{-1}}{8x^{-2}k^3}\right)^{-2} \quad 12 \quad \frac{14x^{-3}a^4}{35x^5a^3} \quad 11$$

فيزيا دىشېن جوولەووزى بېيقن بكارئينانا رىساي

دچرککيدا، (k) جوولەووزى ب جوولان. جوولەووزا

تەنەكى چەندە بارستاي وى 100 كگم و لەزا وى 5

م/چرگە بيت.

ھەر ھاوكيشەكى شيكاربكه.

$$\frac{x}{3}-2=16 \quad 15 \quad 4x-3=17 \quad 14$$

$$8x+4=2x-32 \quad 17 \quad 2x-0.8-2.4 \quad 16$$

ئەندازە دىيژن دوو گۆشە تەواوكەرىن ئىكودوونە

ھەكە سەرجهمى پيقانا ھەردووان 90 بيت.

ھاوكيشەكى بنقىسە و شيكاربكه بۇ ھەژمارتنا پيقانا

ھەر ئىك ژ ھەردوو گۆشېن تەواوكەر، ھەكە پيقانا

ئىككى ژ وان ب 30 پلە زىدەترىت ژ پيقانا يا دى

ھاوكيشەيا $m = \frac{1}{2}xk^2$ شيكاربكه ب ھەژمارتنا k

بى ھەردوو گۇراو وىن دى.

ھەر لاسەنگە يەككى شيكاربكه و شيكارى لسەر هيللا ژماران

بنويته:-

$$-3x-6 > 15 \quad 20$$

$$2(4x-5) < 6x-6 \quad 21$$

بهشی دووی

نەخشە

1. نەخشە.
 2. نەخشەیا هیلەیی.
 3. شیۆهییڭ جیاواز بو ھاوکیڭشا راستەھیلی.
 4. تەریببوون و ستوونبوونا راستەھیلان.
 5. شیکارکنا سیستەمیڭ ھاوکیڭشەییڭ هیلەیی ب روونکرنی.
 6. نەخشەیا رووتی.
 7. ھاوکیڭشە و لاسەنگەییڭ بەھیڭ رووت بخۆڤە دگرن.
- پرۆژی بەشی.

نەخشە

نەخشە ل روودانین روژانه دەینە بکارئینان، پی بکارئینانا
هندەك بران بو دەرپرینا گوژاوان و پەیوەندیا ناڤهرا دوو
گوژاوان. بو نمونە: چیدبیت پەیوەندیا ناڤهرا لەزا زڤراندنا
شەمەندەفری و ئەوی هیژا سواربوویان ل جەیی وان جیگیر
دکەت بەیته نواندن ب نەخشەکی.

بەشی

2

وانە

1. نەخشە.
2. نەخشەیا هیلهی.
3. شیوهیین جیاواز بو
هاوکیشا راستههیلی.
4. تەریببون و ستوونبوونا
راستههیلان.
5. شیکارکنا سیستەمیین
هاوکیشهیین هیلهی ب
روونکرنی.
6. نەخشەیا رووتی.
7. هاوکیشه و لاسەنگهیین
بهایین رووت بخۆڤه‌دگرن.





سەبارەت پروژى بەشى

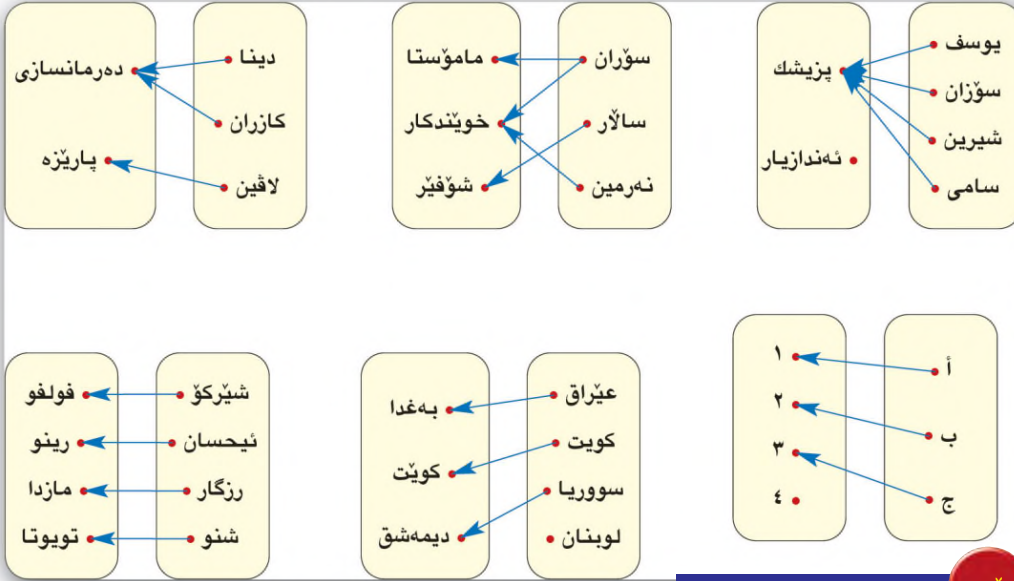
گەلەك جاران پېدېقىيىن ژيانى زۆر د ئالۆزن، يان ھندەك ھۆكارىن كارتىكرىن تېدا دكەن نەژ جورىن زانراون. لەورا مروڤ سامپلىن بىركارىي بكار دئىنت بۆ نواندنا فان جورىن پېتقىيان، وشىكارىن گونجاي بۆ وان پېتقىيان دخەملىنت. ل ئاف ئەنجامدانا كارى خۆ لسەر پروژەي، دى رابى بكار ئىنانا نەخشان بۆ دياركرنا وان سامپلىن بىركارىي يىن پەيوەست ب زىدەبوونا پاشمايىن گەروكىن بۆشايى عەسمانى ئەويىن ل دۆر عەردى زڤرن.

پىشتى تو پروژى قى بەشى تەمامبەكى، تو دى بىيە خۇدان شىيان لسەر:

- بكار ئىنانا خىشتەكى بۆ نواندنا پەيوەندىەكى لناقبەرا دەمى [ب سالان] و برى پاشمايىن گەروكىن عەسمانى، و دەستنىشانكرنا نەخشەيەكا گونجاي كو سامپلەكا بىركارىي بۆ قى پەيوەندىي پىكپھىيىنت.
- دياركرنا سامپلان بۆ ئەنجامدانا لىكۆلىنى لسەر كۆمىن جورا و جورىن جىوازىيىن پاشمايىن گەروكان و ئەنجامدانا گەنگەشى لسەر وان.
- دياركرنا جورى نەخشەكى بۆ ئەنجامدانا لىكۆلىنى لسەر پەيوەندىا لناقبەرا بلنداھىي و برى پاشمايى گەروكى ل وى بلنداھىي.



نەخشە



بۆجی
 نەخشە و پەيوەندی دەیتە
 بکارئینان بۆ بنیاتنانا
 سامپلەکا بیکاریی کو
 دەریرینی ژ ژيانا رۆژانه یان
 ژياسایەکا زانستی بکەت.

ئارمانج

- نواندا پەيوەندیا ناڤبەرا دوو گۆڤاوان ب روونکرنی.
- دیارکرنای بوار و مەودایی پەيوەندی.
- بپارادانا ئەوی چەندی ئەری پەيوەندی نەخشەیه یان نە؟
- هەژمارتەنا بەایی نەخشی دەمی گۆڤاوان بەایەکی دیارکری وەرگیریت.

چالاکى

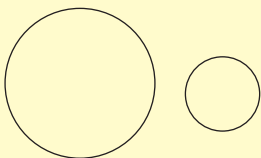
پەيوەندی و نەخشە



1. کارزانی تینووسا تەلەفوننی ڤەکر و تیدا دیت:

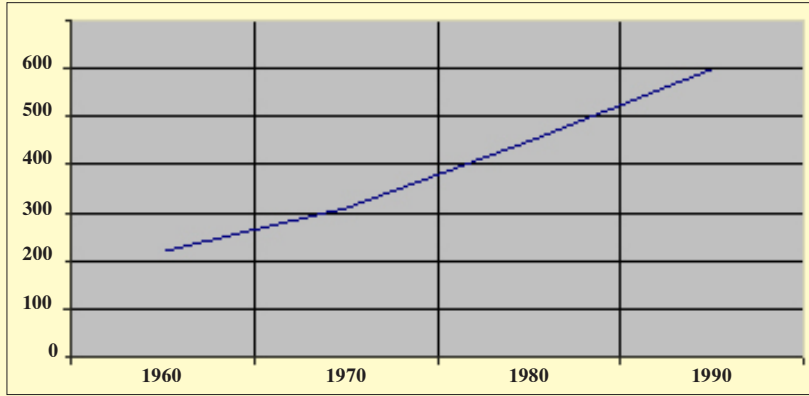
ناڤ	ژمارا تەلەفوننی
شکری	235 246
هیوا	456 987
خەسرو	852 369
خەسرو	369 852
قیان	741 236

ژمارا تەلەفوننا قیانی چەندە؟ ژمارا تەلەفوننا خەسرو چەندە؟
 2. بژمیری بکاربینه بۆ تەمامکرنای وی نەخشی کو رووبەری بازنی دیارکەت پی بەایین جیاواز بۆ نیقتیری بازنی، پاشی روونبکە تە چەوا خشتە تەمامکرن.



نیقتیره	1	1.5	4	0.5	0.75	3	0	2.5	10
رووبەر	3.14								

3. ئەف روونكرنى ل خوارى پيشكهفتنا بهرهمى جيهانى يى گهنمى ل نيقا دووى ژ سهدى بيستى روونكهت ب مليونين تهنان.



وينى روونكرنى بكاربينه بو خهملاندنا بهرهمى جيهانى يى گهنمى داخستى ل خوارى تامبكهى.

سال	1990	1985	1980	1975	1970	1965	1960
برى برههمى گهنمى							220

4. ئەف خستى ل خوارى تىكرائى پلين گهرمى ل كهركوك دياردكهت ل هفتيا ئىكى ژ مهها نيسانى.

رؤژين هفتى	شهبوو	ئىك شهب	دوو شهب	سى شهب	چار شهب	پينج شهب	نهينى
تىكرائى پلهيا گهرمى	25	24	23	20	22	24	25



تىكرائى پلين گهرمى ل رؤژا ئىك شهبى چهند بوو؟
 تىكرائى پلين گهرمى ل رؤژا چار شهبى چهندبوو؟
 تىكرائى پلين گهرمى ل رؤژا پينج شهبى چهندبوو؟
 ههكه ههر چار نمونهيىن پيشى پشكنين بكهى، دى بينى ههر
 ئىك ژ وان دوو گوپراوان بخؤفه دگرت، و بههاى ههر ئىك ژ
 وان گوپراوان بههاى يى دى دياردكهت.

5. خستى ل خوارى تامبكه ب دياركرنا گوپراوى ئىكى ل ههر نمونهكى كو بهايى گوپراوى دووى ديار دكهت.

خالهكا چافديرى ✓

نمونه	گوپراوى ئىكى	گوپراوى دووى
1		
2		
3		
4		

بهحسى ههبونا پهيوهنديهكى **Relation** ل ناقبهره دوو گوپراوان (x) و (y) بكه، ههكه بهايين ئىك ژ وان وهك x بو نمونه، بهايى گوپراوى دى وهك y دياربكهت. دقى باريدا ديپژنه گوپراوى ئىكى گوپراوى سهربهخو **Independent Variable** ويى دووى گوپراوى بهستراوه **Dependent Variable**.

نەخشە

ل نموونا ئىككى دوو دل دى بۇ بەرسفدانا قى پرسیاری: نمرأ تەلەفوننا خەسرو چەندە؟ چونكى گۆرأوى سەربەخۇ ((ناف))، دوو بەھايىن گۆرأوى بەستراو بەرامبەر وى ھەنە. لى ل نموونەيىن دى تو توشى قى كىشى نابی چونكى ھەر بەھايەكى گۆرأوى سەربەخۇ بتنى بەرامبەر ئىك بەھايى گۆرأوى بەستراو.

دبېژنە پەيوەندیا ناقبەرا دوو گۆرأوان x و y نەخشە **Function** ھەكە ھەر بەھايەك وەك a ژ بەھايىن گۆرأوى x بتنى بەرامبەر ئىك بەھا وەكو b ژ بەھايىن گۆرأوى y بیت، وئەو بەھايى بتنى b دبېژنى ((ويئە))، **Image** دبېژنە گۆرأوى ئىككى گۆرأوى سەربەخۇ و گۆرأوى دووى بەستراو.

سەر ژ نوو ھەر چار نموونان شلوقەبەكە، و ل ھەر بارەكى دياربەكە پەيوەندى نەخشەيە، بەرسقا خۇ روونبەكە.

✓ خالەكا چاقدىرىي

نمونە

ئەرى پىدايىن قى خشتى نەخشەيەكى دنويىن؟ روونبەكە.

A. بەھايىن گۆرأوى بەستراو y		B.	بەھايىن گۆرأوى سەربەخۇ x	
1	-3.6		بەھايىن گۆرأوى بەستراو y	بەھايىن گۆرأوى سەربەخۇ x
2	-3.6	7	3	
3	4.2	8	3	
4	4.2	10	3	
5	10.7	42	4	
6	12.1	34	10	
52	52	18	11	
		52	52	

شيكار

A. پىدايىن خشتى ئىككى نەخشەكى دنويىن، چونكى ھەر بەھايەك ژ بەھايىن گۆرأوى سەربەخۇ x ئىك بەھايى گۆرأوى بەستراو y بەرامبەرى وى ھەيە.
B. پىدايىن خشتى دووى نەخشەكى نانوینن، چونكى بەھايى 3 ژ گۆرأوى سەربەخو سى بەھايىن گۆرأوى y كو 7، 8، 10 بەرامبەرى وى ھەنە. ئانكو خشتى b بتنى پەيوەندى دنويىت.

شيوين پىناسا نەخشى

ھەكە بەرى خۇ بدەيە نموونىن پىش، دى بىنى گەلەك پىناس بۇ نەخشى ھەنە. دشين نەخشى پىناسبەكەن ب ھويى:

1. **خشتى بەھايان: Table of Values**: نەخشە دقى باريدا دەيتە پىناسكرن ب ھويى خشتەكى دووستوونى، ئىك بەھايىن گۆرأوى سەربەخۇ بخوقە دگرت، ويى دى بەھايىن گۆرأوى بەستراوین بەرامبەر بخوقە دگرت، ب مەرجهكى بەھايى گۆرأوى سەربەخۇ و بەھايى گۆرأوى بەرامبەر وى ل ھەمان رىز بەيئە نقيسين.

نمونە: نەخشەى نموونە 3

په یوه نډیه کا پیناسکری ب هوی خشته کی، نه خشه یه کی پیک ناهیت، هه که بهایه ک ل ستونا گورای سهر به خو دو بهایین جیاوازل بهرام بهر وی هه بن ل ستونا بهای به ستر او.

ل قید هر په یوه نډیا پیناسکری ب هوی خشته ل نمونا ئی کی نه خشه یه کی پیک نائی نیت، چونکی بهای گورای سهر به خو (خه سر و) دو بهایین جیاوازل گورای به ستر او ل بهرام بهر وی هه نه (ژمارا ته له فوونی).

2. ریسا Rule: دهیته پیناسکرن ب هوی ری سایه کی، یان یاسایه کی کو بهای گورای به ستر او پی گورای سهر به خو در د برت.

نمونا: نه خشه نمونا دووی کو بهای گورای به ستر او A (رو بهر ی بازنی) در د برت پی گورای سهر به خو r نیقتیره، ئەف ری سایه دبیته $A(r) = \pi r^2$.

3. وینه ی روونکرنی Grap نه خشه دهیته پیناسکرن ب هوی وینی روونکرنی، کو بهای گورای سهر به خو دهیته نواندن لسه ته وهر ی ئی کی و بهای گورای به ستر او لسه ته وهر ی دووی.

بهای گورای به ستر او بهرام بهر بهای گورای سهر به خو (x) دبیته تانی وی خالا هاتیه دیارکرن لسه وینی روونکرنی کو پوی وی ی ئی کی (x) بیت. نمونه نه خشه یا نمونه 3.

تاقیکرنا راسته هیلی ستونی

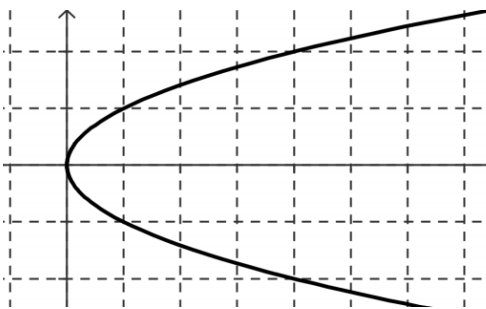
هه که راسته هیله کی ستون وینی روونکرنی زیده تر ل خاله کی بری، ئەو وینی روونکرنی نه خشی نا نوینیت.

نمونه

2. ئەر ی ئەو په یوه نډیا پیناسکری ب هوی وینی روونکرنی بهرام بهر دبیته نه خشه؟

شیکار

په یوه نډیا پیناسکری ب وینی روونکرنی بهرام بهر، نه خشی نا نوینیت، چونکی هر بهایه کی موجه بی گورای سهر به خو ب (x) بهرام بهر دو بهایین گورای به ستر او (y) یه. ویا ناشکرایه راسته هیلی ستون وینی روونکرنی ل دوو خالین جیاواز د برت.



خواندنا نه خشان

بو خواندنا نه خشه کی وه کی $f(x)$ ، دقیت فان خالان بجهینی:

1. دیارکرن وی کومه لا ژمارین راستی بو گورای سهر به خو x کو یا دشیان دابیت بو هه ژمارتنا بهای به ستر او $y = f(x)$ ، دبیزنه وی کوملی بواری پیناسا نه خشی یان ب کورتی بواری نه خشی Domain.

2. دیارکرن کومه لا ژمارین راستی یا گورای به ستر او بخوقه دگریت، و دبیزنی مه ودایی نه خشی Ramye.

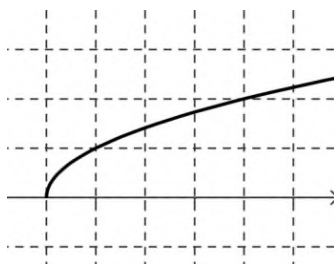
3. نواندنا نه خشی ب روونکرنی ئانکو نواندنا هه موو جووتین ری کخستی (x, y) ده می x دانه بیت د بواری نه خشیدا و $y = f(x)$. کومه لا وان خالان دبیزنی وینی روونکرنی نه خشی (هی لکاری نه خشی) Graph.

4. درئه نجامکرن سیه تین نه خشی ژ خواندنا هیلی روونکرنی نه خشی.

چهوا هیلی ررونکرنی بو نهخشهکی پیکدئینت
 ههکه نهخشهیهک یا پیناسکری بیت ب هوئی خشتی بهایان، ههموو خالین (x,y) کو دخشتیدا
 هاتین بنوینه، پاشی وان خالان ب هیلهکی گونجای بگههینه.
 ههکه نهخشهیا پیناسکری بت ب ریسیهکی، خشتی بهایین نهخشی پیکبینه و خالان بنوینه و
 هیلی ررونکرنی بکیشه ب گهاندنا خالان ب هیلهکی گونجای.
 ههروهسا دشین بکارئینانا بزمیرا ررونکرنی یان ب کومپیوتهری هیلی ررونکرنی نهخشی بکیشن.

راهیانان

بهردهوامبوون د بیر کاریدا



1 جیاوازیی ل ناقهرا نهخشی و پهیهندیی شلوقه بکه،
 نمونهکی لسه وینی ررونکرنی بو پهیهندیهکی بینه کو
 نهخشه بیت.

2 بهحسی سی رییان بکه بو پیناسکرنا نهخشی.

3 چهوا بواری نهخشا پیناسکری ب هیلی ررونکرنا بهرامبه
 دی دیارکهی، وچهوا مهودایی وی دی دیارکهی.

راهیانان ناراسته کری

نهری خشتهیین ل خواری نهخشی دنوینن؟ ررونبکه.

x	y
3	9
2	2
8	-3
2	1

7

x	y
10	7
20	11
30	9
40	7

6

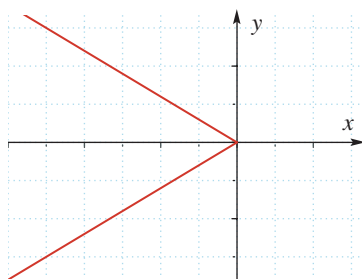
x	y
0	3
1	8
2	8
3	-7

5

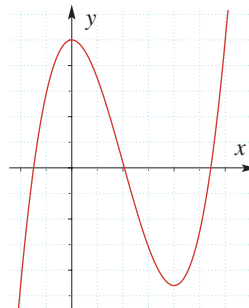
x	y
5	3
8	4
5	7
9	2

4

دیاربکه نهری نهف وینهیین ررونکرنی نهخشی دنوینن یان نه؟ هوئی بهرسفا خو ررونبکه.

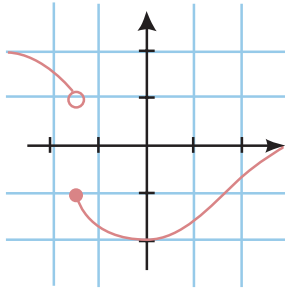


9

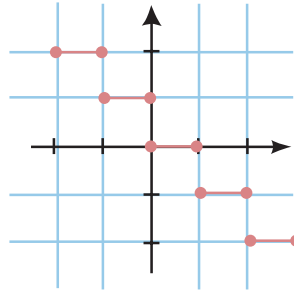


8

10 **ترومبیل:** گوڤاوی A وان ترومبیلین ریکی پیددەن ل باژیڤی کاربکەن دنوینت، وگوڤاوی N تابلوین ژمارا وان ترومبیلان دنوینت. ئەری په یوه ندیه ک ل ناڤه را A و N ههیه؟ ههکه بهرسفا ته «بهلی» بو، ئەری ئەو په یوه ندیه نهخشهیه؟ هوئی بهرسفا خو دیاریکه. بواری نهخشا هاتیه نواندن ب قی وینی روونکرنی دیاریکه.



12



11

13 بهایی نهخشا $f(x) = x^2 + 2x - 1$ بههژمیره ههکه $x = 3$ ، و $x = 1.5$.

14 **داهات:** زیڤنگرهک 24 هزار دیناران بو هه دههژمیرهکا کاری وهر دگرت، سه ره رای 20 هزار دیناران بو دیارکنا تیڤچوونی.

أ نهخشهکی بنفیسه، داهاتی زیڤنگری R پی ژمارا دههژمیرین کاری x بنوینت.

ب داهاتی زیڤنگری بههژمیره ههکه 5.5 دههژمیران کاربکەت.

راهئنان و بجهئنان

ئەری ئەف خشتین ل خواری نهخشی دنوینن؟ روونبکه.

x	4	4	6	6
y	-2	2	-3	3

17

x	1	2	3	4
y	6	6	9	9

16

x	0	2	2	4
y	3	-5	1	7

15

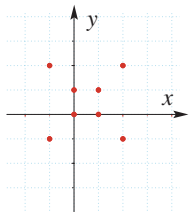
x	-2	-2	0	2
y	-5	-3	4	6

19

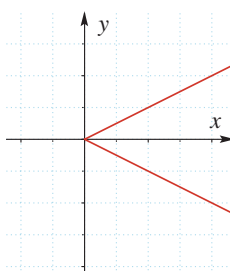
x	-5	-3	-1	1
y	8	8	-2	-2

18

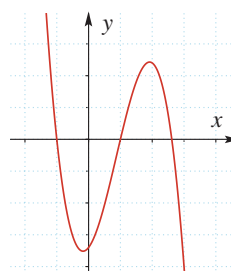
ئەری ئەف وینهیین روونکرنی ل خواری نهخشی دنوینن؟ روونبکه.



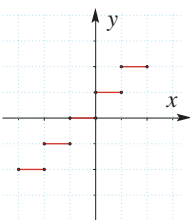
22



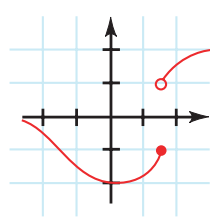
21



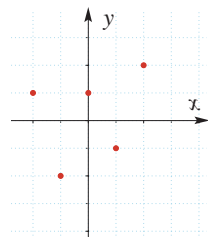
20



25



24



23

بهای نهخشی بهژمیره ب لجهدانانی.

26 $f(x) = 2x - 6$ ههکه $x = 1$ و ههکه $x = 3$

27 $f(x) = 5 - 3x$ ههکه $x = 1$ و ههکه $x = 3$

28 $f(x) = \frac{2x-1}{5}$ ههکه $x = -9$ و ههکه $x = 1$

29 $f(x) = \frac{x-4}{5}$ ههکه $x = -9$ و ههکه $x = 9$

30 $f(x) = 2x^2 - 3x$ ههکه $x = 3$ و ههکه $x = -2.5$

31 $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ ههکه $x = 2$ و ههکه $x = 1.5$

32 $f(x) = \frac{1}{3}x^2$ ههکه $x = -1$ و ههکه $x = \frac{3}{4}$

33 $f(x) = -4x^2$ ههکه $x = \frac{3}{2}$ و ههکه $x = -2$

هیلئ روونکرئ بو نهخشی بکیشه بکارئینانا بژمیرا روونکرئ، پاشی بوار و مهودای دیارکه.

34 $y = -\frac{x}{2}$ 35 $y = -\frac{2}{3}x - 5$ 36 $y = -2x^2$ 37 $y = \left(\frac{x}{2}\right)^2$

38 $y = 2$ 39 $y = -6$ 40 $y = x^2$ 41 $y = x^2 + 2$

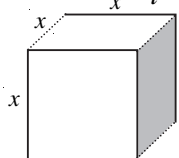
42 هیلئ روونکرئ بو نهخشی بکیشه کو بوارئ وئ $-3 \leq x \leq 3$ و مهودایئ وئ $-5 \leq y \leq 5$ بیت.

43 هیلئ روونکرئ بو نهخشی بکیشه کو بوارئ وئ $-2 \leq x \leq 5$ و مهودایئ وئ $0 \leq y \leq 4$ بیت.

بهای نهخشا $f(t) = t^2 - 3$ ل هر بارهکی بهژمیره.

به رهنگاری

44 $t = \sqrt{2}$ 45 $t = \sqrt{2} - 1$ 46 $t = c + \sqrt{2}$



نه اندازه هیمای گورای v بو قهبارئ شهشپالویا بهرامبهر دانه.

47 نهخشی بنقیسه قهبارئ شهشپالویئ v پی دریژیا لایهکی (x) بیت.

48 رووبه ری روویهکی ژ روویئن شهشپالویئ بهژمیره ههکه قهبارئ وئ $27m^3$ بیت.

49 **بکارچوون:** نرخ بژمیران گهلهک بلهز دهیته خوار. دهزگههکی و هسا دانه کو نرخ

بژمیرئ ل هر سالهکی ب ریژا 15% ژ نرخ بنته رتی دهیته خوارئ.

ا نهخسه دیارکرنا نرخ بژمیرئ پی ژئی وی ب سالان بنقیسه، ههکه بزانی کو

دهزگههکی نرخ 200 3 دینار پی دایئ.

ب نرخ بژمیرئ پشتی سی سالان دبیته چهنده؟

50 **بکارچوون:** فروشگهههکا جلوبه رگان داشکاندنهک ب ریژا

30% بو هه موو جلوبه رگان ئاشکه راکر.

ا دانا 47.25 هزار دینار دان بو

کرپنا قه میسهکی ل وهرزئ

داشکاندنئ، نرخ قه میسی پی

بنه رتی چهنده؟

ب زانای پهنه ر وونهک کری نرخ

وی 25 هزار دینار بوو بهری

وهرزئ داشکاندنئ. نرخ وی پی

نوو چهنده؟



لېنېرىنەك بۆپاش



ھاوکیڭشا ھەر راستەھیلەکی لىسەر شیوی $y = mx + b$ بنقیسە ب زانینا لاری وی m و خالەکی وەکی A کو راستەھیل تیرا دبووریت.

$m = -\frac{2}{3}$ 54	$m = \frac{1}{5}$ 53	$m = -3$ 52	$m = 5$ 51
$A(-8, -3)$	$A(4, -1)$	$A(4, 1)$	$A(2, 3)$

ھاوکیڭشا راستەھیل لىسەر شیوی $y = mx + b$ ، بنقیسە، بزانینا دوو خالان کو راستەھیل تیرا دبووریت.

$(0, 2); (-1, 1)$ 56	$(1, 4); (-3, 0)$ 55
-----------------------------	-----------------------------

$(-2, -5); (5, -1)$ 58	$(2, 3); (0, 0)$ 57
-------------------------------	----------------------------

59 بری $2 + 3[2 - (5 - 3) - 7] \div 2$ بهژمیرە بکارئینانا ریزبەندیا کرداران.

لېنېرىنەك بۆپیش



60 ویئى روونکرئى بۆ پەيوەندیا $y = x^2 - 3x - 10$ بکیڭشە ل ناڤبەرا x و y ، پوونبکە بۆچی ئەف پەيوەندیه نەخشی دنوینیت، بوار و مەودای قى نەخشی دیاربکە.

نەخشەییڭ ھیلەى

وانە

2



بۆچى

نەخشا ھیلەى سادەترین شیۆھىبى
جەبىرىيە و ھەروەسا گەلەك دەھتە
بكارئىنان بۆ بنىاتنانا سامپلېن بىركارىيى
ل بارىن ژيانا رۆژانە.

نارمانج

- ناسىنا نەخشا ھیلەى.
- بكارئىنانا نەخشا ھیلەى بۆ بنىاتنانا سامپلېن بىركارىيى.
- دىاركرنا بوارى نەخشا ھیلەى و مەودابى وئى، دىاركرنا خالىن ئىكو دووبرىنا وئى دگەل ھەردوو تەوهرىن پۆتانان.

جالامى

قەدىتتا نەخشا ھیلەى

تو دزانی پلا كەلاندنا ئاقى 100 پلە سەدىيە. لى رەنگە تو نزانى كو 100 پلە سەدى دېتە پلا كەلاندنا ئاقى ل جەھكى ل ئاستى رووى دەريايى (بلنداھيا وى لسەر رووى دەريايى سفر بيت). پلا كەلاندنا ئاقى دەھتە گوھۆرپىن ب گوھۆرىنا بلنداھيا وى جەھى لسەر ئاستى رووى دەريايى. ئەف پلە ل جىايى ھىمەلایا كىمترە ژ 100 پلا سەدى، لى زىدەترە ژ 100 پلا سەدى ل دەريايى مرى [البحر المیت]. ئەف خشى ل خوارى ھندەك جەھان و بلنداھيىن وان دىاردكەت ل ئاستى رووى دەريايى و پلا كەلاندنا ئاقى ل وان جەھان.

جىبە جىكرنەكان

فىزىيا

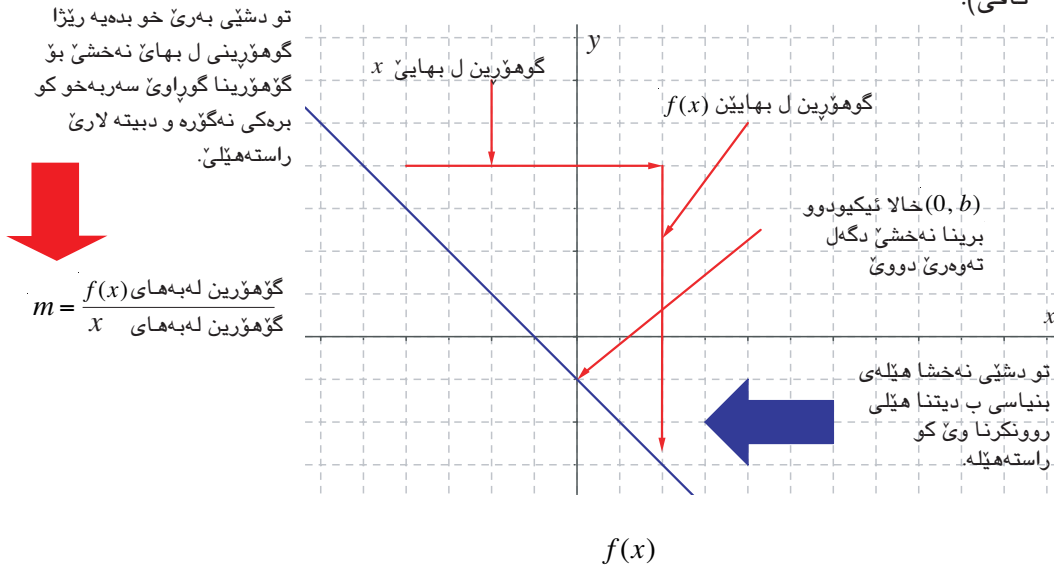
ناف	بلنداھى لسەر رووى دەريايى	پلا كەلاندنا ئاقى
جەدە	0	100
فريبورغ (سويسرا)	586	99.68
سوفەر (لبنان)	1 250	99.315
كۆلورادو (ئەمريكا)	1 832	98.995
شاخى رەش (لبنان)	3 220	98.23
دەريايى مرى	-420	100.23

1. پىدايىن خشتى د روتەختى پوتانىدا بنوینە، كو تەوهرى ئىكى بۆ بلنداھيى لسەر ئاستى رووى دەريايى ب مەتران و تەوهرى دووى بۆ پلەيىن كەلاندنا ئاقى ب پىقەرئ سەدى دانە.
2. ناقبەرا خالان ب پارچەراستەھیلان بگەھینە، چى تىبىنىيى دكەى؟
3. ئەرى پەيوەندىا ل ناقبەرا بلنداھيى لسەر ئاستى رووى دەريايى و پلا كەلاندنا ئاقى نەخشەيە؟ روونبەكە.
4. وینى روونكرنا ب دەست تەكەفتى بكاربىنە بۆ خەملاندنا پلا كەلاندنا ئاقى ل بلنداھيا 3000 مەتران لسەر ئاستى رووى دەريايى.
5. وینى روونكرنا ب دەست تەكەفتى بكاربىنە بۆ خەملاندنا بلنداھيا جەھكى لسەر ئاستى رووى دەريايى، ھەكە بزانی پلا كەلاندنا ئاقى 97 پلە بو.
6. ل كىدەرى وینى روونكرنى تەوهرى دووى دېرت؟ ئەف خالە چ دنوینىت؟

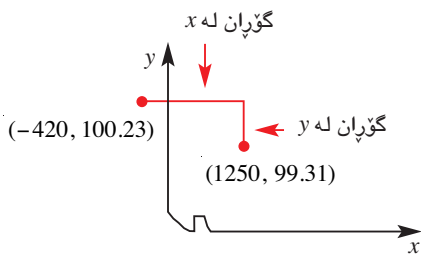
نەخشا ھیلەى

نەخشا ھیلەى نەخشەيەكە وئىنى روونكرنا وئى راستەھیلەكە، ورئسايانەخشا ھیلەى ب قى شىوھى $f(x)=mx+b$ دەھتە نقيسين.

تو دشىى نەخشىن ھیلەى بكاربىنى بۇ بنىاتنانا سامپلئىن بىركارىئى بۇ ھندەك پەيوەندىئىن ئاقبەرا دوو گراوان، وەكى پەيوەندىا ئاقبەرا (بلنداھىئى ژ سەر ئاستى رووئى دەريايى و پلا كەلاندنا ئاقى).



رىژا گوھورپىنا بەھى نەخشا ھیلەى بۇ گوھورپىنا بەھى x نەگۆر دىمىنت و دبىژنى لارى Slope نەخشا ھیلەى.



بىدايئىن خشتى ل لاپەرى پىشتر بكاربىنە بۇ روونكرنا چاوانىا گوھورپىنا پلا كەلاندنا ئاقى، دەمى بلنداھىى ژ سەر ئاستى رووئى دەريايى بەھىنە گوھورپىن.

رئسايانەخشى پلا كەلاندنا ئاقى پى بلنداھىى ژ سەر ئاستى رووئى دەريايى بنقيسە.

شىكار

بىكاربىنە بۇ بلنداھىى ب مەتران لسەر ئاستى رووئى دەريايى و y بۇ پلا كەلاندنا ئاقى ب پىقەرى سەدى. دوو بەھىان بۇ گوراوى سەربەخو x و دوو بەھىان بەرامبەرى وان بۇ نەخشى بكاربىنە. وەكى بلنداھىا سوفەر ل لوپنان و دەريايان مرى ل ئوردن. رىژا گوھورپىنا پلا كەلاندنا ئاقى بۇ گوھورپىنى لسەر ئاستى رووئى دەريايى بەھىمىرە دا لارى ب دەست تە بكەقىت.

$$m = \frac{\text{گوھورپىن ل نەخشى}}{\text{گوھورپىن ل}} = \frac{99.31 - 100.23}{1250 - (-420)} = -0.00055$$

رامانا قى ئەوہ كو زىدەبوونا مەترەكى بۇ بلنداھىى لسەر ئاستى رووئى دەريايى دبىتە ھوئى گوھورپىنەكى ل پلا كەلاندنا ئاقى برى وئى -0.00055 پلەيە.

ب پلا كەلاندنا ئاقى = پلا كەلاندنا ئاقى لىك ئاستى رووئى دەريايى + رىژا گوھورپىنى \times بلنداھىى

$$f(x) = 100 + (-0.00055)x$$

قىچا رئسايانەخشى، $f(x) = 100 - 0.00055x$

ئەری پلا کە لاندنا ئاقی دئ زیدەبیت هەکه بلندایی ژ سەر ئاستی روی دەریایی زیدەبیت یان کیمبیت؟ روونبکە چەوا خشتی ل دەستپیکاکا وانئ بکار دئینی بو بەرسقدانا قئ پرسیارئ. شلۆقەبکە چەوا هیلی روونکرئ بو نەخشا $f(x) = 100 - 0.00055x$ بکار دئینی.

$$m = -0.00055$$

$$f(x) = mx + b$$

$$f(x) = -0.00055x + b$$

$$100 = -0.00055 \times 0 + b$$

$$\Rightarrow b = 100$$

قیجا ریسیایا نەخشی دبیتە

$$f(h) = -0.00055h + b$$

شارایی ریسیایا نەخشا هیلهی دەرئینا وهکی لبه رامبەر دیارکری، ریکین شارایی روونبکە.

دووجهین دی ل خشتی بکاربینه بو دەرئینانا ریسیایا نەخشی. ئەری هەر ئەو ریسیایە دئ ب دەست تە کە قیت.

بەرهنگاری

نموونه

$f(9)$ بهه ژمیره ههکه $f(x) = \frac{1}{3}x + 17$ بهایی x چهنده ههکه $f(x) = -1$ ؟

شیکار

$$f(9) = \frac{1}{3} \times 9 + 17$$

$$= 3 + 17$$

$$= 20$$

ل جهی (x) بهایی 9 دانه.

$$f(x) = \frac{1}{3}x + 17$$

$$-1 = \frac{1}{3}x + 17$$

ل جهی $f(x)$ بهایی -1 دانه و شیکار بکە.

$$-18 = \frac{1}{3}x$$

$$-54 = x$$

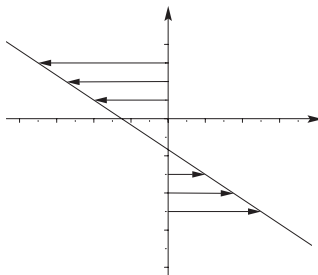
روونبکە چەوا نەخشا ل نموونه 1 بکار دئینی بو دیارکرنا پلا کە لاندنا ئاقی ل جهکی بلندایا وی لسەر ئاستی رووی دەریایی 8000 بیت. قئ پلئ دیار بکە روونبکە چەوا نەخشا ل نموونه 1 بکار دئینی بو دیارکرنا بلندایا جهکی لسەر ئاستی رووی دەریایی و پلا کە لاندنا ئاقی تیدا 85 پلا سەدی بیت. وی بلندایی دیار بکە.

بەرهنگاری

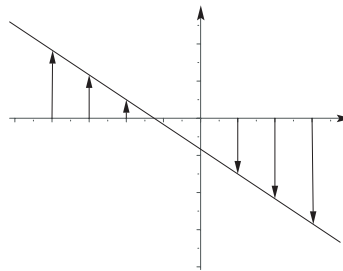
بەرهنگاری

خواندنا نەخشا هیلهی

ریسیایا هیلهی $f(x) = mx + b$ ریکئ ددەت بو هەژمارتەنا بهایی نەخشی، هەکه بهایی گۆراوی (x) هەر چەندبیت. ژقئ دیاردبیت کو نەخشە دئیتە پیناسکرن ل هەر ژمارهکا راستی، و بواری وی دبیتە کۆمەلا ژمارین راستی. ل لایهکی دی چیدبیت بو هەر ژمارهکا راستی بهایهکی نەخشا هیلهی هەبیت، چونکی تو دشیی بهایی گۆراوی x بهه ژمیری، هەکه بهایی نەخشی بزانی، و ژقئ دیاردبیت کو مەودایی نەخشی دبیتە کۆمەلا ژمارین راستی.



روونکرئ نەخشا هیلهی دیاردکەت کو مەودایی وی دبیتە هەموو تەوهری دووی.



روونکرئ نەخشا هیلهی دیاردکەت کو بواری وی دبیتە هەموو تەوهری ئیکئ.

دەمی نەخشە بارهکی ژیاننا روژانە دنوینت، دئ بواری و مەودایی نەخشی د سنووردای بن.

کوچی (کومتی) ٹیفرسٹ ل جیائی ہیملایا، بلنداہیا وی دبیتہ 8848m ژ سہر ئاستی رووی دہریائی، ودئیته دانان بلندترین جہ لسہر رووی عہردی. وہرہوسا دہریا یا مری کو 420m یانزمہ ل ژیر ئاستی رووی دہریائی دئیته دانان نزمترین جہ لسہر رووی عہردی فان ہر دوو زانیاریین بوورین بکاربینہ دا ب ہووری ہوار و مہودایی نمونہ (1) دیاریکھی.

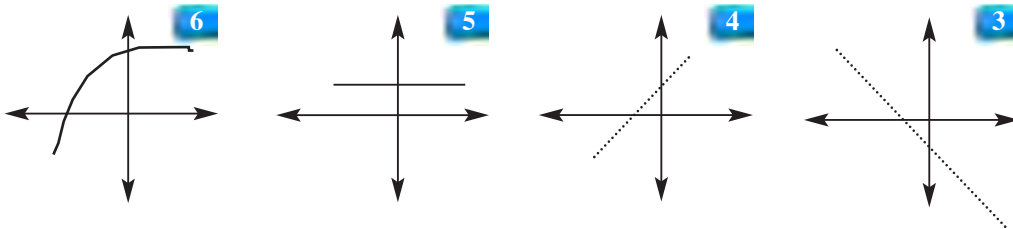
شیکار

نہخشا نمونہ (1) سامپلہکی بیرکاری پیکنڈینیت بو بارہکی ژ کہتواری، و ب راستی دیاردبیت کو گورائی سہرہخو (x) یی سنور دایہ ب ہندہک بھایین دیارگری، پی ہر دوو زانیاریین بہری، ٹہو بھایین دئیته وەرگرتن دکہفہ ناقبہرا -420 ، 8848 ، لہورا ہواری نہخشا نمونہ (1) دبیتہ کو مہلا وان ژمارین راستی ٹہوین لاسہنگہیا $-420 \leq h \leq 8848$ پاسہدان دکہن. بو دیارکرنا مہودای ل فی باری دبیین کو بھای و کیمدبیت ہر چند بھای (x) زیدہ ببیت [ٹانکو بلنداہیی زیدببیت]، ٹہفہ و چہندی دیاردکہت کو بلندترین بھای مہودای دبیتہ بہرامبہری نزمترین بھای گورائی سہرہخو ٹانکو $f(-420) = 100.23$ و نزمترین بھای و دبیتہ بہرامبہری مہزنتترین بھای گورای (x) ٹانکو $f(8848) = 95.13$ و ہرہوسا مہودایی نمونہ (1) دبیتہ کو مہلا وان ژمارین راستی کو لاسہنگہیا $95.13 \leq y \leq 100.23$ پاسہدان دکہن.

راہینان

بہردہوامبون د بیرکاریدا

- 1 چہوا دی پاسہدان کہی کو خالہک ہر دوو پوتانین و دزانپاوبن دکہفہ سہر راستہہیلہکی کو هاوکیشا وی یا زانراوبیت.
- 2 روونبکہ چہوا ریسیا نہخشا ہیلہی دئینہدہر ب زانینا ہیلے روونکرئی.
- نہری ٹہف وینہیین روونکرئی نہخشا ہیلہی دنوینن؟ روونبکہ.



راہینانین ئاراستہ کری

نہری ٹہف نہخشا ہیلہیہ؟ روونبکہ.

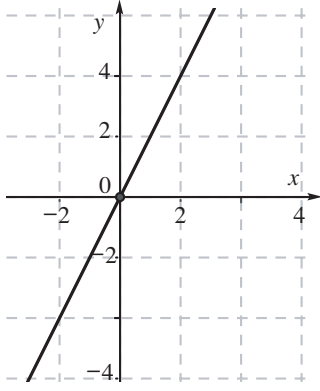
- | | | |
|--------------------------------|-------------------------------------|----------------------------|
| $g(x) = 4 + 10x$ 9 | $f(x) = -3x - 6$ 8 | $f(x) = 2 - x^2$ 7 |
| $g(x) = \frac{1}{x}$ 12 | $f(x) = \frac{3}{2}x + 4$ 11 | $f(x) = x^3 - x$ 10 |

13 خشتی ل خواری تیچوویا پھیونہدیکرینن مؤبایلی دیاردکہت دگہل تیچوویا نہگور کو بھای وئی 2 ہزار دینارن بو ہر خولہکہکی.

بجہتینان
بیرکاری بہکارچوون

6	5	4	3	2	1	ژمارا خولہکان
5.00	4.50	4.00	3.50	3.00	2.50	تیچوون ب سہنتان

خشتی بکاربینہ بو نقیسینا نہخشی. ہوار و مہودایی نہخشی دیاریکہ.



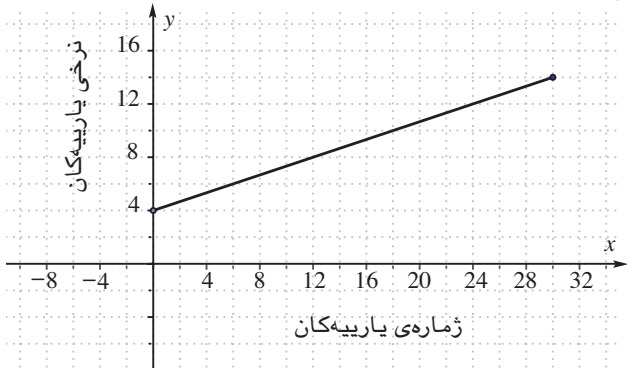
14 وینیی بهرامبهر هیلی ررونکرئی نهخشهکا هیلهی دنوینیت، خشتی بهایان پیکیبینه ورئسایئ بنقیسه جووتی ریکخستی تمامبکه ب مهرجهکی ئەو خاله بکه قیته سهر راسته هیلی $y = -4x + 21$

- (?, 9) 16 (5, ?) 15
(?, 0) 18 (0, ?) 17

راهینان و بجهینان

جووتی ریکخستی تمامبکه ب مهرجهکی ئەو خاله بکه قیته سهر راسته هیلی $y = 2x - 14$

- (?, 0) 22 (0, ?) 21 (10, ?) 20 (8, ?) 19
(?, 3) 26 (3, ?) 25 (-5, ?) 24 (5, ?) 23
(?, 10) 30 (?, -7) 29 (?, -4) 28 (?, 6) 27



31 ئەندازەیا پوتانی: وینئ ررونکرئی

په یوهندیا ناقبەرا ژمارا یاریین ئەلکترونی (ناقبەرا 0 و 30) و نرخئ وان دیاردکەت. خشتی بهایان بو قئ خشتی دروستبکه ورئسایئ بنقیسه.

32 ترومبیل: دەمئ تانکی

سووتەمەنیئ ترومبیللا خو پردکەئ. برئ سووتەمەنیئ دتانیکیا دبیتە نهخشەیهک، گوڤاوی ئازاد (سەر به خو) دبیتە ژمارا خولهکان. وەسا دانە کو ئەو سووتەمەنیا دچیتە دناف تانکیا ب تیکرایئ 18 لیترایه ل هەر خو له کەکی و فرەهیا تانکی 35 لیترن.

أ رئسایا نهخشەکی بنقیسه برئ وئ سووتەمەنیا دچیتە دناف تانکیا پی دەمی بنوینیت.

ب بوار و مەودایئ قئ نهخشئ دیاربکه.

33 بوخوئشیئ یانەیا گەنجان CD یان دفرۆشیت وەکی ل خشتئ ل خواری دیارکری، دگهل پارئ بەشداربوونئ ل یانی کو 25 هزار دینارن.

14	12	10	8	6	4	2	0	ژمارا CD
165	145	125	105	85	65	45	25	تیچووی

نەخشەکی بنقیسه ئەقئ بنوینیت.

34 **بۆخۇشۇپى:** يانەيا ژيانى CD يان دفرۇشيت وەكى ل خشتى ل خوارى دياركرى، دگەل پارى بەشداربونى بۇ يانى كو 35 هزار دینارن.

14	12	10	8	6	4	2	0	ژمارا CD
147	131	115	99	83	67	51	35	تېجوى

نەخشەكى بنقىسە ئەقى بنوینیت.

35 **تەکنەلوژيا:** بژمیرا روونكرنى بكاربینه بۇ وینەكرنا هیلى روونكرنى یین هەردوو نەخشین هەردوو پرسىارین بوورین د ئىك رووتەختى پۇتانیدا. بەراوردى بکە ل ناقبەرا هەردوو دياردان. کیژ يانە دياردا باشتىر پېش كېش دكەت؟ ئەوى روونبکە.

بەرھنگارى

لینیرینەك بۇ پاش

خشتى بەھيان بۇ ھەر نەخشەكى پىكبينە ب لجهدانانا بەھيان

1, 2, 3, 4, 5, 10 ل جھى x و هیلى روونكرنى بکېشە.

$y = 5x - 1$ 37

$y = 2x + 1$ 36

ب ھزرى بەھيى ژماردى بۇ ھەر برەكى ژ ئەفان بەھژمیرە:

$1\ 000 \times 1\ 000$ 41

$\frac{480}{16}$ 40

10×30 39

$300 - 196$ 38

لینیرینەك بۇ پېش

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1	4	9	16	25	36	49	64

42 توپژى لسەر خشتى ل سەرى بکە، ئەرى نەخشا هیلەى دنوینیت؟

43 رېسايەكى بۇ پەيوەندیا ل ناقبەرا x و y بنقىسە. پېدايین خشتى ب روونكرنى بنوینە و بەرسقا خو یا بەرى ساخبکە.

شيۆه يين جياواز بو ھاوكيشا راسته هيلي



وانه 3

ئارمانج

- شيۆه يين جوراو جور بو ھاوكيشا راسته هيلي دناسن.
- ھاوكيشا راسته هيلي ب شيۆه يين جورا و جور دنقيسن.

بوچى

ھاوكيشا راسته هيلي روولەكى گرنگ ل بىركارىي دگيريت. ئەو سادەترين نەخشا جەبرى دنوئيت، ھەروسا دەيتە بكارئىنان بو بنياتانانا سامبلان بو گەلەك كيشين ژيانى.

چالاقى 1

ھاوكيشا راسته هيل لسەر شيۆى لارى - ئىكو دووپرىنى

نەوزادى سەرەدانا كۆمپانىيەكا كرىكرنا ترومبيلان كر. فەرمانبەرىن كۆمپانىي گۆتەوى دقئيت ئەو 100 ھزار دىناران بەدەت دەمى ترومبىلى وەردگرت، و 1.5 ھزار دىناران بەدەت بو برىنا ھەر ئىك كىلومەترى.

1. قى خشتى تامبىكە.

ژمارا كىلومەتران	10	20	30
پارى دقئيت بەدەت	$1.5 \times 10 + 100$		

2. ھاوكيشەكى بنقىسە كو كوژمى پارى پىدقى بەدەت (y) پى ژمارا كىلومەتران (x) بنوئيت.

3. قى ھاوكيشى ب روونكرنى بنوئىنە.

بجھئىنان

بازرگانى

هاوكيشا راسته هيلی لسهر شیوی لاری - ٹیکو دووبرینی

هاوكيشا راسته هيلی لسهر شیوی لاری - ٹیکو دووبرینی ئەقەیه $y = mx + b$ کو m و b دوو ژمارین راستینه. ژمارا m لاری راسته هیلاییه، b تانی خالا ٹیکو دووبرینا راسته هیلای دگهل تهوهری (y) یه.

نموونه 1

لاری راسته هیلای و خالا ٹیکو دووبرینی دگهل تهوهری (y) دیاریکه .

ا $y = 3x - 4$ ب $y = -5x + 3$ ج $y = 5$

شیکار

ا لاری 3 و خالا ٹیکو دووبرینی $(0, -4)$

ب لاری -5 و خالا ٹیکو دووبرینی $(0, 3)$ ج لاری 0 و خالا ٹیکو دووبرینی $(0, 5)$

ههولبده

راسته هیلای فی هاوكيشی دنوینیت بکیشه $y = 2x - 8$.

چالاکسی 2

هاوكيشا راسته هیلای لسهر شیوی لاری - خالهك

ههكه لاری راسته هیلای m و خالا (h, k) کو راسته هیل تیرا دبووریت بزانی، تو دکاری هاوكيشی بنقیسی.

1. هاوكيشا راسته هیلای لسهر شیوی لاری - ٹیکو دووبرینی ئەقەیه $y = mx + b$. په یوهندی ل ناقبهر لاری m و هاوكولکی x چیه؟ چهوا هاوكيشا راسته هیلای دی نقیسی بو دهر برینا ئەقی په یوهندی؟

2. هاوكيشا راسته هیلای بنقیسه کو دخالا (h, k) رادبووریت ب لجهدانانا (h) ل جهی (x) و (y) ل k جهی.

3. هاوكيشی شیکاریکه و بهایی b دهر ئەنجامیکه پی m ، 0 ، و k .

4. ل جهی b بهایی وی دانه، و هاوكيشا راسته هیلای لسهر شیوی لاری - خالهك بنقیسه.

هاوكيشا راسته هیلای لسهر شیوی لاری - خالهك

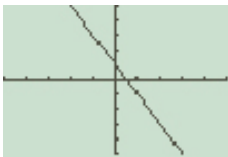
هاوكيشا راسته هیلای لسهر شیوی لاری - خالهك ئەقەیه $y - y_1 = m(x - x_1)$ کو

• m لاری راسته هیلاییه.

• (x_1, y_1) پوتانی وی خالا راسته هیل تیرا دبووریت.

نموونه 2

هاوكيشا راسته هیلای بنقیسه کو لاری وی (-2) و دخالا $(-1, 1)$ رادبووریت، پاشی ویینی وی بکیشه.



شیکار

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-1) = -2(x - 1)$$

$$y + 1 = -2x + 2$$

$$y = -2x + 1$$

ههولبده هاوكيشا راسته هیلای بنقیسه کو لاری وی (3) یه و دخالا $(-2, -1)$ رادبووریت، پاشی ویینی

بکیشه.

چالاکی 3

هاوکیشا راسته هیلی د دوو خالانرا دبووریت

هاوکیشا وی راسته هیلی بنقیسه کو د هر دوو خالانرا (5, 3) و (7, 4) دبووریت.

1. لاری راسته هیلی بهژمیره.

2. هاوکیشا وی راسته هیلی بنقیسه لسهر شیوی لاری - خالهک، پاشی لسهر شیوی لاری - ئیکودووبرینی

هاوکیشا وی راسته هیلی د دوو خالانرا دبووریت

هاوکیشا وی راسته هیلی د دوو خالانرا (x_1, y_1) و (x_2, y_2) دبووریت نهقیه.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

هاوکیشا وی راسته هیلی بنقیسه کو د هر دوو خالانرا (5, 65) و (7, 71) دبووریت لسهر شیوی لاری - ئیکودووبرینی.

ههولبده

شیوی گشتی بو هاوکیشا راسته هیلی

چالاکی 4

هاوکیشا راسته هیلی لسهر شیوی گشتی

ریقه بهریا باغچی نازهلان پلیتا چوونا ژورور ب 10 هزار دینار بو مهزنان دیارکربوو و ب 5 هزار دیناران بو زاروکان، دهستکه فتی پوژا چارشه مبی گه هشته 1 350 دیناران.

خشته یه کی بهها	
y	x
	50
120	
70	
	120

1. x بکارینه بو ژمارا مهزنان و y بو ژمارا زاروکان دهستکه فتی پوژا

چارشه مبی 1 350 دینار بوو. نهقی ب هاوکیشه کی دهر بیره؟

2. خشتی تمامبکه بو پیکئینانا جووتین ریگخستی کو هاوکیشی ساخبکن.

3. ب روونکرنی هاوکیشا ب دهست ته که فتی بنقیسه بکارئینانا جووتین

ریگخستی، وینی روونکرنی یی ب دهست ته که فتی یی چه وایه؟

4. پشتراستبه ژ بهرسقا خو لسهر وینی روونکرنی ب رییا شیکارکرنا هاوکیشی بو نقیسینا x پی y .

جیبه جیکردنه کان

بو خویشی

✓ خالی چاودیری

هاوکیشا راسته هیلی لسهر شیوی گشتی

هاوکیشا راسته هیلی لسهر شیوی گشتی نهقیه $ax + by = c$ کو.

• a و b و c ژمارین راستینه.

• ئیک ل دووق ئیک a و b ب کیماتی نه یه کسانن ب سفری.

هاوکیشا راسته هیلی لسهر شیوی گشتی بنقیسه.

$\frac{3}{4}x - 2 = 3y$ [ج]

$x = -13y + 4$ [ب]

$y = -2x + 3$ [ا]

شیکار

$x = -13y + 4$ [ب]

$y = -2x + 3$ [ا]

$x + 13y = 4$

$2x + y = 3$

$\frac{3}{4}x - 2 = 3y$ [ج]

نهقیه لسهر شیوی گشتیبه

چونکی دهیته نقیسین

$\frac{3}{4}x + (-3)y = 2$

$\frac{3}{4}x - 2 - 3y = 0$

$\frac{3}{4}x - 3y = 2$

3

نونه

قان هاوكيشه يين راسته هيلان لسهر شيوي لاري - نيكودووپريني بنقيسه.

$2y - 2x = 6$ [ا]
 $6x + 4y = 4$ [ب]
 $\frac{3}{4}y - 6x = 3$ [ج]

شيكار

$6x + 4y = 4$ [ب]
 $2y - 2x = 6$ [ا]

$4y = -6x + 4$
 $2y = 2x + 6$

$y = -\frac{3}{2}x + 1$
 $y = x + 3$

$\frac{3}{4}y - 6x = 3$ [ج]

$\frac{3}{4}y = 6x + 3$

$y = 8x + 4$

ههولبده هاوكيشا $y - 23 = 5(x - 4)$ لسهر شيوي لاري - نيكودووپريني بنقيسه پاشي لسهر شيوي گشتي بنقيسه.

هاوكيشه يين دوو راسته هيلين ناسويي و ستووني

هاوكيشا راسته هيلي ناسويي نهقيه $y = b$ كو b نيكودووپرينا راسته هيليه دگه ل تهوهرئ

دووي، لاري راسته هيلي ناسويي دبته سفر.

هاوكيشا راسته هيلي ستووني نهقيه $x = b$ كو b نيكودووپرينا راسته هيليه دگه ل تهوهرئ

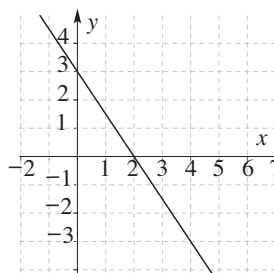
دووي، لاري راسته هيل ستووني نهيا پينا سكريه.

شيوه يين جياواز بو هاوكيشا راسته هيلي

نمونه	شيوي هاوكيشي	ناقئ شيوهي
$y = 3x + 5$	$y = mx + b$	لاري - نيكودووپريني
$3x - 2y = 5$	$ax + by = c$	گشتي
$y - 2 = -3(x - 1)$	$y - y_1 = m(x - x_1)$	لاري - خالهك
$y - 65 = \frac{71 - 65}{7 - 5}(x - 5)$	$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$	دووخالانرا دبووريت

راهينان

به رده وامبون د بير كاريندا



1 هاوكيشا راسته هيلهكي بنقيسه لاري وي m بيت و دخالا بنه رته را ببووريت

2 چهوا راسته هيل $y = mx + b$ دههته گوهرين دههه بهايي b بههته گوهرين.

3 چهوا راسته هيل $y = mx$ دههته گوهرين دههه بهايي m بههته گوهرين.

4 چهوا شيوي لاري - خالهك دههته بكارينان بو نقيسينا راسته هيلي

دههردوو خالانرا $(1, 1)$ ، $(-2, 4)$ د بووريت؟

5 روونبكه چهوا هاوكيشا راسته هيلي ل ويئي بهرامبه ر دي نقيسي.

6 چهوا هاوكيشا $3x + 3y + 2 = 0$ لسهر شيوي لاري - نيكودووپريني دي نقيسي.

راهینا تین ناراسته کری

هاوکیشا هر راسته هیله کی لسهر شیوی گشتی بنقیسه.

$3x = -7y - 17$ **9** $2y = 3x - 4$ **8** $y = 3x + 7$ **7**

هاوکیشا راسته هیلی لسهر شیوی لاری - نیکو دوو برینی بنقیسه ب زانینا لاری وی و خاله کی.

لاری خاله کی **12** لاری خاله کی **11** لاری خاله کی **10**
 $(3, -4)$ $(-3, 4)$ $(3, 4)$

هاوکیشا راسته هیلی لسهر شیوی لاری - نیکو دوو برینی، و لسهر شیوی گشتی بنقیسه.

$y = 10(-4x + 3)$ **15** $3y = 9x + 15$ **14** $y - 50 = 8(x - 4)$ **13**

هاوکیشا راسته هیلی بنقیسه لسهر شیوی لاری - نیکو دوو برینی ب زانینا دوو خالان لسهر وی راسته هیلی.

$(-3, -2), (3, 2)$ **18** $(-4, 4), (-3, 3)$ **17** $(-2, 5), (5, -2)$ **16**

راهینان و بجهینان

پوتانی خالین نیکو دوو برینا راسته هیلی دگهل هر دوو ته وهرین پوتانی دیار بکه.

$y = -3x + 5$ **21** $y = 8x - 1$ **20** $y = 4x + 5$ **19**

$y = -5x - 9$ **24** $y = 17x - 4$ **23** $y = -2x + 13$ **22**

$5x + 4y = 12$ **27** $3x - 2y = 12$ **26** $y + x = 10$ **25**

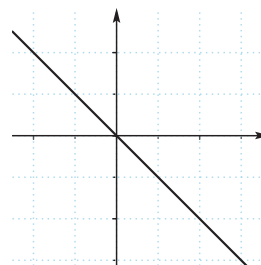
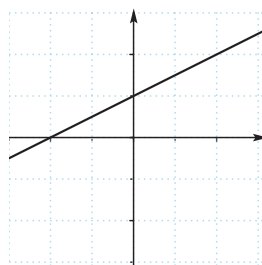
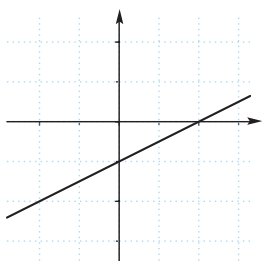
$9x + y = 18$ **30** $2x - 7y = 14$ **29** $4x - 5y = 20$ **28**

لاری راسته هیلی و نیکو دوو برینی دگهل ته وهری دووی دیار بکه بیی کیشانا وینهی.

$y = 7$ **33** $y = -5x + 3$ **32** $y = -5x$ **31**

$y = \frac{1}{3}x - 5$ **36** $y = 7 - x$ **35** $x = 7$ **34**

هاوکیشا راسته هیلی لسهر شیوی لاری - نیکو دوو برینی بنقیسه.



40 لاری راسته هیلی چنده هه که هاوکیشا وی $6x + 2y = 40$ بیت؟

نکارن هاوکیشا راسته هیلی $x = 4$ لسهر شیوی لاری - نیکو دوو برینی بنقیسن چونکی لاری وی نه پیناسکریه، لی دکارن ب شیوی $4 \times x + 0 \times y = 4$ بنقیسن، فی خشتی تمامبکه.

لسهر شیوی گشتی	لسهر شیوی لاری - نیکو دوو برینی	هاوکیشا پیدای	
		$x = 1$	41
		$y = 4$	42
		$x + y = 5$	43
		$y = 4x$	44
		$x = 4y$	45

46 ويىنى ھەردوو راستەھيىلان بكيىشە $4x + 2y = 12$ و $2x + y = 10$ چى تيبينىي دكەي؟
 47 **زينگەھ:** ھەسا دانە كو بلنداھيا ئاقى د رووبارەكيدا 34 cm ، و ئەف بلنداھيه روژانە زيىدەدبىت ب تيكرايى 5cm، ھاوكيشەكى بنقيسە كو (h) بلنداھيا ئاقى بيت و (d) ژمارا روژان بيت، پشتى چەند روژان بلنداھيا ئاقى دى بيتە 260cm؟

48 **باشنيخستن:** بابى داناي پليتا پەشداربوونى ژ يانەكا وەرزىش كرى ب بەھايى 40 ھزار دیناران. دانا پى قى پليتى ھەر روژەكاسەرەدانا وانى بکەت 1 ھزار دینارى ددەت ژبلى ئابوونا ئاسايى كو دبیتە 3.5 ھزار دینار. چەند جاران دانا دشت بچیتە يانى ھەتا بابى وى زەرەرمەند نەبیت ل کرينا پليتى.

49 **بازرگانی:** نرخى پليتا چوونە ژوورا ئاھەنگەكى 5 ھزار دینارن بو مەزنان و 3 ھزار دینارن بو ژاروكان، ھاوكيشەكى بنقيسە كو داھاتى ئاھەنگى گەھشتیه 700 ھزار دیناران بكارئینانا x بو ژمارا مەزنان و y بو ژمارا ژاروكان، لارى راستەھيلى وى ھاوكيشى دنوینیت چەندە؟ وئيكودووبرين دگەل تەوهرى دووى چەندە؟

لینیرینەك بو پاش



50 ریسیا $d = vt$ دووریا ترومیپلەك ب مەتران دبرت و لەزا وى (v) ب مەتران دچرکەكیدا و (t) دەم ب چرکان دنوینیت، قى ریسیا بكاربینه بو ھەژمارتانا دووریا ترومیپل ل دەمى 4 چرکان دبرت، ھەكە لەزا ترومیپلى 50 مەتر د چرکەكیدا بوون.

51 ریسیا ھەژمارتانا چيوى بازنى P پى نيفتيرى وى بنقيسە، پاشى قى ریسیا بكاربینه بو ھەژمارتانا چيوى بازنەكى نيفتيرى وى 8cm بيت، ژمارە 3.14 بكاربینه ھەك بەھايەكى نيزيك بو ژمارە π .

قى خشتى كوپیپكە، پاشى تامبکە، كەرتان بسادەترین شیوہ بنقيسە.

شيوى كەرتى	شيوى دەھى	ژمارە ھەك ریزا سەدى
	0.3	33 $\frac{1}{3}$ %
	0.875	
		2%
$\frac{1}{20}$		
		12 $\frac{1}{2}$ %
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{6}$		
		0.01%
	0.80	
$\frac{2}{5}$		
	0.45	
$\frac{5}{6}$		

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

لینیرینەك بو پاش



64 دئيك رووتەختى پوتانيدا ھەردوو راستەھيىلان $y = 2.12x - 3.7$ و $y = x + 5.4$ بكيىشە. پوتانى ھەموو خالىن ئيكودووبرينى ل ناقبەرا وان دياربکە.

وانه 4

تەریببوون و ستوونبوونا راسته‌هیلان



ئارمانج

- تەریببوونا دوو
راسته‌هیلان یان ستوونبوونا
وان دیاردکەن ب بەراوردیا
لارین وان.
- نفیسینا هاوکیشا
راسته‌هیلەکی تەریب دگەل
راسته‌هیلەکی دی یان
ستوون دگەل وی.

بوچی

زانینا راسته‌هیلین تەریب یان
ستوون ب ریکا بەراوردیا لاری وان
ب پینگاقەکا مەزن دەیتە دانان بو
دیاردکەن پەیوهندیان ل نافه‌را
راسته‌هیلان بیی ویتەکرنا وان.

بجهئینان

فیزیا

ئاف ب شیوه‌یین جوراو جور دیاردبیت ل دووق پلین گەرماتیا وی، دبه‌ستیت ل پله‌یین گەرماتیا
گەلەك نزم وهکی دیاربوونا چیاپی به‌فری ل وینه‌ی، یان ئاف ده‌یتە گوهورین بو هیلمی ل

کالفن	سەد	فهرنهایت	
373	100	212	که‌لاندنا ئافی
273	0	32	به‌ستنا ئافی
0	-273	-459	سفری رووت

پله‌یین گەرماتیا بلند. خشتی به‌رامبەر پله‌یین
گەرماتی ب سی پیفانان دیاردکەت، پیفه‌ری
فهرنهایتی و پیفه‌ری سەدی و پیفه‌ری کالفن.

گوهرینا پلا گەرماتی ژ پیفانا سەدی بو پیفانا
فهرنهایتی پی یاسایا $F = \frac{9}{5}C + 32$ دبیت، و پیفانا

کالفن بو پیفانا فهرنهایتی پی یاسایا $F = \frac{9}{5}K - 459.4$

دبیت، تو دشیی فان هەردوو هاوکیشان دووباره بنقیسی

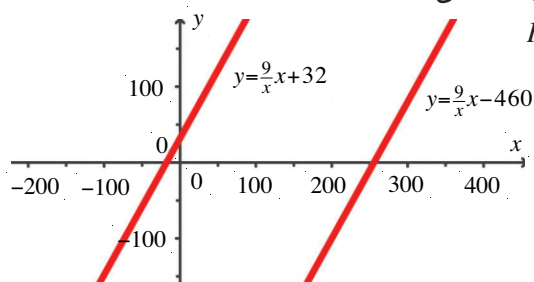
ب لجه‌دانانا (y) لجه‌ی F، و (x) ل جه‌ی C یان K

$$y = \frac{9}{5}x - 460 \text{ و } y = \frac{9}{5}x + 32$$

ئەو هەر دوو راسته‌هیلین فان هەردوو

هاوکیشان دنوینن دتەریب و لاری وان

دیەکسانن.



تەریببونا راستەھیلان

ھەكە لاری دوو راستەھیلان یەكسان بوون، دی تەریب بن
 ھەكە دوو راستەھیل تەریب بوون، دی لاری وان دیەكسان بن
 [نەستوون بن لسەر تەوهری ئیکی].

لسەر شیوی لاری - ئیکودووپرینی ھاوکیشا وی راستەھیلی تەریب دگەل راستەھیلی $y = 3x - 7$
 وتەوهری صادی ل 4 ی دپرت بنقیسە.

شیکار

لاری وی راستەھیلی دبیتە 3 و تەوهری دووی ل 4 ی دپرت، ھاوکیشا وی دبیتە
 $y = 3x + 4$.

نۆونە

1

لسەر شیوی لاری - ئیکودووپرینی ھاوکیشا وی راستەھیلی تەریب دگەل راستەھیلی $y = 0.5x + 5$
 وتەوهری دووی ل (-2) دپرت بنقیسە.

ل بیرا تەبیت دوو راستەھیل دگەل ئیکودوو ستوون دبن ھەكە ئیکودووپرین و گوژشەكا وەستاو
 پیکبین، ل قی چالاکیا ل خواری پەیوهندی ل ناقبەرا دوو راستەھیلین ستوون دئینەدەر.

ھەولبەدە

چالاکی

قەدیتنا پەیوهندیا ل ناقبەرا دوو راستەھیلین ستوون و لاری وان

ل قی چالاکیی تە پیدقی ب راستەكا وەستاو و كاغەزا بەیانی ھەیە كو ھەردوو تەوهرین
 رووتەختی پۆتانی لسەر بن.

1. ئەری ھەردوو راستەھیل $y = -2x + 3$ و $y = 0.5x - 2$ ئیکودووپرین؟ ئەقی پوونبەكە.

2. قان ھەردوو راستەھیلان دئیک رووتەختی پۆتانیدا بکیشە، ب روونكرنی، پۆتانی خالا
 ئیکودووپرینا وان دیاربەكە.

3. ل دووق رایئ تە پەیوهندیا ل ناقبەرا ھەردوو راستەھیلان چییە؟ راستەیا وەستاو
 بكاربینە بۆ ساخكرنا بەرسقا خو.

4. لاری راستەھیلی ئیکی و لاری راستەھیلی دووی لیکبە. ئەنجامی لیکدانی چەندە؟

ستوونبونا راستەھیلان

ھەكە ئەنجامی لیکدانا لاری دوو راستەھیلان ببیتە (-1)، دی ستوون بن.

ھەكە دوو راستەھیل ستوون بن، دی ئەنجامی لیکدانا لاری وان بیتە (-1).

لسەر شیوی لاری - ئیکودووپرینی ھاوکیشی وی راستەھیلی تەوهری دووی ل (4) ی دپرت و
 ستوون بیئ لسەر راستەھیلی $y = 3x + 2$ بنقیسە.

شیکار

لاری راستەھیلی دبیتە $(-\frac{1}{3})$ ستوونە دگەل راستەھیلی $y = 3x + 2$ كو لاری وی دبیتە 3، ھاوکیشا
 داخوازكري ئەقەیە $y = -\frac{1}{3}x + 4$.

نۆونە

2

لسەر شیوی لاری - ئیکودووپرینی، ھاوکیشا وی راستەھیلی تەوهری دووی ل (6) ی دپرت
 و ستوون بیت دگەل راستەھیلی $y = 4x + 2$ بنقیسە.

ھەولبەدە

لسهر شیوهیی لاری - خالهك، هاوكیښا وی راسته هیلی دخالا (4, 5) را دبووریت وستون بیت
لسهر راسته هیلی $2x + 3y = 7$ بنقیسه.

شیکار

دهستپیښه ب نقیسینا هاوكیښا راسته هیلی پیدایی لسهر شیوهیی لاری - نیکو دوو برینی $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$
لاری راسته هیلی ستون دبیته $\frac{3}{2}$. هاوكیښا راسته هیلی لسهر شیوهیی لاری - خالهك ئه قهیه
 $y - y_1 = m(x - x_1)$ فیجا هاوكیښا راسته هیلی داخوازگری دبیته $y - 5 = \frac{3}{2}(x - 4)$.

ههولښده لسهر شیوهیی لاری - خالهك، هاوكیښا وی راسته هیلی دخالا (3, -2) را دبووریت وستون بیت
لسهر راسته هیلی $4x - 2y = -6$ بنقیسه.

راهینان

بهرده و امبوون د بیر کار پیدا

1 روونبکه چهوا هاوكیښا راسته هیلی ته ریب دگهل راسته هیلی $y = 4x + 3$ دی نقیسی.

2 راسته هیلهك لاری وی $\frac{2}{3}$ ، روونبکه چهوا لاری راسته هیلی ستون دگهل وی دئینه دهر.

3 چهوا لاری راسته هیلی ستون دگهل راسته هیلی $y = \frac{1}{3}x + 2$ دیار دکه ی.

4 روونبکه چهوا هاوكیښا راسته هیلی ستون دگهل راسته هیلی $y = 4x + 3$ دئینه دهر.

راهینانین ناراسته کری

لسهر شیوی لاری - نیکو دوو برینی، هاوكیښا وی راسته هیلی ته وهری دووی ل (5) ی دبرت
وته ریب بت دگهل راسته هیلی پیدایی بنقیسه.

5 $y = 2x + 3$ 6 $y = -3x$ 7 $4y = x$ 8 $y = -6x + 2$

لسهر شیوی لاری - نیکو دوو برینی، هاوكیښا وی راسته هیلی ته وهری دووی ل (5) ی دبرت و
ستون بیت دگهل راسته هیلی پیدایی بنقیسه.

9 $y = 3x - 3$ 10 $y = -3x$ 11 $5y = x$ 12 $-6y = x$

لسهر شیوی لاری - خالهك، هاوكیښا وی راسته هیلی دخالا (4, 5) را دبووریت وستون بیت دگهل
راسته هیلی پیدایی بنقیسه.

13 $2x + 3y = 4$ 14 $x - 3y = 8$ 15 $-2x - 8y = 16$

راهینان و بجهینان

لاری هر راسته هیلهکی دیار بکه.

16 $y = 4x + 10$ 17 $3x + y = 7$ 18 $10 = -5x + 2y$

19 $4x - 3y = 12$ 20 $y = \frac{1}{3}x - 3$ 21 $3x - y = 7$

$$13 = 20x - 5y \quad 24 \quad 3x + 2y = 51 \quad 23 \quad 2x - y = 14 \quad 22$$

$$4x + \frac{1}{4}y = 8 \quad 27 \quad \frac{2}{3}x + 6y = 1 \quad 26 \quad 3y = -4x + 2 \quad 25$$

لاری راسته هیلی ستون دگه‌ل راسته هیلی دیارگری بینهدر.

$$13 = -x + y \quad 30 \quad -\frac{1}{2}x - y = 20 \quad 29 \quad y = -\frac{1}{3}x + 10 \quad 28$$

$$3x + y = 2 \quad 33 \quad y = 5x + 10 \quad 32 \quad 3x + 12y = 12 \quad 31$$

$$2y = 5x + 11 \quad 36 \quad 4x + 4y = 12 \quad 35 \quad 20 = -5x + 2y \quad 34$$

$$4y = 20x - 3 \quad 39 \quad 12x + 3y = 10 \quad 38 \quad -4x + 8y = 17 \quad 37$$

لسهر شیوهی گشتی هاوکیشا وی راسته هیلی دخالا (2,3) را دبووریت و ته‌ریب بت دگه‌ل راسته هیلی دیارگری بنقیسه.

$$y = 2x - 3 \quad 42 \quad 3x = 7y + 2 \quad 41 \quad x + y = 1 \quad 40$$

$$11 = 3y + 2x \quad 45 \quad 7x - 2y = 10 \quad 44 \quad 3y = 2x \quad 43$$

لسهر شیوی لاری - نیکو دووبرینی، هاوکیشا وی راسته هیلی ب فان پیدایان دیارگری بنقیسه.

ته‌ریبه دگه‌ل راسته هیلی	دبووریت
$5x + 2y = 10$	(3, -5)
$y = 3x - 4$	(2, 7)
$y = 7$	(2, -4)
$3x + y = 5$	(-2, 4)
$y = 2x - 5$	(-1, 4)

51
52
53
54
55

ته‌ریبه دگه‌ل راسته هیلی	دبووریت
$5x - 2y = 10$	(3, -5)
$y = 3x - 4$	(-2, 7)
$y = 7$	(2, 4)
$y = 3x - 4$	(2, -4)
$y = 2x + 5$	(-1, 4)

46
47
48
49
50

راسته هیلی $y = 5x$ بکیسه.

56 راسته هیله‌کی ته‌ریب دگه‌ل راسته هیلی $y = 5x$ بکیسه، هاوکیشا وی بنقیسه.

57 راسته هیله‌کی ستون دگه‌ل راسته هیلی $y = 5x$ بکیسه، وهاوکیشا وی بنقیسه.

لاری وی راسته هیلی چهنده؟

58 ته‌ریب بیت دگه‌ل راسته هیله‌کی ئاسویی

60 ته‌ریب بیت دگه‌ل راسته هیله‌کی ستونی

59 ستون بیت دگه‌ل راسته هیله‌کی ئاسویی

61 ستون بیت دگه‌ل راسته هیله‌کی ستونی

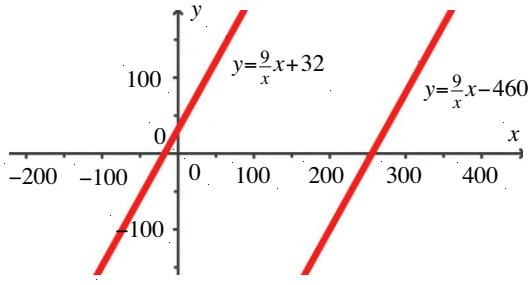
ئه‌ندازه: هاوکیشین چار راسته هیلان بنقیسه کو نیکو دووبرین دا لایین چار گوشه‌یه‌کی

دروستبکهن.

62 ته‌ریب بن دگه‌ل هردوو ته‌وهرین پوتانی. 63 ته‌ریب نه‌بن دگه‌ل هردوو ته‌وهرین پوتانی.

گریدان

64 **نہندانہ:** ٹیک ژ لایین چارگوشی دکہفتہ سہر راستہھیلی $y = \frac{3}{4}x + 5$ ھاوکیشین وان راستہھیلان بنقیسہ کو چیدبیت لایین دی بیچ چارگوشی بکہفنه سہر وان ھاوکیشان.



ھاوکیشا $y = \frac{2}{5}x + 32$ گۆھۆرینی
ژ پیقانا سہدی بۆ پیقانا
فہرنہایت دکہت و ھاوکیشا
 $y = \frac{2}{5}x - 460$ گۆھۆرینی ژ
پیقانا کالغن بۆ پیقانا
فہرنہایتی دکہت.

65 **فیزیا** یاسایہکی بنقیسہ بۆ
گۆھۆرینا پلہییڭ گہرماتیی ژ پیقانا
فہرنہایت بۆ پیقانا سہدی.
یاسہیہکا دی بنقیسہ بۆ گۆھۆرینا
پیقانا فہرنہایت بۆ پیقانا کالغن،
وان ھەردوو یاسایان لسەر شیوی
ھاوکیشی بنقیسہ، بکارئینانا (x)
بۆ پلین گہرماتیی ب پیقانا
فہرنہایت و (y) بۆ پلین گہرماتیی
ب پیقانا کالغن یان ب پیقانا
سہدی. ھەردوو راستہھیلان بکیشہ.

66 پەیوہندی ل نافیہرا ھەردوو راستہھیلین راھینانا (65) چییہ؟ لاری ھەر ئیکی ژ وان بنقیسہ.

67 پەیوہندی ل نافیہرا ھەردوو راستہھیلین راھینانا (66) و ھەردوو راستہھیلین گۆھۆرینا پیقانا کالغن و پیقانا سہدی بۆ پیقانا فہرنہایت دنوینن چییہ؟

لینیرینەك بۆ پاش

68 کفانان ل ھەر جھەکی پیدقی دانہ دایەکسان بوون یا دروست بیت:

$$2 \times 7 + 35 \div 7 - 10 = 2$$

ب سادەترین شیوہ بنقیسہ.

3x + 2 + 4y - 2 + 3y **70**

$2x^2 + 3y + 4y + 3x^2$ **69**

3x + 4y + 2x + 5 - 6y **72**

2x + 3xy + 5x^2 - 7xy **71**

3xy + 2x + 4y - xy **74**

$4x^2 + 5x + 8 + 11x^2 + 3x$ **73**

$4y^2 - 12y + 6xy + 3y$ **76**

$9x^2 + 5xy + 2x - 4x^2$ **75**

لینیرینەك بۆ پیش

چەند جووتین ریکخستی دبنہ شیکار بۆ سیستەمی دوو ھاوکیشەییڭ ھیلەمی ب دوو گۆراوان، ھەکە ھەردوو راستہھیلین فان ھەردوو ھاوکیشان دنوینن ئەقەبن.

77 تەریب بن دگەل ئیکو دوو. **78** ستوون بن دگەل ئیکو دوو.

شىكاركرنا سىستەمى ھاوكېشەيىن ھىلەي ب روونكرنى

وانە
5

بۇچى

كەلەك جارن سىستەمى ھاوكېشەيىن ھىلەي دەيتە بكارئىنان بۇ شىكاركرنا روونائىن ژيانا رۇژانە، ب تايبەت ل بواری كارگىرىي و نابوورى. ل ھندەك جارن دەرتىنانا شىكارا دروست نەيا گرنگە، لى پىدقيا شىكارەكا نىژىك بىتەدەر، و ل ھندەك بارن داخووزى ئەوہ ھەكە شىكار ھەبىت كا نىك شىكارە يان گەلەك شىكار ھەنە. ل فان بارن شىكاركرنا سىستەمى ھاوكېشەيىن ھىلەي ب روونكرنى ھارىكاريا مە دكەت بۇ بەرسقدانى لسەر پرسىيارا ھاتىبەكرن.



نارمانچ

- سىستەمى دوو ھاوكېشەيىن ھىلەي ب روونكرنى شىكاردكەن.
- سىستەمى دوو ھاوكېشەيىن ھىلەي پۇلېندكەن.

شىكاركرنا سىستەمى ھاوكېشەيىن ھىلەي ب روونكرنى

ل بەشى بوورى تو فېربووى چەوا سىستەمى ھاوكېشەيىن ھىلەي شىكاربەكەي بكارئىنانا لجدانانى يان لادانى، د ھەر ئىككى ژ وان ھەردوو رىباندا دقېت بەھايى ئىكى ژ وان ھەردوو نەزانراوان دياربەكەي، پاشى بەھايى بى دى دياربەكەي. ل لايەكى دى، چىدبىت شىكاركرنا روودانەكا ژيانا رۇژانە پىدقيا ب دەرتىنانا بەھايەكى نىژىك بۇ شىكارى ھەبىت، و چىدبىت پىدقيا ب بەرسقدانى لسەر پرسىيارەكا سادە ھەبىت بۇ نمونە: ئەرى شىكارەھەيە بۇ سىستەمى ھاوكېشەيىن؟ و ژمارا وان چەندە ھەكە ھەنە؟ ل قى وانى دى فېرى رىبەكەي بى بۇ شىكاركرنا فان سىستەمان و بەرسقەكا بلەز بۇ فان پرسىياران دابىنبەكەي.

چالاكى 1

شىكاركرنا سىستەمى ھاوكېشەيىن ھىلەي ب روونكرنى

تە پىدقيا ب بزمىرا روونكرنى يان كاغەزا روونكرنى [كاغەزا چارگۆشەي] ھەيە.

$$دئ ب روونكرنى سىستەمى \begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = -x + 5 \end{cases} \text{ شىكاربەكەي.}$$

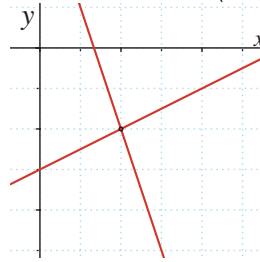
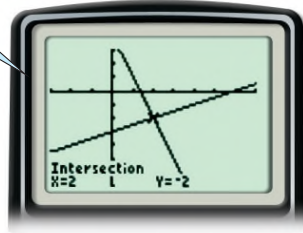
1. چى دبىژى بۇ خالا (c, d) ل گۆرى ھەردوو راستەھىلان $y = 3x + 1$ و $y = -x + 5$ ھەكە جووتى رىكخستى (c, d) شىكاربىت بۇ وى سىستەمى؟
2. ھەردوو راستەھىلان دنىك رووتەختى پۇتانىدا بكىشە.
3. بەھايى نىژىك بۇ پۇتانى خالا ئىكودووپرېنا ھەردوو راستەھىلان بىنەدەر.
4. شىكارەكا نىژىك بۇ سىستەمى بىنەدەر.

خالەكا چاقدىرىي ✓

ب روونکرنی سیستہمی $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ شیکار بکہ شیکار

دا راستہ هیلی $3x + y = 4$ بکیشی، خالا ٹیکو دوو برینی دگهل تهوهری دووی y بیندهر ب ریبا دانانا سفری لجهی گوپاوی x و دهرئینانا بهایی گوپاوی y بی بهرامبر $y = 4$ ب دست ته دکه قیت، راسته هیل دخالا $(0, 4)$ را دبووریت. دیسا خالا ٹیکو دوو برینا راسته هیلی دگهل تهوهری ٹیکی x دیار بکہ، ب دانانا بهایی سفری ل جهی گوپاوی y و دهرئینانا بهایی x بی بهرامبر $x = \frac{4}{3}$ ، ب دست ته دکه قیت، فیجا راسته هیل دخالا $(\frac{4}{3}, 0)$ را دبووریت. نهوکه راسته هیلی بکیشه.

ئەفئ شاشی وەکی ئەفال
خواری یا پیناسکری 7; -3
ئاسویی 3 و -7 ستونی دا
وینی بهرامبر ب دست بکه قیت.



ریبا بهری بکارینه بو کیشانا راسته هیلی $x - 2y = 6$ هردو راسته هیل ٹیکو دوو برن ل جھی y . خالا $(2, -2)$ شیکار نه قیه $(2, -2)$.

	$x - 2y = 6$	$3x + y = 4$
	$2 - 2(-2) = 6$	$3 \times 2 + (-2) = 4$
	$2 + 4 = 6$	$6 - 2 = 4$
دروسته		دروسته

چالاکی 2

پولینکرن سیستہمی هاوکیشہیین هیلهی

ته پیدقی ب بزمیرا روونکرنی یان کاغزا چارگوشه یان ههیه.

1. ب روونکرنی سیستہمی ٹیکی بنوینه.

A. ئهری هردو راسته هیل ٹیکو دوو برن؟

B. ئهری سیستہمی ٹیک شیکار ههیه؟ ئه شیکاره چیه ههکه هه بیت؟

وههکه شیکار نه بیت، سیستہمی بگوهره دا بتنی ٹیک شیکار هه بیت و شیکاری بیندهر.

2. ئهوا تو بی رابوی بکارینه بو سیستہمی دووی، پاشی بوئی سیی.

3. پهیوهندی لناقبره هردو راسته هیلان روونبکه:-

• ههکه سیستہمی شیکار نه بیت.

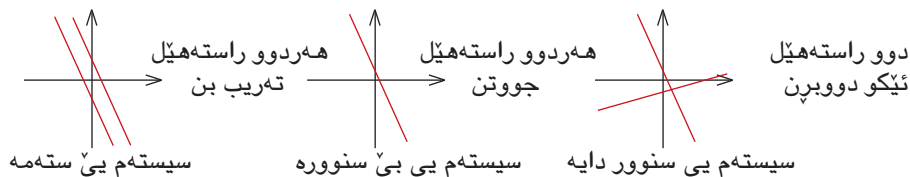
• ههکه سیستہمی ژمارهکا بی دوماهیک یا شیکاران هه بیت.

• ههکه سیستہمی بتنی ٹیک شیکار هه بیت.

هزرکرنه کا ره خنهگر

$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases}$
$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$
$\begin{cases} y = \frac{8-3x}{4} \\ y = -\frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$

دهمی تو ههولبدی سیستہمی دوو هاوکیشہیین هیلهی شیکار بکهی، ٹیک ژ ئه فان ههرسی بارین ل خواری دی شیکار بکهی.

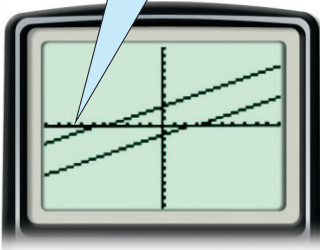


پۆلینكرنا سىستېمىن ھاوكېشەيىن ھىلەى

سىستېمىن ھاوكېشەيىن ھىلەى دەيىنە پۆلینكرن بۇ سى جۆرۈن بىنەرەتى:

- سىستېمى ستم **Inconsistent** : سىستېمەكە شىكار نىنە.
- سىستېمى سنووردى **Independent** : بىتنى ئىك شىكار ھەيە.
- سىستېمى بى سنوور **Dependent**: ژمارەكا بى سنوور يا شىكاران ھەيە.

ھەردو
راستەھىل ئىكو دوونابىن
چونكى لارى وان يەكسانن و
دەنجوتن.

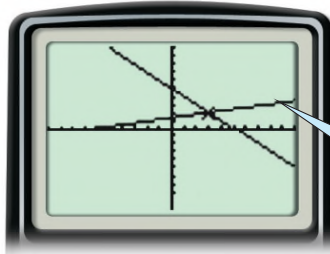


ئەف سىستېمە ستمە چونكى
ھەردو راستەھىل تەرىب بن و .
و نەجوتن.

ھەر سىستېمەكى پۆلینبەكە و شىكارا وى دياربەكە ھەكە ھەبىت.

$$\begin{cases} x-2y=3 \\ x+5=2y \end{cases} \quad \text{ب}$$

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-5y=-7 \end{cases} \quad \text{ا}$$



ئەو سىستېمە سىستېمەكى سنوور
دايە چونكى ھەر دوو راستەھىل
ئىكو دوو دېرن و شىكار ئەفەيە (3, 2).

شىكار

ھەر دوو راستەھىل
ئىكو دوو دېرن چونكى
لارىن وان جىاوانن

نمونە

2

ھەولبەدە

ھزركرنەكا رەخنەگر

$$\begin{cases} y=3x+4 \\ y=-2x+4 \end{cases} \text{ سىستېمى}$$

$$\begin{cases} y=mx \\ y=nx \end{cases} \text{ سىستېمى}$$

پۆلینبەكە كو m, n نەسفرن، ل ھەموو بارىن دشاندا بگەرە

نمونە

3

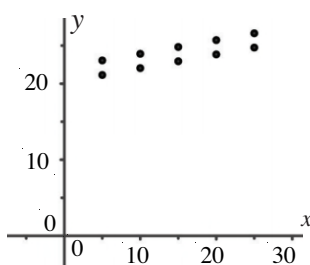
بجھئىنان
زانستە
كۆمەلايەتپەكان



ئامارى پىدايىن ل وىنەيى بەرامبەر
دياركرن لسەر ژيى ھاوسەرگىرى بۇ
نېرومىيان ل وەلاتەكى. خشتەيەكى
پىكبينە وان پىدايىان پۆختەبەكت.
ئەرى دەمەك دى ھىت ژيى
ھاوسەرگىرى لىك نېر و مىيان يەكسان
بت ھەكە كار ب فى شىوازى بچىت؟

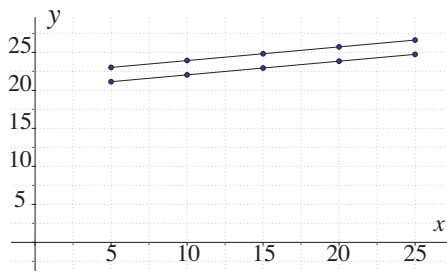
شىكار

بۇ بەرسقدانا فى پرسىارى، پىدايىن تايبەت يىن ھەردو رەگەزان لسەر ئىك رووتەختى پۆتانى بنوئىنە.



پشتى سالا	ژيى ھاوسەرگىرى بۇ زەلامان	ژيى ھاوسەرگىرى بۇ ژنان
1970	23.02	21.14
5	23.92	22.04
10	24.82	22.94
15	25.72	23.84
20	26.62	24.74
25		

بەرى خۇددى، خالىن پەيوەست ب ھەردوو رەگەزان دكەقنە سەر ئىك راستەھىلى. لارى راستەھىلى پەيوەست ب نىران دىتە $m_1 = \frac{24.82-23.02}{15-5} = -0.18$ ۋەروسا لارى راستەھىلى پەيوەست ب ميان دىتە $m_2 = \frac{22.94-21.14}{15-5} = 0.18$ دا راستەھىلى پەيوەست ب نىران بنقىس $y = 0.18x + b$ ، بكارهئنانا خالا $(10, 23.92)$ بهايى b دياربكه، ئانكو $23.92 = 0.18x + b$ ، $b = 23.92 - 1.8 = 22.12$ ، ۋاوكىشا پەيوەست ب نىران دىتە $y = 0.18x + 22.12$ تو دشى ھاوكىشا پەيوەست ب ميان ب وى رى بينىدەر $y = 0.18x + 20.24$.
 ژى ھاوسەرگى لىك نىران دگەل ژى ھاوسەرگى لىك ميان يەكسان دىن ھەكە سىستەمى ھاوكىشەيىن ل خوارى شىكار ھەبىت.



$$\begin{cases} y = 0.18x + 22.12 \\ y = 0.18x + 20.24 \end{cases}$$

دا بەرسقى بينىدەر، سىستەمى ب روونكرنى شىكاربكه. نواندنا قان ھەردوو ھاوكىشان، دوو راستەھىلن تەرىب دياردكەت، ۋ ھەكە كار ب قى شىوھى برىقەبچىت، يەكسانبونا سىستەمى ژى ھاوسەرگى لىك ھەردوو رەگەزان يا بى ھىقىيە.

ھەولبە سىستەمى $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 18x - 2y = 4 \end{cases}$ شىكاربكه ب رىيا لجدانانى پاشى شىكارى ساخبكه

راھىنان

بەردەوامبوون د بىر كارىدا

1 روونبكه چەوا ب روونكرنى سىستەمى $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x + 4y = -9 \end{cases}$ شىكاردكە؟

2 چەوا ب روونكرنى سىستەمى $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$ دنوئى؟ روونبكه چەوا شىكارا وى دخەملىنى ب تەماشەكرنا وئى روونكرنى. بوچى دقئىت تو دروستيا خەملاندنا خو ساخبكه.

3 روونبكه چەوا رىسايانەخشا ھىلەى دئىنىدەر ب زانىنا وئى روونكرنا وى.

راھىنايىن ئاراستە كرى

ھەر سىستەمەكى ب روونكرنى شىكاربكه.

4 $\begin{cases} -2x + y = 1 \\ y = -x + 4 \end{cases}$ 5 $\begin{cases} y + 2x = 0 \\ 2y = -x - 9 \end{cases}$ 6 $\begin{cases} 2x + 3y = -12 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases}$

ھەر سىستەمەكى ب روونكرنى بنوئىنە ۋ شىكارا وى بخەملىنە، خەملاندنى نىزىكبكه بو نىزىكترىن دەھىك.

7 $\begin{cases} \frac{1}{2}x - y = 2 \\ y = -\frac{2}{3}x \end{cases}$ 8 $\begin{cases} 2y - x = 6 \\ 3x + y = -5 \end{cases}$

9 لانهی 4000 دینار هه نه ژ پارچین 250 دیناری و 500 دیناری. ژمارا پارچین هه
چهنه کی چهنده؟ ههکه ژمارا هه موو پارچان 13 پارچه بن؟

راهینان و بجهینان

هه سیستمه کی پۆلینبکه:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 4y - 12 = -3x \end{cases} \quad 11$$

$$\begin{cases} x - y = -4 \\ 3x + y = 8 \end{cases} \quad 10$$

ب روونکرنی هه سیستمه کی بنوینه و پۆلینبکه، شیکارا وی ب روونکرنی دیاریکه ههکه

سیستم یی سنوردای بیت.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -3x + 4y = -10 \end{cases} \quad 13$$

$$\begin{cases} 6x + 4y = 12 \\ 2y = 6 - 3x \end{cases} \quad 12$$

$$\begin{cases} x + 3y = 13 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases} \quad 15$$

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 6x - y = 13 \end{cases} \quad 14$$

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \quad 17$$

$$\begin{cases} y = -2x - 7 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \quad 16$$

$$\begin{cases} 3x - 6y = 9 \\ \frac{1}{2}x = y + \frac{3}{2} \end{cases} \quad 19$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}x + y = 4 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \quad 18$$

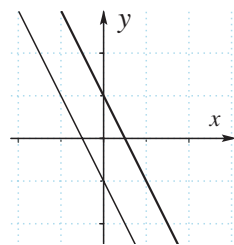
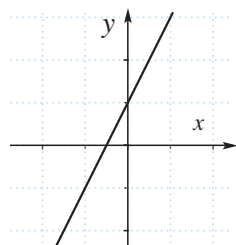
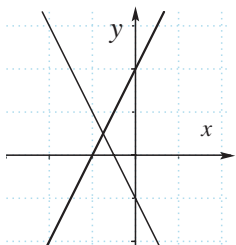
$$\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 2x - 4y = -6 \end{cases} \quad 21$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = -7 \\ 3x - 6y = 24 \end{cases} \quad 20$$

$$\begin{cases} 6x - 3y = 9 \\ 3x + 7y = 47 \end{cases} \quad 23$$

$$\begin{cases} 3x - y = 2 \\ -3x + y = 1 \end{cases} \quad 22$$

ئهو سیستمه یی ب روونکرنی هاتیه نواندن پۆلینبکه، وشیکاری بنقیسه ههکه یی بننی بیت.



27 ئه ری جووتی ریكخستی دبته شیکار بۆ سیستمه یی؟

$$\begin{cases} 4x - 3y = 26 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \quad \text{ب} \quad (5, -2)$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ x - y = 11 \end{cases} \quad \text{ا} \quad (1, 3)$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ -8x + 4y = -32 \end{cases} \quad \text{د} \quad (5, 2)$$

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \quad \text{ج} \quad (2, 1)$$

ه ئیک ژ هه چار سیستمه مان نه یی سنوردایه، ئهوی دیاریکه، پاشی سی جووتین

ریكخستی یین سه ربار بنقیسه، کو هه ئیک دبته شیکار بۆ وی.

ھەر سېستېمەكى ب روونكرنى بنوئنه و بۆلېنكە، وشىكارا سېستېمى بېنەدەر بۆ نېزىكتىن

بەش ژ سەدى ھەكە يا پېتقى بوو.

$$\begin{cases} y = 4.3x - 0.44 \\ y = -2x + 4.6 \end{cases}$$

29

$$\begin{cases} y = 5x + 2.72 \\ y = 3.6x + 3.126 \end{cases}$$

28

$$\begin{cases} \frac{1}{7} = \frac{1}{14}x + \frac{11}{2}y \\ y = 4x + 14 \end{cases}$$

31

$$\begin{cases} -\frac{2}{5}x + y = -\frac{1}{10} \\ 3y - 2x = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

30

$$\begin{cases} 0.001y + \frac{4}{5}x = 0.2014 \\ 0.8x - 0.02y = 0.172 \end{cases}$$

33

$$\begin{cases} 0.7y = 0.8x + 0.78 \\ -\frac{1}{5}x + \frac{1}{2}y = 2.1 \end{cases}$$

32

ئەندازە: باغچەكى لاكىشەى چىوئى وى 130m. سى جارانى درىژيا وى دبېتە دەھ جارانى پانيا

وى.

35 رووبەرى لاكىشەى بەھژمىرە. 34 درىژى و پانيا باغچەى بەھژمىرە

36 تاقىگەھ: كرىكارى تاقىگەھى دووگىراو تىكەلكرن سوپىياى ئىكى 10% و سوپىياى دوو 4% برى ھەر گىراوھكى چەندە دا كىراوى ب دەست كەفتى 500mg بېت و سوپىيا وى 6% بېت.

37 فرۆكەقانى: فرۆكەپەك ژ بلنداھيا 7000m ھاتە خوارى ب تىكراى 450m د خۆلەكەكەيدا، فرۆكەپەكا دى ژ بلنداھيا 375m بلندبوو ب تىكراى 575m د خۆلەكەكەيدا. سېستېمەكى دوو ھاوكىشەپىن ھىلەى بنقىسە رى بدەت بۆ ھەژمارتەن ژمارا خۆلەكان ل پېش ھەردوو فرۆكە ل ئىك بلنداھى بن، سېستېمى ب روونكرنى شىكاربەكە.

لېنېرىنەك بۆ پاش

قان بران سادەبەكە.

$$x - y + x$$

40

$$3y + (-2x) - 3y$$

39

$$-4x + 2x$$

38

$$9^{\frac{3}{2}}$$

44

$$25^{\frac{1}{2}}$$

43

$$36^{\frac{1}{2}}$$

42

$$5b^0$$

41

$$\left(\frac{2q^3b^{-2}}{-q^2b^{-3}}\right)^{-1}$$

47

$$\left(\frac{y^{-1}n^2}{n^{-3}}\right)^{-3}$$

46

$$\left(\frac{2x^3}{x^{-2}}\right)^2$$

45

$$3(5 - 2x) - (8 - 6x) = -9 + 2(3x + 4) - 10$$

48

لېنېرىنەك بۆ پېش

49 ئەو سېستېمى ل خوارى كو ئىك ھاوكىشە يا ھىلەپپە و ئەوا دى ئەيا ھىلەپپە،

$$\begin{cases} y = x^2 + 3 \\ y = 4x \end{cases}$$

نەخشا رووتى



وانە
6

ئارمانچ

- رووتى ژمارا راست پېناسدكەن و دەهژمېرن.
- نەخشا رووتى پېناسدكەن ودانېن وى دياردكەن.
- نەخشا رووتى ب روونكرنى دنوئېن

بوچى

ئەو پېقەرېن پى رادېن،
رېژەكا گونجاي ژ شاشىي.
بخۇقەدگرت، دەرېننى ژى
دكەين بكارئىنانا بەيى
رووت، ئەقە دگەلەك بواراندا
روودەت وەكى پېشەسازىي.

چالاكى 1

قەدىتتا نەخشى رووتى

قوتابېين پۇلا دەمى ب چالاكىيەكى رابوون، ئارمانجا وى ئەو كو ئەو شاشيا مروف دكەقتە تېدا بېيقت، دەمى بوورينا ئىك خۇلەكى دىخەملىنت. قوتابى ھاتنە بەلاقىرن لسەر كۆمەلېن دوو دوو. قوتابىيەكى ھەردوو چاقىن ھەقالەكى خۇ گرېدان، وداخواز ژى كر دەستەكى خۇ بلندىكەت و بېنتە خواری پىشتى ھزردكەت كو خۇلەكەك بوورى، قوتابىي ئىكى ئامىرى پېقاننا دەمى بكارئىنا بو پېقاننا دەمى بوورى ل ناقبەرا بلندكرن و نزمكرنا دەستى قوتابىي دووى. ئەوا ب دەستكەفتى توماركر. پىشت قى چەندى ھەردوو قوتابىيان روولى خۇ لىك گۆھارت. خىشتى بەرامبەر ئەنجامىن قى چالاكىي دياردكەت.

1. شاشيا ھەر قوتابىيەك كەفتىي بەهژمىرە ب لېدەركرنا (60) ى ژمارا چركېن ھاتىنە خەملاندن كو ئىك خۇلەكە، وئەقى ل ستوونا سىي تومارىكە. ھەكە ئەو جىاوازييە يا سالب بوو، ئەقە وى دگەھىنت كو خەملاندنا قوتابى كىمتر بوو ژ خولەكەكا دروست. لى ھەكە جىاوازى يا مووجەب بوو ئەقە وى دگەھىنت كو خەملاندنا قوتابى پتر بوو ژ خولەكەكا دروست.

بجھىنان

ئامار

قوتابى	دەمى خەملاندى بو خولەكەكى	شاشى رووت	شاشيا رووت
لاقىن	49		
دالبا	59		
دوین	51		
كلارا	65		
نەردىن	68		
دەوون	77		
نارىن	66		
يارا	54		
ئالان	67		
نوزاد	46		
پەيوەند	62		
تارا	61		
سارا	53		
شارا	64		

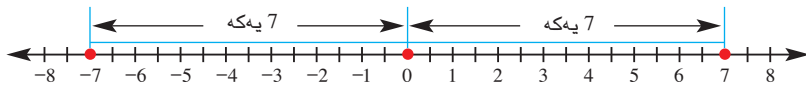
زانا گهلهك گرنگي ب خهملاندنا مهودايي دورويي ژ بهايي راستي دهن، بي راوهستن لسهر وي چهندي كو نهف خهملاندنه پتره يان كيومتره ژ بهايي راستي، دبيژنه قي دورويي شاشيا روت **Absolute Error**. بو نمونه ريپازي خهملاند كو خولهكهك بووري پشتي 67 چركان. شاشيا وي نهوه $67 - 60 = 7$ ، و ئيهاني وهسا خهملاند كو خولهكهك بووري پشتي 53 چركان. شاشيا وي نهوه $53 - 60 = -7$ ، ههر ئيك ژوان ب 7 چركان ژ بهايي راستي دوركهفت. نهفه نهوي دهرديت كو ههر ئيك ژوان شاشيهكا روت نهجامدا، بري وي دبيته 7 چركه. ژماره 7 دبيته بهايي روت **Absolute Value** بو هردوو ژماران 7 و -7 ئانكو روتي ههر ئيك ژوان. بو دهرپينا قي دنقيسن $|-7| = 7$.

2. ل ستونا چاري دوريا ههر خهملاندنهكي ژ بهايي راستي بو خولهكهكي تو ماربكه، ئانكو بهايي روتي وي.

3. بهارودي بكه ل ناقهرا ههر ژمارهكي ل ستونا سي بهايي وي ل ستونا چاري.

پهوهندي ل ناقهرا نيشانا ژماري و نيشانا بهايي وي بي روت چيه؟

تو دكاري بهايي روتي ژمارهكا راستي بنويي بكارئينانا هلا ژماران. روتي ژمارهكا راستي دبيته دوريا ل ناقهرا وي خالا ژماري دنوييت لسهر تهوهري ژمارا و خالا بنهرهت.



دوري ل ناقهرا خالا ژماره 7 و خالا بنهرهت دوري ل ناقهرا خالا ژماره -7 و خالا

دبيته 7 يهكه. روتي ژماري 7 دبيته 7 ئانكو بنهرهت دبيته 7 يهكه، روتي ژماره

$$|7| = 7 \quad -7 \text{ دبيته 7 ئانكو } |-7| = 7$$

نهف نواندنا نهندازهي يا هاتيه دياركرن مه دگههيهت قي شلوقهكرنا جهري: بهايي روتي ژمارهكا راستي نه ژماره ب خويه ههكه ژماره نهيا سالب بيت، و دبيته بهرؤقاژيي وي ههكه ژماره يا سالب بيت.

روتي ژمارهكا راستي

$$\begin{cases} x \geq 0 & \text{ههكه } |x| = x \\ x < 0 & \text{ههكه } |x| = -x \end{cases}$$

پيناسا جهري پيناسا نهندازهي $|x|$ نهو دورويه لسهر تهوهري ژماران ل ناقهرا خالا (x) و خالا بنهرهت.

نونه

بهه ژميړه

1 ا $|8 - 2|$

شيكار

ج $|3 - 3|$

ب $|2 - 8|$

ج $|3 - 3| = |0| = 0$

ب $|2 - 8| = |-6| = 6$

ا $|8 - 2| = |6| = 6$

بهه ژميړه

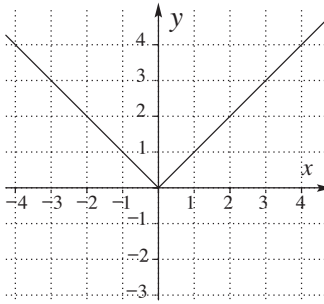
ههولبده

ب $|12 - 2|$

ا $|5 - 14|$

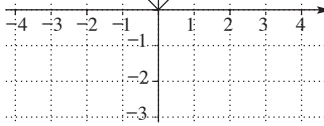
نهخشا روتي

نهو نهخشا پيناسكريه ب ريسايا $f(x) = |x|$.



ا بوارى نهخشا روتى و مهودايى وى چيه؟
ب هيلى ررونكرنا نهخشا روتى بكيشه.

شيكار



ا چونكى تو دشى روتى هر ژمارهكا راستى بهژميرى، دى بوارى نهخشا روتى بيته كؤملا ژمارين راستى. چونكى روتى هر ژمارهكا راستى ئو ژماره ب خويه ههكه نهيا سالب بيت، و دببته بهرؤقاژيا وى ههكه يا سالب بيت، دى روتى هر ژمارهكا راستى هردهم بيته ژمارهكا راستى نهيا سالب. فيجا مهودايى نهخشا روتى دببته كؤملا ژمارين راستى يين نا سالب.

ب خشتى بهايى نهخشا روتى بيكبينه.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	2	1	0	1	2	3

خالين فى خشتى ب ررونكرنى بنوينه، و ناقبرهرا وان ب هيلهكى گونجاي بگهينه.

ههولبده بوار و مهودايى هر نهخشهكى دياربكه، پاشى وينى ررونكرنا وى بكيشه.

ب $y = |x-2|$

ا $y = 2|x|$

چالاكى 2

فهديتنا نهخشا روتى

ته پيدفى ب بژميرا ررونكرنى يان كاغزا چوار گؤشهيان ههيه.

1. دئيك روتهختى پؤتانيدا، وينى ررونكرنى بو هر نهخشهكى ژقان بكيشه
 $y = |x-3|$ و $y = |x|$

2. چهوا كيمكرنا ژماره 3 ژگؤراوى x كارتىكرنى دكته لسهر وينى ررونكرنا نهخشا روتى؟

3. دئيك روتهختى پؤتانيدا، وينى ررونكرنى بو هر نهخشهكى ژقان بكيشه
 $y = |x-3|$ و $y = |x|$

4. چهوا كيمكرنا ژماره 3 ژگؤراوى y كارتىكرنى دكته لسهر وينى ررونكرنا نهخشا روتى؟

5. دئيك روتهختى پؤتانيدا، وينى ررونكرنى بو هر نهخشهكى ژقان بكيشه $y = |x|$ و $y = -|x|$.

6. چهوا دانانا بهرؤقاژيى گوراوى l ل جهى (y) كارتىكرنى دكته لسهر وينى ررونكرنا نهخشا روتى؟

خالهكا چافديريى ✓

خالهكا چافديريى ✓

خالهكا چافديريى ✓

ل نمونا بوورى هندهك نهخشين نوو ژ نهخشا روتى هاتنه وهرگيران، ئانكو نهخشا روتى رولى پهيداكر بو قان نهخشان ئينا. و دببژنى: نهخشا بنهرهت ههروهسا دشين هندهك نهخشين پيكهاتى ژ نهخشا بنهرهت پهيداكرن ب جهگوهوركىن جهبرى. و ههروهسا دشين وينهيين ررونكرنى بو وان نهخشين پيكهاتى پهيداكرن ب جهگوهوركىن ئهاندازهى ژ نهخشا بنهرهت. خشتى ل خوارى، جهگوهوركا ئهاندازهى بهرامبهر هر جهگوهوركا جهبرى دياردكته، ورى ددهت بو پيكئينانا وينى ررونكرنى يى نهخشا پهيدابووى ژ وينى ررونكرنا نهخشا بنهرهت $y = |x|$.

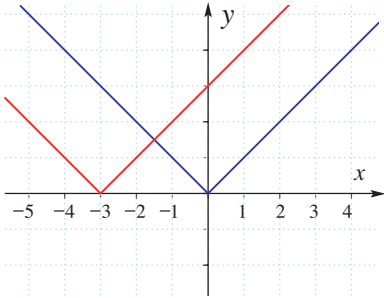
جهگوهوركا نهاندازهى	جهگوهوركا جهبرى
راكيشانا ئاسوى بو لايى راستى ب a يهكان.	$y = x \rightarrow y = x - a $
راكيشانا ئاسوى بو لايى چهى ب a يهكان.	$y = x \rightarrow y = x + a $
راكيشانا ستوونى بو خوارى ب b يهكان.	$y = x \rightarrow y = x - b$
راكيشانا ستوونى بو سهرى ب b يهكان.	$y = x \rightarrow y = x + b$
وينهاندانهوه ل دوور تهوهرى ئيكى.	$y = x \rightarrow y = - x $
وينهاندانهوه ل دوور تهوهرى دووى.	$y = x \rightarrow y = -x $

$b > 0$ $a > 0$

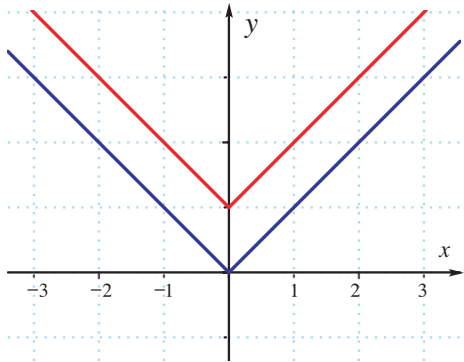
دئىك روتەختى پۇتائىدا، وئىنى روونكرنا نەخشا بنەرەت $y = |x|$ بكىشە، پاشى جھگوھۇرپكا گونجاي دياربىكە و بكاربىنە بۇ كىشانا وئىنى روونكرنا نەخشا پىكھاتى [پەيدابووى].

ب $y = |x| + 1$ ا $y = |x + 3|$

شيكار



ا زىدەكرنا 3 بۇ گۇرپاوى x نەخشا بنەرەت، دىبته ھۆيىن راکىشانا ئاسويى بۇ وئىنى روونكرنى 3 يەكان بۇ لايى راستى.



ب زىدەكرنا 1 بۇ گۇرپاوى y نەخشا بنەرەت دىبته ھويى راکشانا ستوونى بۇ وئىنى روونكرنى ب 1 يەكە بۇ سەرى.

راھىنان

بەردەوامبوون د بىر كارپىدا

- 1 جىھانى خەملاند كو خولەكەك بوورى پشتى 51 چركان، وئارى خەملاند كو خولەكە بوورى پشتى 68 چركان. روونبىكە چەوا بەراوردىا برى ھەردووشاشيان دكەى.
- 2 نمونەكى بۇ b بىنە ئەقى ساخبەت $-b = |b|$ ، روونبىكە.
- 3 بەھسى وئىنى روونكرنا نەخشا رووتى بىكە.
- 4 ئەرى چىدبىت رووتى ژمارى يى سالب بىت؟ روونبىكە.
- 5 ئەرى چىدبىت رووتى ژمارى سفر بىت؟ روونبىكە.

راھىنايىن ئاراستە كرى

بەھژمىرە

6 $|5 - 12|$ 7 $|13 - 12|$ 8 $|-3 - 3|$ 9 $|4 - 4|$

10 بوار و مەودايى نەخشى دياربىكە پاشى وئىنى روونكرنى بكىشە.

ا $y = |x + 1|$ ب $y = |x + 3|$

11 لسەر ئىك رووتەختى پۇتائى وئىنى روونكرنا نەخشا رووتى $y = |x|$ بكىشە و وئىنى روونكرنا ھەر ئىك ژ ھەرسى نەخشان بكىشە. ئەوى جھگوھۇرپكا ئەندازەى دياربىكە كو رىدەت بۇ دەستكەفتنا وئىنى روونكرنا ھەر نەخشا پىكھاتى ژ وئىنى روونكرنا نەخشا بنەرەت.

ا $y = |x + 1|$ ب $y = |x + 1|$ ج $y = -|x + 1|$

راھینان و بجھینان

رووتی ہر ژمارہ کی بھہ ژمیرہ.

$$8.67 \quad \mathbf{15} \quad -7.11 \quad \mathbf{14} \quad -33 \quad \mathbf{13} \quad 17 \quad \mathbf{12}$$

$$79.2 \quad \mathbf{19} \quad -3\frac{5}{11} \quad \mathbf{18} \quad -2.5 \quad \mathbf{17} \quad \frac{4}{3} \quad \mathbf{16}$$

بھہ ژمیرہ

$$|1-11| \quad \mathbf{23} \quad |4-12| \quad \mathbf{22} \quad |0-3| \quad \mathbf{21} \quad |13-24| \quad \mathbf{20}$$

$$|-14-(-14)| \quad \mathbf{27} \quad |11-3| \quad \mathbf{26} \quad |1-27| \quad \mathbf{25} \quad |0-(-3)| \quad \mathbf{24}$$

$$|-11-11| \quad \mathbf{31} \quad |5-(-3)| \quad \mathbf{30} \quad |-5-2| \quad \mathbf{29} \quad |-13+13| \quad \mathbf{28}$$

$$|-5-10| \quad \mathbf{35} \quad |5-10| \quad \mathbf{34} \quad |0-5| \quad \mathbf{33} \quad |-5+(-5)| \quad \mathbf{32}$$

بوار و مہودایی ہر نہخشہ کی دیاریکہ:

$$y=|x|+2 \quad \mathbf{38} \quad y=|x-5| \quad \mathbf{37} \quad y=|x+4| \quad \mathbf{36}$$

$$y=-|x-5| \quad \mathbf{41} \quad y=-|x+4| \quad \mathbf{40} \quad y=|x|-4 \quad \mathbf{39}$$

$$y=-4|x| \quad \mathbf{44} \quad y=-|x|-4 \quad \mathbf{43} \quad y=-|x|+2 \quad \mathbf{42}$$

$$y=4|x-1| \quad \mathbf{47} \quad y=4|x|-1 \quad \mathbf{46} \quad y=\frac{1}{2}|x| \quad \mathbf{45}$$

دئیک رووتہختی پوتانیدا وینی روونکرنا نہخشا بنہرہت $y=|x|$ و روونکرنا ہر نہخشہ کی بکیشہ، ئەوی جھگوھوڑکا ئەندازہی دیاریکہ کو ریبدت بۆ دەستکەفتنا وینی روونکرنا ہر نہخشہ کا پیکھاتی (پەیداووی) ژ وینی روونکرنا نہخشا بنہرہت:

$$y=|x|+2 \quad \mathbf{50} \quad y=|x-5| \quad \mathbf{49} \quad y=|x+4| \quad \mathbf{48}$$

$$y=-|x-5| \quad \mathbf{53} \quad y=-|x+4| \quad \mathbf{52} \quad y=|x|-4 \quad \mathbf{51}$$

$$y=-|x|-4 \quad \mathbf{55} \quad y=-|x|+2 \quad \mathbf{54}$$

$|a-b|$ و $|b-a|$ ژ راھینانا 56 هتا 59 بھہ ژمیرہ.

$$a=5; b=-3 \quad \mathbf{57} \quad a=5; b=3 \quad \mathbf{56}$$

$$a=3; b=5 \quad \mathbf{59} \quad a=-5; b=3 \quad \mathbf{58}$$

راھینانا 56 هتا 59 تہ چی دەرئەنجامکر ل هەژمارتەنا $|a-b|$ و $|b-a|$ ، بەحسێ قی

هەژمارتنی ب کورتی بکە.

61 جھگوھوڑکی: ئەو نہخشا پیکدھیت ژ نہخشا بنہرہت $y=|x|$ بنقیسە.

ا راکیشانا ئاسویی بۆ لایی چہپی ب 4 یەکان.

ب راکیشانا ستوونی بۆ خواری ب دوو یەکان.

ج راکیشان بۆ لایی چہپی ب 5 یەکان، پاشی راکیشان بۆ خواری ب دوو یەکان.

د راکیشان بۆ سەری ب 5 یەکان، پاشی وینەدانەوہ ل دۆر تەوہری ئیکی.

ه وینەدانەوہ ل دۆر تەوہری ئیکی، پاشی راکیشان بۆ سەری ب دوو یەکان.

62 **كيميا** چار قوتابيان برى سۇدئومى كود چار توپرىكىن خوڭدا ديتين ب قى شيوه گوتن. شاشيا ھەر قوتابيهكى بېژە وشاشيا وى يا روت، بۇ زانين بەرسقا دروست (8.2mg).

- ا شۇنى ديت 8.2mg
- ب روناكى ديت 9,0mg
- ج نورى ديت 8,1mg
- د ھواری ديت 8,4mg

گەشت: دانا ب ترومبېلا خوڭ ژ دھوك دەرکەفت بەرھف خانەقین چووب لەزەكى كو تېكرایى وى 140 كیلومەتر د دەمژمیرەكیده و پشتی بوورینا 3 دەمژمیران د كەرکوك را بووری. ھەكە ھیمایى (x) بۇ دەمی بەیتە دانان ژ دەرکەفتنا وى ژ دھوك ب دەمژمیران، دووری ل ناقبەرا دھوك و كەرکوك ئەقەیه $d = 140 \times |x - 3|$.

63 دانا چەند كیلومەتر برین پشتی بوورینا دوو دەمژمیران؟ دووری ل ناقبەرا وى و كەرکوك دقى دەمیدا دى چەند بیت؟

64 دانا چەند كیلومەتر برین پشتی بوورینا 4 دەمژمیران ژ دەرکەفتنا وى؟

لینیرینەك بۆپاش

65 سى ژمارین ل دووف فان دئین ب ریز بنقیسه: 2، 6، 10، 14، 18، 22، 26، 30، 34، 38، 42، 46، 50، 54، 58، 62، 66، 70، 74، 78، 82، 86، 90، 94، 98، 102، 106، 110، 114، 118، 122، 126، 130، 134، 138، 142، 146، 150، 154، 158، 162، 166، 170، 174، 178، 182، 186، 190، 194، 198، 202، 206، 210، 214، 218، 222، 226، 230، 234، 238، 242، 246، 250، 254، 258، 262، 266، 270، 274، 278، 282، 286، 290، 294، 298، 302، 306، 310، 314، 318، 322، 326، 330، 334، 338، 342، 346، 350، 354، 358، 362، 366، 370، 374، 378، 382، 386، 390، 394، 398، 402، 406، 410، 414، 418، 422، 426، 430، 434، 438، 442، 446، 450، 454، 458، 462، 466، 470، 474، 478، 482، 486، 490، 494، 498، 502، 506، 510، 514، 518، 522، 526، 530، 534، 538، 542، 546، 550، 554، 558، 562، 566، 570، 574، 578، 582، 586، 590، 594، 598، 602، 606، 610، 614، 618، 622، 626، 630، 634، 638، 642، 646، 650، 654، 658، 662، 666، 670، 674، 678، 682، 686، 690، 694، 698، 702، 706، 710، 714، 718، 722، 726، 730، 734، 738، 742، 746، 750، 754، 758، 762، 766، 770، 774، 778، 782، 786، 790، 794، 798، 802، 806، 810، 814، 818، 822، 826، 830، 834، 838، 842، 846، 850، 854، 858، 862، 866، 870، 874، 878، 882، 886، 890، 894، 898، 902، 906، 910، 914، 918، 922، 926، 930، 934، 938، 942، 946، 950، 954، 958، 962، 966، 970، 974، 978، 982، 986، 990، 994، 998، 1000.

66 ھوشیاری 6 ھزار دینار ھەنە. ئەو دکارت چەند وینا بکرت، ھەكە نرخى ھەر وینەكى ھزار و چاریك دینار بت.

بەھژمیرە

67 $-3 + 4$ 68 $-3 \times (0.3)$ 69 $-15 - (-15)$ 70 $60 \div 3$

71 $\sqrt[3]{125}$ 72 $-1.4 - (-3)$ 73 $4(-1\frac{1}{2})$ 74 $(-3.2) \div 4$

75 دئیک رووتەختی پوتانیدا وینی روونکرنا ھەر نەخشەكى بکیشە، ئەف راستەھیلە ب چ وەك ئیکن و ب چ د جیاوازن.

ا $y = x + 2$ ب $y = \frac{3}{2}x - 1$ ج $y = x$

ھەر ھاوکیشەكى لسەر شیوہى لاری - ئیکودووبرینی بنقیسه:

76 $3x + 2y = 1$ 77 $4x = 2y$

78 $4y = 0$ 79 $2x - 2y = 17$

ھەر لاسەنگەیهكى شیکاریکە و کۆمەلا شیکاری لسەر تەوهرى ژماران بنوینە:

80 $x + 7 \leq 3$ 81 $x - 3 \geq 2$

82 $x + 15 \leq -1$ 83 $x - 3 > 4$

لینیرینەك بۆپاش

84 دووریا ل ناقبەرا خالا بنەرەت و خالا (x, y) درووتەختی پوتانیدا دەیتە ھەژمارتن ب ریسایا

$d = \sqrt{x^2 + y^2}$ دووریا ل ناقبەرا خالا بنەرەت و ھەر خالەكى بەھژمیرە.

- ا $(3, 4)$ ب $(12, 5)$ ج $(-8, 6)$ د $(-15, -20)$

هاوكيشه و لاسهنگه يين بهايي روتى بخوڤه دگرن

وانه 7



نارمانج

- ب جه برئ و ب روونكرئ هاوكيشه يين ساده يين روتى بخوڤه دگرن شيكار دكهن.
- ب جه برئ و ب روونكرئ لاسهنگه يين ساده يين روتى بخوڤه دگرن شيكار دكهن.
- پرسياران شيكار دكهن بكارئنانا روتى.

بوچي

دپقانين كرداريدا هه ردهم په راويژه كى شاشي هه به و ناهيته فراموشكرن. دشين دهربريني ژ في راويزي بكن بكارئنانا هاوكيشه و لاسهنگه يين روتى بخوڤه دگرن. وئغه يا گرنگه ل بواري جوړا و جوړ وده كى پيشه سازى و نوژداري و فيزيابي.

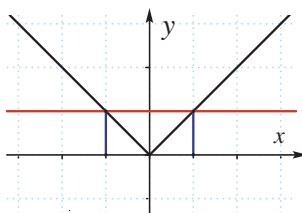
كۆمپانيه ك په پكښ ددانكرى چيډكته، ل دروستكرنا ترومپلان دهينه بكارئنان ل دووڤ مواسفاتين دياركرى. هه كه تيرئ په پكي مه زتر بو ژ پيدفي، دئ پيكنئنانا وئ يا ستهم بيت، و هه كه يا بچوك بو ترومپل ب شيوه به كى گونجاى ب ريفه ناچيت. به راويزي شاشي يئ رئ پيتدده ل پيقانا تيرئ په پكي چهنده؟

بجهئنان پيشه سازى

هاوكيشه يين روتى بخوڤه دگرن

ويئ روونكرئ يئ روتى بخوڤه دگرت يى هاريكاره بو تيگه هشتنا هاوكيشان و شيكاركرنا وان. ب هوورى بهرئ خو بده وينه يين روونكرئ ل خواري:

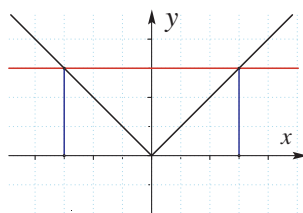
$$y=1 \text{ و } y=|x|$$



هه كه $|x|=1$

دئ $x=1$ يان $x=-1$

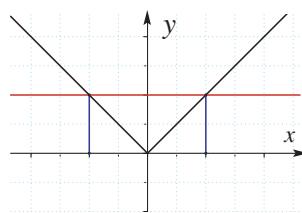
$$y=3 \text{ و } y=|x|$$



هه كه $|x|=3$

دئ $x=3$ يان $x=-3$

$$y=2 \text{ و } y=|x|$$



هه كه $|x|=2$

دئ $x=2$ يان $x=-2$

ژئووا بووری ئەقی ل خواری دەرئەنجام دکەین:

هاوکیشا رووتی

کۆمەلا شیکارا هاوکیشا $|x|=a$ کو a ژمارەکا راستی یا مووجەبە، پیکدەهیت ژ هەردوو ژماران a و $-a$.

کۆمەلا شیکارا هاوکیشا $|x|=0$ پیکدەهیت ژ ژمارە 0 شیکارا هاوکیشا $|x|=a$ نینە هەکە a ژمارەکا راستی یا سالب بیت.

$|x|$ ژمارەکا نەسالبە، چونکی ل دووق پیناسا وی ئەو دووریا ل ناقبەرا خالا بنەرەت و وی خالا پوی وی x ل سەر تەوهری ژماران دنوینت. لی ئەو هاوکیشەیین رووتی بخۆقەدگرن چیدبیت شیکارین سالب هەبن. شیکاری $|x|=5$ شیکاریکە.

✓ خالەکا چاقدیری

نموونه

هاوکیشا $|2x+3|=4$ شیکاریکە و کۆمەلا شیکاری ل سەر تەوهری ژماران بنوینە.

شیکار

هاوکیشا $|2x+3|=4$ ل فان هەردوو باران پاسەدانیکە.

$2x+3=-4$	یان	$2x+3=4$
$2x=-7$	یان	$2x=1$
$x=-3.5$	یان	$x=0.5$

ساخبکە هەکە $x=0.5$ دی $|2x+3|=|2(0.5)+3|=|4|=4$

و هەکە $x=-3.5$ دی $|2x+3|=|2(-3.5)+3|=|-4|=4$

تو دکاری دووبارە ساخبکە ی بکارئینانا بژمیرا روونکرئ.

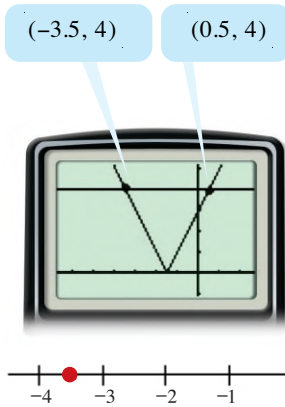
وینی روونکرئ بۆ هەر نەخشەکی بکیشە $y=|2x+3|$ و $y=4$

دئیک رووتەختی پۆتانیدا و پوی ئیکو دووبارە هەردوو روونکران

دیاریکە، دی بینی کو هەردوو ل خالین $(-3.5, 4)$ ، $(0.5, 4)$

ئیکو دووبارە لئ نواندنا کۆمەلا شیکاری ل سەر تەوهری

ژماران ئەقەیه.



هاوکیشا $|3x+5|=7$ شیکاریکە، و کۆمەلا شیکاری ل سەر تەوهری ژماران بنوینە.

هەولبە

چالاکي

قەدینا شیکاری

وینی بەرامبەر روونکرئ هەردوو نەخشان $y=|x|$ و $y=2x-2$ دنوینت

ئانکو شیکارا روونکرنا هاوکیشا $|x|=mx+n$ دنوینت کو $m=2$ و $n=-2$.

1. دئیک رووتەختی پۆتانیدا وینی روونکرنا هەردوو نەخشان

$y=|x|$ و $y=2x-2$ بکیشە ژمارا خالین ئیکو دووبارە چەندە؟

ب روونکرئ شیکارا هاوکیشی دیاریکە.

بخەملینە و ساخبکە: هزریکە ل ژمارا شیکارین هاوکیشا $|x|=mx+n$ ئەم دی

هاریکاریا تەکەین.



نمونہ

2

ہاؤکیٹشا $|x-3|=3x+5$ شیکاریکھ

شیکار

$$|x-3|=3x+5$$

یان $x-3=3x+5$

$$x-3=-(3x+5)$$

یان $2x=-8$

$$4x=-2$$

یان $x=-4$

$$x=-0.5$$

ساخیکھ

$$x=-0.5$$

$$x=-4$$

$$|-0.5-3| \stackrel{?}{=} (3(-0.5)+5)$$

$$|-4-2| \stackrel{?}{=} 3(-4)+5$$

$$|-3.5| \stackrel{?}{=} -1.5+5$$

$$|-7| \stackrel{?}{=} 3(-4)+5$$

یا دروسته $3.5=3.5$

نہیا دروسته $7=-7$

شیکارا $x=-4$ فراموش دکھین چونکی « $7=-7$ » نہیا دروسته لی

شیکارا $x=-0.5$ یا رهوایه.



تو دکاری ئەنجامی ساخیکھی ب روونکرنی. دئیک روتختی پۆتانیدا، هیللی روونکرنی

$(-0.5, 3.5)$

هر ئیککی ژ هردوو نهخشان بکیشه $y=|x-3|$ و $y=3x+5$ دی وینی

بهرامبه ب دهست ته که قیت.

ههولبده هاؤکیٹشا $|x-4|=x+1$ شیکاریکھ

لاسهنگهیین روتی بخۆقه دگرن

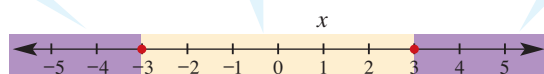
هردوو خال 3 و -3 کۆمهلا شیکارا $|x|=3$ لسهر تهوهری ژماران دنوینن. ئەو هردوو خال

تهوهری دابهشدکهن بۆ سی بهشان.

خالین لای چپ -3

خالین ل ناڤهرا -3, 3

خالین لای راستی 3



لاسهنگهيا نهخشي روتى

كۆمەلا شىكارى بۇ لاسهنگا $|x| < a$ ھەكە a ژمارەكا راستى يا مووجەب بيت پىكدهيت ژوان ژمارىن راستى x ئەويىن $-a < x < a$ ساخدكەن.

كۆمەلا شىكارى بۇ لاسهنگا $|x| > a$ ھەكە a ژمارەكا راستى يا مووجەب بيت، پىكدهيت ژوان ژمارىن راستى x ئەويىن $x < -a$ يان $x > a$ ساخدكەت.

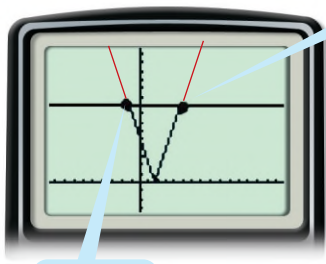
كۆمەلا شىكارى بۇ لاسهنگا $|x| \geq a$ ھەكە a ژمارەكا راستى نهيا مووجەب بيت، پىكدهيت ژوان ھەموو ژمارىن راستى. لاسهنگا $|x| < a$ شىكار نينه ھەكە a ژمارەكا راستى يا سالب بيت.

تو دكارى ھندەك بىرۆككىن ۋەكى وان بۇ قان ھەردوو لاسهنگهيان $|x| \leq a$ ، $|x| \geq a$ دابىرېژى.

لاسهنگا $|5-3x| > 9$ شىكارىكە ۋە كۆمەلا شىكارى لسەر تەوهرى ژماران بنويىنە.

3

نمونە



(4.67, 9)

شىكار

$$|5-3x| > 9 \quad (\text{لاسهنگه ژ جورى } |x| > a \text{ يه})$$

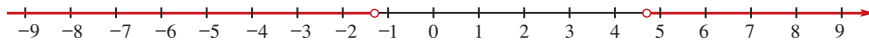
$$5-3x < -9 \quad \text{يان} \quad 5-3x > 9$$

$$-3x < -9 \quad \text{يان} \quad -3x > 4$$

$$x > \frac{14}{3} \quad \text{يان} \quad x < -\frac{4}{3}$$

كۆمەلا شىكارى لسەر تەوهرى ژماران بنويىنە ۋەكول خوارى يا ديار.

(-1.33, 9)



ساخكرن:

دروستيا بەرسقى ب روونكرنى ساخبكه، دئيك رووتەختى پۆتانيدا، ويىنى روونكرنى بۇ ھەردوو نەخشان بكيىشە $y = |5-3x|$ ، $y = 9$ ويىنە دياردكەت كو ھەكە $x < -\frac{4}{3} \approx -1.33$ يان $x > \frac{14}{3} \approx 4.67$ دى بلندتربيت ژ بيت، ئەو خالا پۆيى ويى يى ئىكى (x) لسەر ھيلى روونكرنا نەخشا $y = |5-3x|$ دى بلندتربيت ژ ويى خالا پۆيى ويى يى ئىكى (x) لسەر ھيلى روونكرنا $y = 9$ ، ئەفە دەسەلمينت كو تانى ئىكى $(|5-3x|)$ مەزنتره ژ تانى دووى؟

بوچى ئاراستى لاسهنگى ل شىكاركرنا راھيىنانا بوورى ھاتە گوھارتن.

ھزركرنا ھەخنەگر

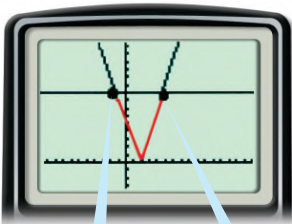
لاسهنگا $|3x-7| > 1$ شىكارىكە ۋە كۆمەلا شىكارى لسەر تەوهرى ژماران بنويىنە.

ھەولبەدە

لاسهنگا $|5-3x| < 9$ شىكارىكە ۋە كۆمەلا شىكارى لسەر تەوهرى ژماران بنويىنە.

4

نمونە



(-1.33, 9)

(4.67, 9)

شىكار

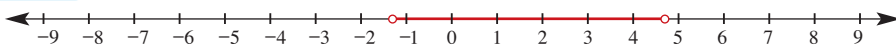
$$|5-3x| < 9 \quad (\text{لاسهنگا ژ جورى } |x| < a \text{ يه})$$

$$5-3x > -9 \quad \text{و} \quad 5-3x < 9$$

$$-3x > -14 \quad \text{و} \quad -3x < 4$$

$$x < \frac{14}{3} \quad \text{و} \quad x > -\frac{4}{3}$$

كۆمەلا شىكارى لسەر تەوهرى ژماران ب قى شيوهى دبىت.

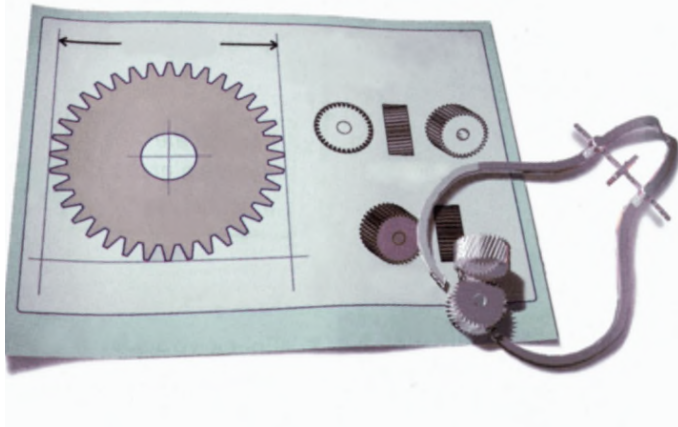


ساخبة

نمونا بوورئ دياردكەت كو هەكە $-\frac{4}{3} < x < \frac{14}{3}$ ئەو خالا پۆيئ وئ يئ ئيكي (x) لسەر هيلئ روونكرنا نەخشا $y = |5 - 3x|$ دئ نزمتربيت ژ وئ خالا پۆيئ وئ يئ ئيكي لسەر هيلئ روونكرنا نەخشا $y = 9$ ئەقە وئ چەندئ دسەلمينت كو تانئ خالا ئيكي $(|5 - 3x|)$ بچووكتره ژ تانئ خالا دوئ 9 .

بەراوردئ بکە ل ناڤهرا هەردوو لاسەنگەيئ هەردوو نمونئ بوورئ. روونبکە.

خالهکا چاڤدئريئ



لاسهنگهيهكى بنقيسه رووتى
بخوقه بگرت بؤ دياركرنا
پهراويزئ شاشيا رهوا ل پيقانا
تيرئ پهپكى ددانكرى ل
دهستپيكا وانا ئيكي، ههكه
بزاني كو تيرئ پهپكى دقئت
3.5 بيت دگهل پهراويزئ
شاشيئ ± 0.01

5

نمونه

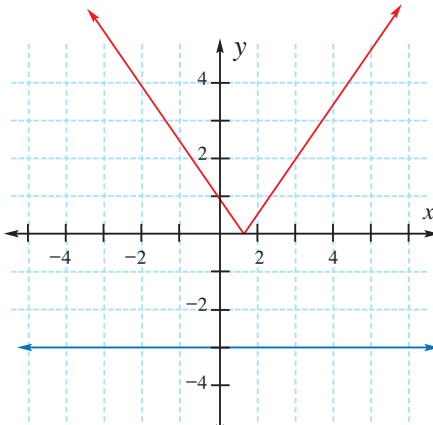
بجهئنان
پيشهسازى

شيكار

بلا هيئا d بؤ تيرئ پهپكى ددانكرى بيت، دقئت ئەف گؤراوه مەرجئ $3.5 - 0.01 \leq d \leq 3.5 + 0.01$ ساخبەت، ئانكو $-0.01 \leq d - 3.5 \leq 0.01$ لاسەنگا $|d - 3.5| \leq 0.01$ پهراويزئ شاشيا رهوا دياردكەت.

هەولبەدە

لاسهنگهيا $12.00 - 0.01 \leq a \leq 12.00 + 0.01$ لسەر شيؤئ لاسهنگهيا رووتئ بخوقه بگرت بنقيسه. هندەك لاسهنگهيئ رووتى بخوقه دگرن شيكارنين.



و هندەك لاسهنگهيئ دئ هەنە كۆمەلا شيكارئ بؤ وان
دبيته كۆمەلا هەموو ژمارئ راستى. $|2x - 1| < -3$
چونكى ژمارا $|2x - 1|$ چئنابيت بچووكتريت ژ ژمارهكا
سالب. ل لايەكى دئ، وئني بەرامبەر دياردكەت كو هەر
ژمارهكا راستى دبيته شيكار بؤ لاسهنگا $|2x - 1| > -3$
و كۆمەلا شيكارئ بؤ قئ لاسهنگهيئ دبيته كۆمەلا هەموو
ژمارئ راستى.

لاسهنگهيهكى بنقيسه رووتى و هيئا \geq بخوقه بگرت، وشيكار نهبيت. وئيكا دئ بنقيسه، رووتى و هيئا \leq بخوقه بگرت، و كۆمەلا شيكارا وئ كۆمەلا ژمارئ راستى بيت.

هەكە لاسهنگا $|x| \leq a$ شيكار نهبيت، توچ دبئزئ بؤ بهايئ دسياندا بؤ a ، و بؤ كۆمەلا شيكارا $|x| > a$

خالهکا چاڤدئريئ

هزرکرنهکا رهخنهگر

بەردەوامبوون د بیر کاریدا

- 1 ئەرئ ھاوکیشا $|3x - 5| + 4 = 3$ شیکار ههیه؟ روونبکه.
- 2 بۆچی ههموو جارن دقیت دروستیا شیکاری ساخبکهی دهمی ھاوکیشهکا رووتی بخۆقه دگرت شیکاریکهی؟ روونبکه.
- 3 بۆچی چیدبیت ھاوکیشهکا رووتی بخۆقه دگرت، دوو شیکار ههبن؟ روونبکه.
- 4 نواندنا روونکرئی بکاربینه، دا تو بهحسبکهی کو چهوا چیدبیت کۆمهلا شیکاری بۆ لاسهنگهیهکا رووتی بخۆقه دگرت یهکسان بیت ب کۆمهلا ههموو ژمارین راستی.

راھینانین ئاراسته کری

قان ھاوکیشان شیکاریکه، وشیکارا وان ساخبکه.

- | | | |
|----------------------------------------|-------------------------------------------|----------------------------|
| $10 = 7 - 3x $ 7 | $ 2x - 5 = 3$ 6 | $ x - 10 = 4$ 5 |
| $\frac{1}{2}x + 1 = x + 3 $ 10 | $\frac{1}{2}x + 1 = x - 2 - 1$ 9 | $x + 4 = x - 2 $ 8 |

قان لاسهنگان شیکاریکه، و کۆمهلا شیکاری لسهر تهوهری ژماران بنویته.

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------|----------------------------------------|
| $ x + 5 < \frac{1}{2}$ 13 | $ 2x + 1 \geq 5$ 12 | $2 < x - 4 $ 11 |
| $3 x + 1 + 3 > 2$ 16 | $3 x + 1 \leq 2$ 15 | $\frac{1}{2} 2x + 1 \geq 2$ 14 |
- 17 ئارامی تیرهک گرتنه نیشانهکی کو 9 مهتران یا دوو بوو، تیره ل دووریا کیمتر ژ 60cm ژ نیشانی کهفت.

- ا لاسهنگهیهکی بنفیسه رووتی بخۆقه بگرت، دهرپرینا وی دووریا تیری بری بکهت.
- ب ئهوی لاسهنگه شیکاریکه و کۆمهلا شیکاری لسهر تهوهری ژماران بنویته.

راھینان و بجهئینان

- 18 هیلهکی بکیشه ژ ههر ھاوکیشهکی یان لاسهنگهیهکا لایی راستی بۆ شیکارا وی ل لایی چهپی.

- | | |
|-------------------------------------|----------------|
| $-6 < x < 2$ | $ x + 2 = 4$ |
| $x = -6$ یان $x = 2$ | $ x + 2 < 4$ |
| $x < -6$ یان $x > 2$ | $ x + 2 < -4$ |
| شیکاری نییه. | $ x + 2 > -4$ |
| کومهلا شیکاری کۆمهلا ژمارین راستیه. | $ x + 2 > 4$ |
| بهحسی شیکاری نهکریه. | $ x + 2 = -4$ |

ههر ھاوکیشهکی شیکاریکه.

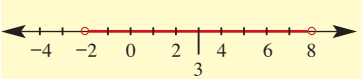
- | | | |
|-----------------------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| $ 2 + x = 10$ 21 | $ x - 5 = 12$ 20 | $ x + 4 = 8$ 19 |
| $ x + 5 = 1$ 24 | $ x - 2 = 9$ 23 | $ 8 - x = 1$ 22 |
| $ 10 - 4x = 28$ 27 | $ 3x + 12 = 18$ 26 | $ 2x - 15 = 11$ 25 |
| $ 10 - 3x + 5 = \frac{1}{2}$ 30 | $ 5x - 6 = 2$ 29 | $ 5 + 4x = 17$ 28 |
| $ 2x - 8 + 2 = 1$ 33 | $ 4 - 3x - 9 = 3$ 32 | $ 10x + 2 - 18 = 120$ 31 |

هەر لاسهنگهیهکی شیکاریکه.

$ 3x > 15$ 36	$ x+5 \leq 7$ 35	$ x-4 > 1$ 34
$ 3-x \geq -5$ 39	$ 4x \leq -8$ 38	$ -2x \leq 12$ 37
$ 4x+6 \leq 14$ 42	$ 2x-3 < 11$ 41	$ 2+5x \leq 3$ 40
$ 2x-1 \geq -5$ 45	$ 4x-5 \geq 15$ 44	$ \frac{2x+3}{-5} < 3$ 43
$ 9x+4 \leq -11$ 48	$ 7-6x < -4$ 47	$ 5x+3 > -2$ 46
$ \frac{3}{2}-\frac{5}{2}x < -\frac{7}{2}$ 51	$-2 4x+2 \geq -4$ 50	$-2 4x+1 \leq -4$ 49

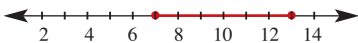
پوخته

تو دکاری لاسهنگهیا بهایی رووتی بخوڤه دگرت ب فی شیوهی دهریبری:

روونکر	جهبری	زارهکی
	$ x-3 < 5$	دووریا لناقبهرا x و ژماره 3 کیتره ژ ژماره 5

ل راهینانا 52 هتا 54 هردوو شیوهی بین دی بنفیسه.

52 دووریا ل ناقبهرا x و ژماره 7 کیتره ژ 4 $|x-4| < 1$ **53**

54 

55 لاسهنگهیا $|\frac{4x}{3}| \leq 2x+5$ شیکاریکه و کومه لا شیکاری لسهر تهوهری ژماران بنوینه.

لاسهنگهیهکی بنفیسه بهایی رووت تیدا بیت و دهریبری هەر ئیکی ژ پرسیرین 56 ، 57 بکهت، پاشی شیکاریکه.

56 کیشا زگار 60kg ، لی نوژداری گوتی ئەف کیشهیا دوره ژ کیشا وی یا نمونهی ب ریژهیا 5% ، ئەو بهایی پهسەند بو کیشا زگار چهنده؟

57 پهیمانگههکا ئاماری به لاکر کو 68% ژ وان کهسین بهری خو دنه فلمی سینهمی، کیکی دخون ل دهمی تهماشکرنی. بلندترین و نزمترین ریژهیین سەدی بو وان کهسان دیاریکه، ههکه بزانی ریژا شاشیی ل به لاکرنا پهیمانگههی 3% یه.

به رهنگاری

بجهئینان

لینیرینهك بو پاش

هەر هاوکیشهکی شیکاریکه:

$\frac{10x}{-60} = \frac{2x-10}{8}$ **60** $\frac{x-3}{4} = \frac{2x}{16}$ **59** $\frac{2}{x} = \frac{4}{5}$ **58**

61 هاوکیشه $P = 2v + 2w$ شیکاریکه ب ههژمارت نا گۆراوی v پی گۆراوین دی.

هەر لاسهنگهیهکا ل خواری شیکاریکه، و کومه لا شیکاری لسهر تهوهری ژماران بنوینه:

$x-9 \geq \frac{1}{6}(21+x)$ **63** $4x-5 < \frac{1}{3}(8x+3)$ **62**

هەر لاسهنگهیهکا ئاویته ل خواری شیکاریکه و کومه لا شیکاری لسهر تهوهری ژماران بنوینه:

$(x \leq -2) \vee (x > -4)$ **65** $(x > 2) \wedge (x \leq -1)$ **64**

لینیرینهك بو پاش

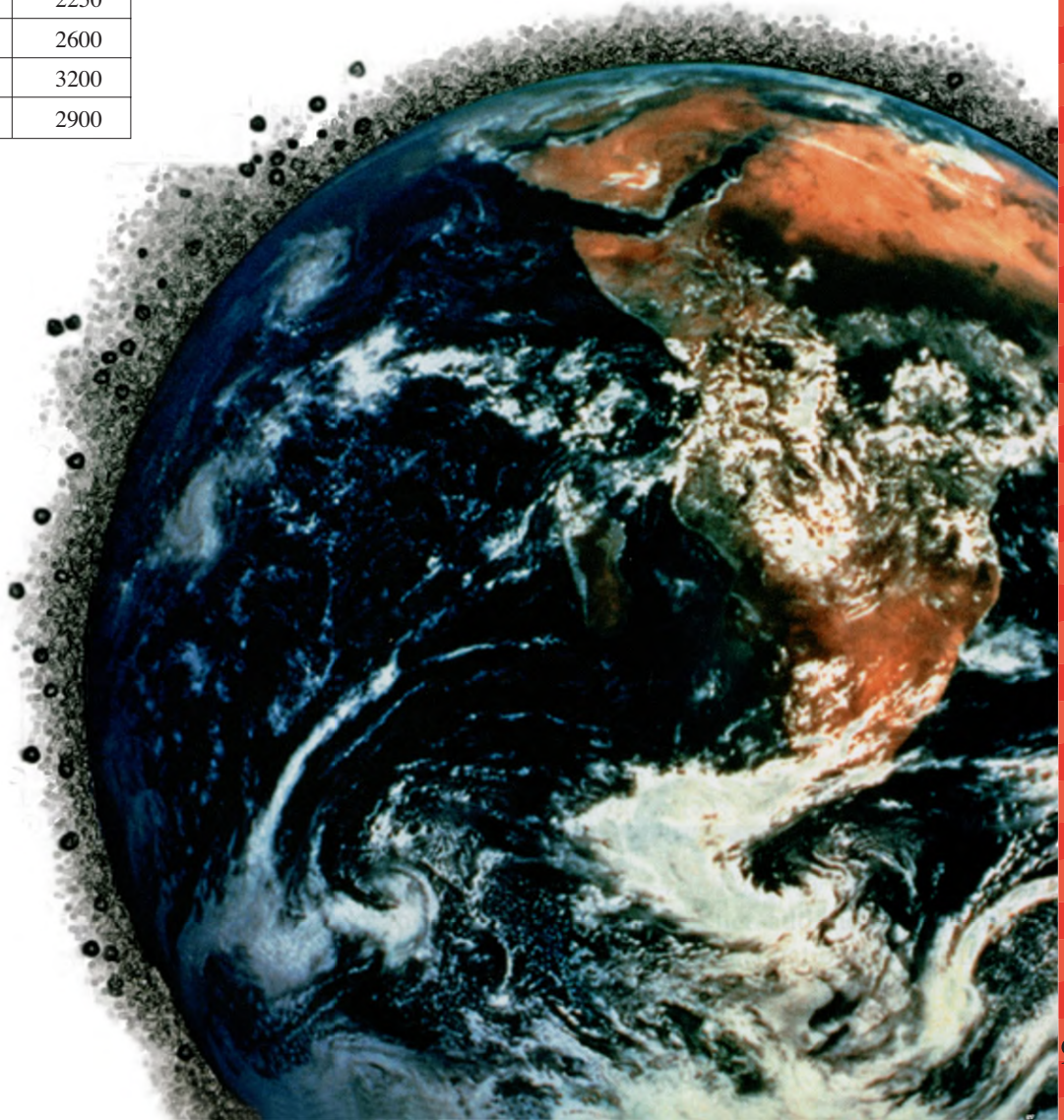
66 هیللی روونکرنا نهخشا $f(x) = (x-3)(x+2)$ بکیشه وئیکودووبرینا وی دگهل تهوهری (x) (ئیکی) دیاریکه، بهراوردیی بکه ل ناقبهرا هردوو کۆلکین رادهداری ئهوین نهخشی وئیکو دووبرینا وی دگهل تهوهری ئیکی پیناسهدهکن.

پاشمايىن بۆشايى عەسمانى

مرۇف ژ سالا 1957 ب هزاران ئەرك ل بۆشاييا عەسمانى يى رابويى، ژ وان فرىكرنا هەيقىن دەستگرد يان رابوون ب گەشتان. قان ئەركان و گەشتان ب مەليوونان پاشمايى لجه هشتن ل بۆشاييا نيزىكى ئەردى. هەبوونا قان پاشماييان لسەر شيويىن قەبارەيىن جياواز بوو گرنگيهك و بەرچاف هاتە وەرگرتن ل دەمى رادبوون ب ئەركىن نوو. هەكە پاشمايىن بچووك ترسانە نەبن لسەر ئەركىن نوو، لى بى گۇمان پاشمايىن مەزن دى دترسانەبن، قىجا يا پىدقى بوو قان پاشماييان تۇماربەكن، وپىداييان لسەر وان بەردەوام نووبەكن.

خشتى پاشمايىن بۆشايى		
ژمارا سەجمان (پارچە)	هەيف	سال
1965	175	900
1970	350	1850
1975	525	2250
1980	700	2600
1985	875	3200
1990	1050	2900

خشتى ل بەرامبەر ژمارىن خەملاندنى بۆ پاشمايىن هەيقىن دەستگرد دنويىت و پارچەبوونا وان ل ناقبەرا 1965 و 1990 كويا دابەشكرىه لسەر ماوى 5 سالان.





چالاکى 1

1 پېدايېن خشتى بوورى بكاربېنه بو
 هه ژمارتا تيكرائى گوهورپىنى ل ژمارا
 هه يقين دستگرد ل ناقبەرا سالا 1965
 وسالا 1990 فى تيكرائى گوهورپىنى ل
 ماوى پېنج سالان بهه ژميره. بهراوردى
 بکه ل ناقبەرا فان تيكرائى گوهورپىنى
 وتيكرائى گوهورپىنى ل دريژيا دهى
 ناقبەرا 1965 و 1990.

2 سامپلهكى بيركارى لسەر شيوى
 نهخشەكا هيلهى دروستبکه بو هه موو
 پيدايېن هه يقين دستگرد، هيمایا (x) بو
 سالى دانه و سالا 1965 بلا سالا سفر بيت.

سامپلى خو ساخبکه بكارئنانا پيدايېن خشتى.

چالاکى 2

1 پيدايېن پارچين ژيغه بووين (سهجمان) دخشتهيدا بنوينه ب مهرجهكى ته وهرى ئيكي بو
 نواندنا سالان بيت (سفر بو سالا 1965 دانه) و ته وهرى دووى بو نواندنا ژمارا پارچين
 ژيغه بووين (سهجمان) بيت.

2 ويئەيهكى رoonكرنى يى گونجاي بکيشه بو نواندنا ژمارا پارچين ژيغه بووين ل دريژيا
 سالان. بهحسى وى باوى (مود) بکه کو دهرئه نجامدکەى ژ قى ويى رoonكرنى.

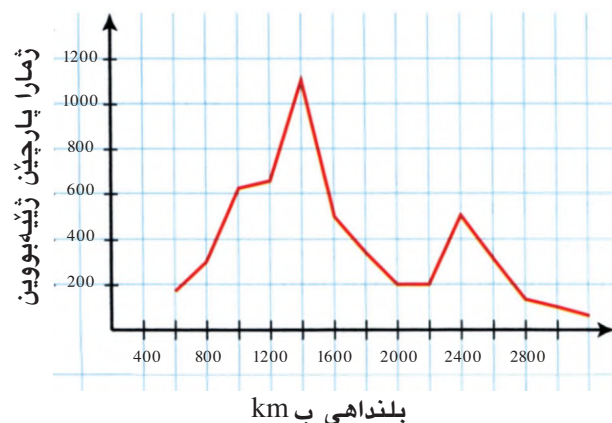
ئەرى تو باوهر دکەى ئەو سامپلى ب دست ته کەفتى رى ددهت بو خەملاندنن پاشەرؤژى
 و پشت پى بهيته بهستن؟ رoonبکه.

چالاکى 3

1 ويى رoonكرنا بهرامبەر بكاربېنه، ئەوى دابه شکرنا
 پاشماين بو شاييا عهسمانى ل دووق بلنداها وان دنويئت.
 چهوا ژمارا وان دهيتە گوهورپين ل دووق بلنداھيى رونبکه؟

2 بهرى خو بدى کو ويى رoonكرنا نهخشا ژماره پاشمايان
 ل دووق بلنداها وان، دبیتە راسته هيل، ئەفه وى چەندى
 دياردکەت کو ريسايا قى نهخشى دهيتە گوهورپين ل دووق
 گوهورپينا ماوى بلنداھيى، و ل هه موو ماوهيان يا هيله ييه،
 فان ماوهيان دياربکه و هاوکيشا پارچه راسته هيل ل هر
 ماوهيهكى دياربکه.

3 وان هاوکيشين ب دست ته کەفتين بكاربېنه بو خەملاندنا
 ژمارا پاشمايان ل بلنداها 725km، پاشى ل بلنداها
 2100km. دانو ستاندنى بکه لسەر مفايى قى سامپلى.



پیداچوون

- 15 دھەر دوو خالانرا (3, 4) و (4, 5) دبووریت.
 16 دھەر دوو خالانرا (6, 8) و (3, 6) دبووریت.
 17 دخالا (-1, 4) رادبووریت وستوونہ دگھل راستہھیلے
 $y = -3x - 5$.

- 18 دخالا (-3, -2) رادبووریت و تہریبہ دگھل
 راستہھیلے $y = 3.6x - 5$.

ھاوکیٹشا ہەر راستہھیلہکی لسەر شیوی گشتی
 بنقیسہ.

19 $y + 9 = 4x - 8$

20 $3x + y + 6 = 9$

ہەر سیستہمہکی ہیئلہی ب روونکرنی شیکاریکہ.

21 $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ 3x + y = -8 \end{cases}$

22 $\begin{cases} 8x + 6y = 2 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$

23 وینی روونکرنہ فی نہخشی بکیٹشہ.

$f(x) = \frac{1}{2}|x| + 1$

24 ئەو جھگوھۆرکە چنە کو نہخشا $f(x) = -|x + 2| - 3$
 پەیدادکەن ژ نہخشا بنەرہت؟

ھاوکیٹشی شیکاریکہ:-

25 $\left|\frac{1}{2}x\right| = 20$

26 $12|2x| = 108$

27 $\frac{3}{2}|x + 4| - 5 = 22$

لاسەنگی شیکاریکہ:-

28 $\left|\frac{1}{2}x\right| > 20$

29 $-5|6x - 7| \leq 35$

30 $|6x - 7| \leq -35$

نەندازە: ل سیگۆشا 90 - 60 - 30 ، پەیوەندی ل ناقبەرا

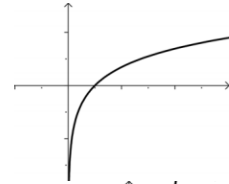
دریژیا ژیی (d) و دریژیا لایی (s) بەرامبەری گۆشا 30°
 پەیوەندیەکا راستەوانەییە، ئانکو ریژیی ئیککی بۆ یی
 دووی نەگۆرە.

31 قی ریژی دیاریکە هەکە دریژیا ژیی 45 بیت و دریژیا
 لایی 22.5.

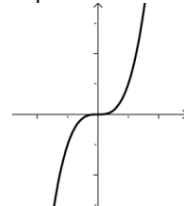
32 پی s بنقیسە.

33 بەایی s بەهۆمێرە هەکە $d = 13\text{cm}$.

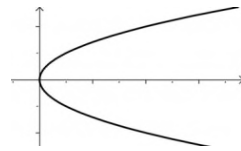
ئەری ئەف وینەیی روونکرنی نہخشەکی دنوینیت؟



1



2



3

x	y
2	3
1	-2
0	0
2	-5
3	6

4 ئەری خشتی بەرامبەر نہخشەکی دنوینیت؟

بوار و مەودایی نہخشی دیاریکە.

5 $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

6 $f(x) = 11x - 2$

7 $f(x) = 3x^2 - 2$

8 $f(x) = 2 - 3x$

دەروون ناسی زانایین دەروون ناسی پلا زیرەکیی لنگ

مرۆقی دیاردکەن ب ریبە هەژمارتەنا ریژا ژیی هزری بۆ ژیی
 وی ب سالان، و وی ریژی ل ژمارە 100 دەن، پاشی
 ئەنجامی نیژیکدکەن بۆ نیژیکترین ژمارا تەواو.

9 پلا زیرەکیی لنگ مرۆقەکی بەهۆمێرە کو ژیی وی 15 سال
 بیت و ژیی وی یی هزری ئەقەبن ب ریژ 18, 15, 14, 10،
 52 سال.

10 پەیوەندیە ناقبەرا ژیی هزری و پلا زیرەکیی بۆ مرۆقی
 دەربەرە پی خشتەکی و وینی روونکرنی ورپسایەکی.

11 ئەری پەیوەندی ل ناقبەرا ژیی هزری و پلا زیرەکیی
 نہخشەکی دنوینیت؟

12 کیژ نہخشە نہیا هیئلەییە؟

ا $f(x) = -2x + 1$

ب $f(x) = 11x - 2$

ج $f(x) = 3x^2 - 2$

د $f(x) = 2 - 3x$

ھاوکیٹشا راستەھیلے بنقیسە ل راھینانا 13 هەتا 18.

13 لاری 3- و دخالا (5, 8) رادبووریت.

14 لاری سفر و دخالا (-5, 4) رادبووریت.



ئەزمۇنا بەشى

16 **نەخشە:** سارايبى تەماشەي نەخشى عىراقى كر كو ب پيقهرى $\frac{5000000}{1}$ هاتبوو ويئەكرن، ئانكو هەر ئىك سەنتىمەتر لىسەر نەخشى 50 كلم لىسەر ئەردى دنوئىت، سارايبى لىسەر نەخشى دىت دوورىا ل ناقيبەرا هەقلير و كەركووك دىتە 8.4cm دوورى ل ناقيبەرا قان هەردوو باژىران لىسەر ئەردى چەندە؟

ب روونكرنى هەر سىستەمەكى بنوئىنە، و جوئى وى دىارىكە ستمە يان سنووردايە يان بى سنوورە)

$$\begin{cases} 4x+2y=24 & 18 \\ 2x-12=-y & \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=1 & 17 \\ x-2y=-8 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+3y=0 & 20 \\ y+\frac{4}{3}x=-7 & \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x-y=4 & 19 \\ 2x-6y=12 & \end{cases}$$

21 **ئەندازە:** سەرجهمى دوو گووشەيىن تەواوكر دىتە 90 پلە، پىقاننا هەر گووشەكى چەندە هەكە پىقاننا ئىكى ژوان ب 30 پلان زىدەتر بىت ژ پىقاننا يا دووى؟

ب روونكرنى هەر سىتەمەكى شىكارىكە

$$\begin{cases} x+y=3 & 23 \\ 2x+3y=3 & \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y=1 & 22 \\ y=x-2 & \end{cases}$$

هەر هاوكىشەكى شىكارىكە.

$$|5x-7|=7 \quad 25 \quad |3x+1|=4 \quad 24$$

$$|x-5|=2 \quad 27 \quad \left|\frac{1}{2}x-4\right|=3 \quad 26$$

هەر لاسەنگەيەكى شىكارىكە.

$$|2x+13|\leq -3 \quad 29 \quad |5x+3|\geq -2 \quad 28$$

$$\left|\frac{3}{2}x+8\right|<3 \quad 31 \quad \left|\frac{3}{5}x+6\right|\geq 9 \quad 30$$

ئەوى جىگوھوپكا ئەندازى دىارىكە ئەوا روونكرنى

نەخشا بنەرەت $y=|x|$ دگوھوپرېت بو وئى روونكرنا هەر

نەخشەكى ل خوارى.

$$y=|x+5| \quad 33 \quad y=|x-3| \quad 32$$

$$y=|x|-3 \quad 35 \quad y=|x|+2 \quad 34$$

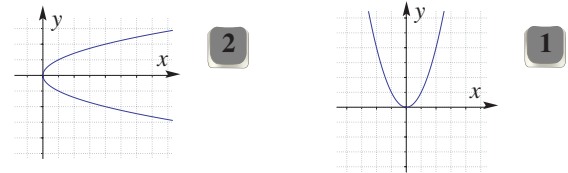
ب روونكرنى شىكارىكە.

$$|x-5|+3=0 \quad 36$$

$$|x+4|=5 \quad 37$$

$$|x+13|\leq -3 \quad 38$$

ئەرى وئى روونكرنى نەخشەكى دنوئىت بەحسبە.



بەيى هەر نەخشەكى بەهژمىرە هەكە (x) قان بەيەن

2-، سفر، 2 ب رىز وەرېگرت:-

$$f(x)=5x^2-4x+7 \quad 3$$

$$f(x)=x^2+x-4 \quad 4$$

5 **بكارچوون** زانكويا كوردستان، باجا توماركرنى ب

فى شيوەى دىاكر: بو ئەندامبوونى 480 هزار دىنار،

900 هزار دىنار بو هەر وانەيەكى كو قوتابى

هەلبزىرېت. نەخشەكى بنقىسە كو تىچوويا

توماركرنا قوتابى ل (x) وانەيان، وتىچوويا

توماركرنى ل 3 وانەيان چەندە؟

6 **بازرگانى:** وەرشەكا چاكرنا ترومبىلان (50) هزار

دىناران وردگرت بو وەرگرتنا ترومبىلى و دىاركرنا

هوئى ژ كار كەفتنا وئى و 45 هزار دىناران بو هەر

دەژمىرەكا كاركر ل چىكرنا ترومبىلى ببوورىت.

نەخشەكا هىلەى بنقىسە كو تىچوويا چاكرنا

ترومبىكى پى ژمارا دەژمىرېن چاكرنى بنوئىت.

وئى روونكرنى بو هەر نەخشەكى بكىشە.

$$y=2x+5 \quad 8 \quad y=2x \quad 7$$

$$x=2 \quad 10 \quad y=1 \quad 9$$

هاوكىشى لىسەر شوئى لارى - ئىكو دووپرېنى بو هەر

راستەھىلەكى بنقىسە.

لارى 2 و دخالا $(-1, 5)$ رادبووريت.

لارى سفر و دخالا $(-5, 7)$ رادبووريت.

هەر دووخالانرا $(3, 5)$ $(4, -7)$ بووريت.

دخالا $(1, 2)$ رادبووريت و تەرىبە دگەل راستەھىلى

$$y=4x+3$$

دخالا $(-5, 9)$ رادبووريت و ستوونە دگەل

$$2x+3y=4$$

راستەھىلى

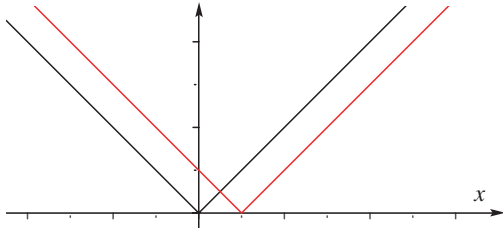
ئەزموننا كەلوڭكى

8 كىز ھاوكىشا دىبىتە راستەھىلەك كو تەوهرى دووى نەبرت؟

$x = -4$ ب $y = 4$ ا
 $y = 3x$ د $x + y = 2$ ج

9 ھاوكىشا $|2 + 3x| = 14$ شىكارىكە.

10 ھاوكىشا وى نەخشا ب سورى ھاتىە وىنەكرن كىزكە.



11 لاسەنگەيا $|2 + 3x| \geq 14$ شىكارىكە.

12 كىز ژ فان راستەھىلان بى تەرىبە دگەل راستەھىلى $y = -2x - 3$

$y = 2x - 2$ ب $y = -2x + 2$ ا
 $y = -0.5x - 2$ د $y = 2x + 2$ ج

13 ھاوكىشا راستەھىلى دقان ھەردوو خالانرا $(-3, 6)$ دىبوروت بنقىسە.

14 خالا ئىكو دووبرىنا راستەھىلى $3x - 5y = 2$ دگەل تەوهرى دووى دىارىكە؟

15 لارى راستەھىلى $3x - 5y = 2$ دىارىكە، پاشى وىنەبەكە.

16 مەودايى نەخشا $f(x) = -\left(\frac{x}{3}\right)^2$ دىارىكە؟

17 نەرى سىستەمى ھىلەى $\begin{cases} 3y = 4x - 1 \\ x = \frac{4}{3}y \end{cases}$

بى سنووردايە يان ستەمە يان بى سنوورە؟

18 ھاوكىشا وى نەخشا پەيدادىبىت ژ نەخشا بنەرەت $y = |x|$ ب راکىشانەكا ستوونى بو سەرى ب 2 يەكان بنقىسە.

1 ھاوكىشا وى راستەھىلى د ھەردوو خالانرا

$(-1, -4)$ دىبوروت كىزكە؟
 $y = -\frac{1}{3}x + 9$ ب $y = \frac{1}{2}x + 7$ ا
 $y = -3x - 7$ د $y = 3x - 1$ ج

2 ھاوكىشا وى راستەھىلى د خالا $(10, 3)$ را دىبوروت

و ستوون بىت دگەل راستەھىلى $y = 5x - 3$ كىزكە؟

$y = -\frac{1}{5}x - 3$ ب $y = -\frac{1}{5}x + 5$ ا
 $y = -5x - 5$ د $y = -5x - 3$ ج

3 كىز فانىن ل خواری وەسفا جھگوھوپكا وىنى

روونكرنا نەخشا رووتى بو روونكرنا نەخشا $f(x) = -|x - 2|$ دگەت.

ا راکىشاننا ئاسووى بو لايى راستى ب 2 يەكان،

پاشى وىنەدانەوہ ل دوور تەوهرى دووى

ب راکىشاننا ئاسووى بو لايى راستى ب 2 يەكان،

پاشى وىنەدانەوہ ل دوور تەوهرى ئىكى.

ج راکىشاننا ئاسووى بو لايى چەپى ب 2 يەكان،

پاشى وىنەدانەوہ ل دوور تەوهرى دووى.

د راکىشاننا ئاسووى ب 2 يەكان بو لايى چەپى

پاشى وىنەدانەوہ ل دوور تەوهرى ئىكى.

4 نمونەنەكى بىنە بو پەيوەندىيەكى كو نەبىتە نەخشا، و روونبەكە بوچى.

5 كىز نەخشا ناپىتە نەخشا يەكا ھىلەى؟

$y = \frac{3-4x}{7}$ ب $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ ا

$y = 3 - x$ د $y = \frac{7}{3-4x}$ ج

6 كىز فانىن ل خواری لارى و ئىكو دووبرىنا ستوونى

دىاردكەن بو راستەھىلى $2x + 3y = 2$

$\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}$ ب $-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}$ ا

$2; -2$ د $-2; 2$ ج

7 لارى راستەھىلى د ھەردوو خالانرا $(2, -1)$

$(-5, 0)$ دىبوروت كىزكە؟

-3 ب -7 ا

$-\frac{1}{7}$ د $\frac{1}{7}$ ج

بهشی سی

نخشه یین دوو جای

1. نخشه یا دوو جای.

2. شیتله کرنا برین جهبری یین دوو جای.

3. شیکار کرنا هاوکیشا دوو جای ب تهمام کرنا دوو جا.

4. شیکار کرنا هاوکیشه یا دوو جای ب یاسایی.

5. لاسه نکه یین دوو جای.

پرۆزه یی بهشی.

نەخشەییڭ دووجایی

بەشی

3

پەرتووكا ((الجبر والمقابلة)) یا زانیی موسولمان محمد كورئ موسی یی خەوارزمی، ژ ئیكەمەین پەرتووكان بوو ئەوین بەحسی جەبری کرین. و پەیقا «الجبر» دقئ پەرتووكیدا هاتبوو، كو ب هەموو زمانین جیهانی ئەف پەیفە هەتا نھۆ دەیتە بكارئینان ل گەل ھندەك گوھۆرینان. خەوارزمی پەیفقا «الجبر» دھاوكیشەیاندا بكارئینا بو شیکارکرنا وان. جەبرکرنا ھاوكیشەیی، ل نك خەوارزمی، رامانا زیدەکرنا هەمان ژمارە بو هەردوو لایین ھاوكیشەیی ددا، ژبو دیارکرنا بەھایی گۆراوی. وھەرەسا خەوارزمی زانستی جەبری بكارئینا بو قەكۆلینین زانستی دبواری جوگرافیایی و گەردوون زانیدا.



وانە

1. نەخشەیا دووجایی.
2. شیتەلکرنا برین جەبری یین دووجایی.
3. شیکارکرنا ھاوكیشەیا دووجایی ب تەمامکرنا دووجا.
4. شیکارکرنا ھاوكیشەیا دووجایی ب یاسایا (دەستوور).
5. لاسەنگەیین دووجایی.

ئێستراپ ژ ئامیرین ئیکئ بوو یین زانیان بکارئینان بو خواندن و زانیان جەین ستیران.



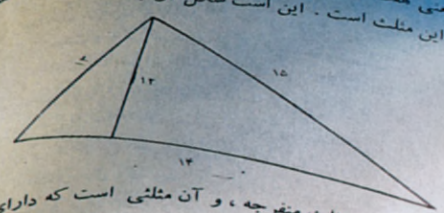
چهند لاپه‌رهك ژ په‌رتووكا
خوارزمی دهرباره‌ی جبریی.



بابه مساحت
اما مدورة (= دایره) : اقسام دایره پیش از این توصیف شد،
برای تعیین مساحت آنها در ابتدای این باب سخن گفتیم ، مثلا دایره‌ای
است که قطرش هفت ذراع و پیرامونش بیست و دو ذراع است ، مثلا دایره‌ای
تعیین مساحت این دایره باید نصف قطر را ، که عبارت است از سه
ونیم ، در نصف پیرامون ، که عبارت است از پانزده ، ضرب کنی ، پس
مساحت آن سی و هشت و نیم است . راه دیگر آن است که قطر را -
که مقدارش هفت است - در مانند خودش ضرب کنی ، حاصل ضرب
می‌شود: چهل و نه ، يك هفتم و نصف يك خودش ضرب کنی ، حاصل ضرب
ده و نیم ، از چهل و نه کم کنی ، سی و هشت و نیم باقی می‌ماند که برابر
است با مساحت دایره . این است شکل آن :
اگر کسی بگوید : ستونی
مخروطی شکل داریم که قاعده آن
چهار ذراع در چهار ذراع چوار تقاضش
ده ذراع ، و مساحت رأس آن
دو ذراع در دو ذراع است .
راه حل آن چنین است :



ترجمه جبر و مقابله خوارزمی
۱۰۶
و به واسطه راست بودن عمود نامیده شده است، پس عمود را در نصف
قاعده ، یعنی هفت ، ضرب می‌کنی می‌شود : هشتاد و چهار و آن مقدار
مساحت این مثلث است . این است شکل آن :



نوع سوم : مثلث منفرجه ، و آن مثلثی است که دارای زاویه
منفرجه و اضلاع متفاوت باشد ، یعنی اندازه يك ضلعش شش و ضلع
دیگرش پنج و اضلاع متفاوت باشد ، برای شناختن مساحت این مثلث ،
از عمود و محل پای عمود استفاده می‌شود ، و محل پای عمود در این
مثلث ، تنها روی ضلع بلندتر قرار می‌گیرد ، پس این ضلع را قاعده
دار می‌دهی ؛ زیرا اگر بخوای یکی از دو ضلع کوتاه‌تر را قاعده
دار ، در خارج مثلث واقع می‌شود ؛ شناختن

ل دؤر پرؤزه‌یی به‌شی

بی گوژمان، گه‌له‌ک حالت ته‌یین دیتین ده‌می نه‌خشه‌یه‌کا دو‌جایی دئیته
بکارئینان بو پیکئینانا نمونه‌یه‌کا بیرکاری ب مەرما خواندنا حاله‌ته‌کی ژ
ژيانا مه یا روژانه. دقئ به‌شید، په‌یوه‌ندیا دناقبه‌را نه‌خشه‌یین دو‌جایی و
جیاوازیا دناقبه‌را ژماره‌یه‌کی و ئیکا دی ل دووڤ ده‌ییت دشپوازه‌کی ژماره‌ییدا
دی بو ته روونبیت.

• پشتی ب دو‌ماهیك هاتنا فی به‌شی، تو دی شئی:

ریکا جیاوازیین ب دو‌ماهیك هاتین بکاربینی بو دیارکرنا ریسیا
نه‌خشه‌یه‌کی.



نەخشەییڭ دووجایی

وانە

1



بۆجی

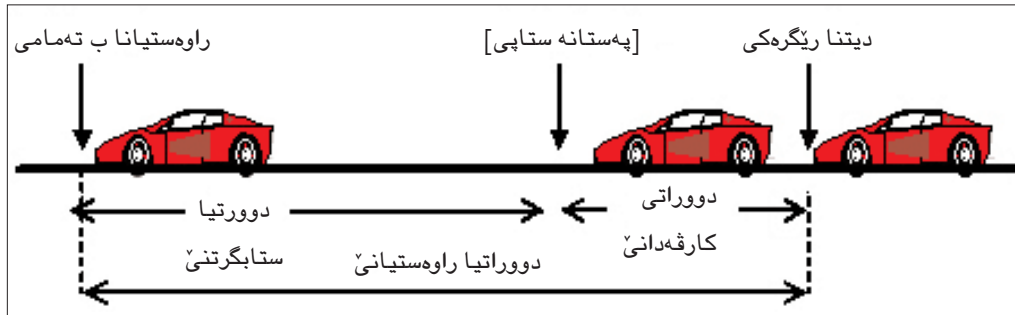
تو دشیی گەلەك ژ بارین ژيانا رۆژانه، ب برین جەبری بنوینی. بۆ نمونە: دووراتی ترومبیلەك دبرت دەمی شوپۆری وی بزاقی دکت براوہستینت ل دەمی ریگرەکی دبینت و ھەتا ترومبیل ب تەمامی رادوہستت.

ئارمانج

- نەخشەیا دووجایی $f(x) = ax^2 + bx + c$ دی نیاست، وب روونکرنی دی نوینت.
- نەخشەیا دووجایی ب روونکرنی دی نوینت، وناقئ (برگەیی ھاوتا) دی ب کارئینت بۆ ھیلکاری روونکرنی.
- سەری برگەیی ھاوتا و تەوہری وی دی دیارکەن بەرەف زیدەبوون و بەرەف کیمبوونا نەخشەیی دی دیارکەن ب روونکرنی.
- بارئ قەبوونا برگەیی ھاوتا دی دیارکت ل دووف نیشانا ھاوکۆلکی a

برین جەبری

دووراتی ترومبیل دبرت، ژ دەمی شوپۆری وی ریگرەکی دبینت و ھەتا ب تەمامی رادوہستت، ژ دوو دووراتیان پیکدھیت، وەکی دوینەیدا دیار:



X	Y ₁
0	0
10	2.625
20	6.5
30	11.625
40	18
50	25.625
60	34.5

تو دشیی دەربرینی ژ دووراتی پیدقی بۆ راوہستیانا ترومبیلی بکە، ب ئەقی بری جەبری: $d(x) = \frac{1}{5}x + \frac{1}{160}x^2$ ، کو گوپراوی x لەزا ترومبیلی دنوینت ل دەمی دیتنا ریگرەکی ب (km/h)، و $d(x)$ دبیتە دووراتی راوہستیانا ب تەمامی ب (مەتران). بری $d(x)$ پیکدھیت ژ سەرجمی بری $\frac{1}{5}x$ کو دبیتە دووراتی کارقەدانئ و بری $\frac{1}{160}x^2$ دووراتا راوہستاندنئ دنوینت.

ھەكە مە خشتەیهك بۆ بری $d(x)$ دورستكر بكارئینانا بژمیرا روونکرنی، تو دی بینی کو دووراتی پیدقی بۆ راوہستیانی دبیتە نیژیکی 25m دەمی لەزا ترومبیلی 50km/h بت، و دبیتە 82m ب نیژیکی دەمی لەزاوی 100km/h بیت و ھۆسا، دی تیپینی کە ی کو دووراتی پیدقی بۆ راوہستیانی ۳ جاران ھند لی ھات ل دەمی لەزا ۲ جاران ھند لی ھاتی.

ئەری پەیوہندیا دناقبەرا لەزی (x) و دووراتی راوہستیانی d پەیوہندیەکا ھیلییە؟ روونکە.

وانە 1-3

جەئینان

فیزیا

تەکنۆلۆژیا

بژمیرا
روونکرنی



ھزکرەکا رەخنەگر

برین دووجایی

برین دووجایی ئەو برهنه ئەوین دەینە نقیسین ب شیوهیی: $ax^2 + bx + c$ دەمی a, b, c ژمارهیین راستی بن و $a \neq 0$. دبیزنه a, b, c هاوکۆلکهیین بری دووجایی.

سادهترین بری دووجایی x^2 یه. ب شیوهیهکی گشتی، ههکه ته برهکی هیله ل برهکی هیله دی دا، دی برهکی دووجایی ب دەست ته کهفت و ههر وهکی دچالاکیا ل خواریدا:

چالاکیی 1

برین دووجایی و برین هیللی

1. خشتهی ته مامبکه:

نهجامی لیکدانا ههر دوو بران	بری دووی	بری نیکی
$(2x-2)(2x+1) = 4x^2 - 2x - 2$	$2x+1$	$2x-2$
	$x+1$	$x+1$
	$-2x+1$	$2x$
	$0.5x+1$	$-x+2$

2. هاوکۆلکهیین بری دووجایی، دهر حالهتهکی پرسیارا بووریدا دیاریکه.

3. بری $(mx+n)$ ل بری $(px+q)$ ده، و نهجامی ب شیوهیی برهکی دووجایی بنقیسه. هاوکۆلکهیین بری پی n, m, p, q دیاریبکه.

خالهکا چاقدیری

نەخشەیین دووجایی

ل بهشی دووی، تو فییری نەخشەیین هیللی بووی. ل قی بهشی دی فییری جورهکی نووی نەخشەیان بی کو نەخشەیین دووجاینه. ل بیرا تهبت، شیوهیی گشتی یی نەخشەیا هیللی دبیته $f(x) = mx + b$ ئەف شیوهیی گشتی ب بری هیلهکی جهری ناسکریه، لی نەخشەیا دووجایی ب برهکی دووجایی ناسکریه.

نەخشەیا دووجایی

نەخشەیا دووجایی نەخشەیهکه، ریسایا وی ب برهکی دووجایی یی ئیک گۆراو دهیته نقیسین: $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، کو a و b و c ژمارهیین راستینه و $a \neq 0$. دبیزنه a و b و c هاوکۆلکهیین نەخشەیا دووجایی.

سادهترین نەخشەیا دووجایی $f(x) = x^2$ یه. تو دشپی هه موو نەخشەیین دووجایی ژ قی نەخشەیی پیکبینی بکارئینانا جهگوهورکین ساده یان یین ئاویتته. له ورا $f(x) = x^2$ دبیته نەخشەیا بنه رت بو هه موو نەخشەیین دووجایی. نەخشەیا $d(x) = \frac{1}{5}x + \frac{1}{160}x^2$ نمونهیه که ل سهر نەخشەیا دووجایی.

هاوکۆلکهیین نەخشەیا دووجایی ئەوا دووراتیا راوهستیانا ترومبیلی دنوینت چنه؟ **هزرکرنهکا رهخنهگر**

روونبکہ کو نہخشہ یا $f(x) = (2x-1)(3x+5)$ نہخشہیہکا دو جاییہ، و هاو کو لکھیئین c, b, a دیاریکہ.

شیکار

ریکا دووی

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x-1)(3x+5) \\ &= (2x-1)3x + (2x-1)5 \\ &= 6x^2 - 3x + 10x - 5 \\ &= 6x^2 + 7x - 5 \end{aligned}$$

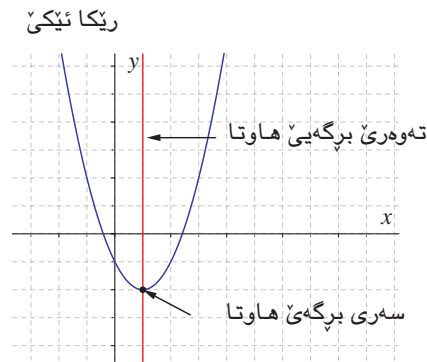
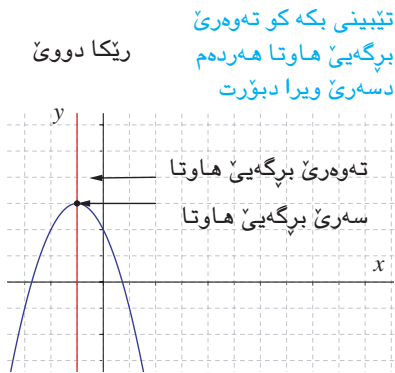
ریکا (ریئا) ٹیکی

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x-1)(3x+5) \\ &= 2x(3x+5) - (3x+5) \\ &= 6x^2 + 10x - 3x - 5 \\ &= 6x^2 + 7x - 5 \end{aligned}$$

چونکی $f(x) = 6x^2 + 7x - 5$ دبیته نہخشہیہکا دو جایی، و هاو کو لکھیئین وی دبنہ: $c = -5, b = 7, a = 6$

ههولبدہ روونبکہ کو نہخشہ یا $f(x) = (2x-5)(x-2)$ نہخشہیہکا دو جاییہ و هاو کو لکھیئین وی دیار بکہ.

ویئنهیی روونکرنی یی نہخشہ یا دو جایی نا فہکی تایبته هیه کو برگهیی هاوتایه *Parabola* ویئنهیی ل خوارئ، دو جوړین جودا ژ برگهییئین هاوتا دیاردکت.



تیبینی بکہ کو هر برگهیهکی هاوتا خالهکا ناسیار هیه دبیزنی سهر، وتهوهرهکی هاوجیوونی هیه کو برگهیی دکتہ دو بهشین جوت.

ههروسا تیبینی بکہ، سهرئ ویئنهیی روونکرنی یی نہخشہ یا دو جایی، مهزنترین یان بچووکتترین بهایی نہخشی دیاردکت.

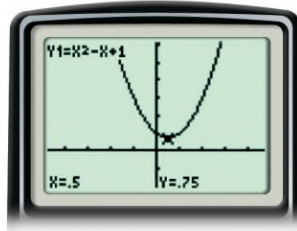
ههکه ب هووری بهری خو بدیه نہخشہ یا دو جایی $f(x) = ax^2 + bx + c$ دی دیاربیت کو ههژمارکرنا بهایی $f(x)$ یا دشیاندايه بو هموو بهایی x . ئەفه وی دیاردکت کو بواری نہخشہ یا دو جایی دبیته کومهلا هموو ژمارهییئین راستی.

لی مهودایی نہخشہ یا دو جایی، هر وهکی ههردوو ویئنهییئین روونکرنی دیاردکن، دبیته کومهلا ژمارهییئین راستی یین نه کیتر ژ بچووکتترین بها (دجوړئ ٹیکیدا)، یان دبیته کومهلا ژمارهییئین راستی یین نه زیدهتر ژ مهزنترین بها (دجوړئ دوویدا).

نہری سہری نہخشہیا دوواجی $f(x) = x^2 - x + 1$ ، دہرپینی ژ بچووکترین بها دکہت یان مہزنتین بها؛ تو دشیی بژمیڑا روونکرنی یان خشتہیی بہایان بکارینی۔ شیکار

ریکا نیکی

تو دشیی بژمیڑا روونکرنی بکارینی دا دیاربکہی کو نہخشہی بچووکترین بها ہہیہ۔



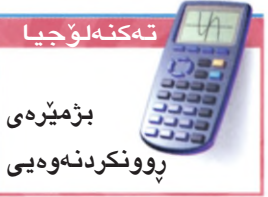
ہہکہ ل دووق وینہیی روونکرنی یی نہخشہی بچی، دی دیاربت بۆ تہ، کو پووتانی سہری دبتہ $(0.5, 0.75)$

ریکا دووی

تو دشیی بژمیڑا روونکرنی بکارینی بۆ پیکئینانا خشتہیہکی بۆ بہایین نہخشہی۔ خشتہیی بہایان دیاردکہت کو نہخشہ دگہتہ بچووکترین بها دەمی x بہایی 0.5 وەردگرت، وئەف بچووکترین بہایہ دبیتہ 0.75 .



ژ خشتہیی دیاردت کو سہری بږگہیی ہاوتا دبتہ خالا $(0.5, 0.75)$



ہہولبده

نہری سہری نہخشایا دوواجی $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$ مہزنتین بها یان بچووکترین بها دنوینت؟

نہری تو دشیی ہاوکیشہیا ہیللا ہاوجیوونی بۆ نہخشہیا دوواجی $f(x) = x^2 - x + 1$ دیاربکہی، ہہکہ بزانی کو $f(0) = f(1)$ ؟

تو دشیی، ب سہکرنا نیشانا ہاوکۆلکی a بزانی کا نہخشہیا دوواجی $f(x) = ax^2 + bx + c$ مہزنتین بها یان بچووکترین بها دیاردکہت۔

ہزکرنہکا رەخنەگر

مہزنتین بها یان بچووکترین بها

- ہیلکاری روونکرنی یی نہخشہیا دوواجی $f(x) = ax^2 + bx + c$ کو a و b و c ژمارہیین راستینہ و $a \neq 0$ دبیتہ بږگہیہکی ہاوتا۔
- ہہکہ a ہاوکۆلکی x^2 یی موجهب بیت، بږگہیی ہاوتا بۆ رەخی سہری دی قہبیت و سہری وی دی بیتہ نزمترین خال تیدا، وپووتانی y تیدا بچووکترین بہایہ۔
- ہہکہ a ہاوکۆلکی x^2 یی سالب بیت، بږگہیی ہاوتا بۆ رەخی خورای دی قہبیت و سہری وی دی بیتہ بلندترین خال تیدا، وپووتانی y تیدا مہزنتین بہایہ۔
- پووتانی دووی (y) یی سہری بږگہیی ہاوتا دبیتہ ئەو پەرہبها (قیمة قصوی). ئەف بہایہ دبیتہ مہزنتین یان بچووکترین بها۔

ئەف بږگہیین ہاوتا، بۆ سہری دقہکرینہ یان بۆ خورای؟ سہری وی مہزنتین بها دنوینت یان بچووکترین بها؟

ب $f(x) = 5 + 4x - x^2$

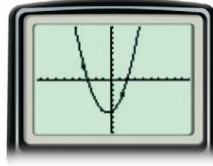
ا $f(x) = x^2 + x - 6$

ا) هاوکۆلکی x^2 دنهخشهیا

$f(x) = x^2 + x - 6$ دبتە ۱.

و چونکی یی موجهبه، برگهیی هاوتا بۆ رهخی سهری دئ قهبیت و نهخشی بچووکتیرین بها د سهریدا ههیه.

ساخبکه



ب) هاوکۆلکی x^2 د نهخشهیا

$f(x) = 5 + 4x - x^2$ دبتە -1 و چونکی یی

سالبه، برگهیی هاوتا بۆ رهخی خوارئ دئ قهبیت و نهخشی مهزنتیرین بها د سهریدا ههیه.

ساخبکه



چالاکي 2

جهگوهورکا نهخشا دووجاییا بنهړت.

ته پیدقی ب کاغزا روونکرئی یان بژمیرهکا روونکرئی ههیه.

1. خشتهیهکی بهایان پیکبینه، پاشی هیلکاری روونکرئی بۆ قان نهخشهیا وینهبکه:

$y = x^2 - 1$ $y = x^2 + 1$ $y = x^2$

2. چ گوهورین ب سهر هیلکاری نهخشهیا بنهړتدا دهیت، ههکه مه 1 ل نهخشی زیدهکر یان کیمر؟

$y = (x - 2)^2$ $y = (x + 2)^2$ $y = x^2$

3. خشتهیهکی بهایان پیکبینه، پاشی هیلکاری روونکرئی بۆ قان نهخشهیا وینهبکه:

4. چ گوهورین ب سهر هیلکاری نهخشهیا بنهړتدا دهیت، ههکه مه 2 ل گوړاوی ئازاد (سهرهست) زیدهکر یان کیمر؟

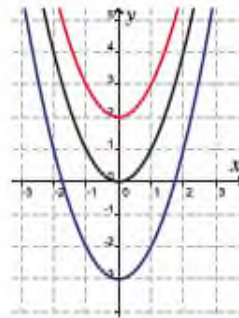
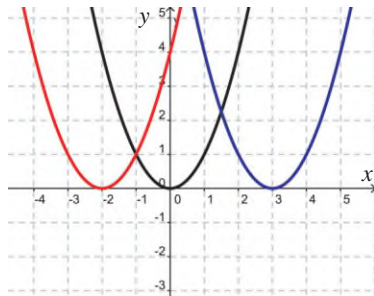
$y = (x + 2)^2 + 1$ $y = (x - 2)^2 - 1$ $y = (x - 2)^2 + 1$ $y = x^2$

5. خشتهیهکی بهایان پیکبینه، پاشی هیلکاری ههر نهخشهیهکی وینهبکه.

6. چ گوهورین ب سهر هیلکاری نهخشهیا بنهړتدا دهیت، ههکه مه 2 ژ x کیمر و 1 بۆ نهخشی زیدهکر؟ و ههکه مه 2 بۆ x زیدهکر و 1 ژ نهخشی کیمر؟

خالهکا چافدییری ✓

خالهکا چافدییری ✓



ههر ئیک ژ ههر دوو نهخشهییان $y = (x + 2)^2$ و

$y = (x - 3)^2$ راکیشانهکا ئاسویی Horizontal

دنوینت بۆ هیلکاری نهخشهیا بنهړت $y = x^2$.

زیدهکر یان کیمرنا ژمارهیهکی بۆ گوړاوی

ئازاد، دئ هیلکاری نهخشی بۆ لای راستئ یان

بۆ لای چپئ راکیشت.

ههر ئیک ژ ههر دوو نهخشهییان $y = x^2 + 2$ و

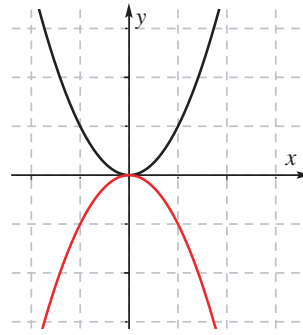
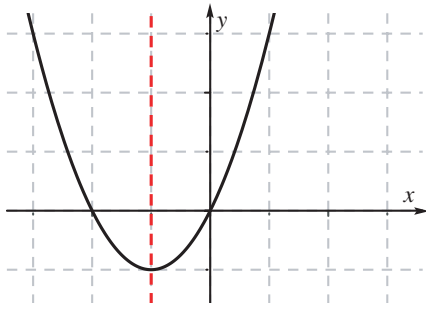
$y = x^2 - 3$ راکیشانهکا ستوونی دنوینت

Vertical بۆ هیلکاری نهخشهیا بنهړت $y = x^2$.

زیدهکر یان کیمرنا ژمارهیهکی بۆ نهخشی،

دئ هیلکاری وئ بۆ سهری یان بۆ خوارئ

راکیشت.



ئەو راستەھێلئى ستوون، يى د سەرى بىرگەيى
ھاوتاردا دبوورت، دبيتە تەوهرى ھاوجىبوونى بۇ
ويىنى روونكرنى، چونكى ئەو راستەھێلە
بىرگەيى ھاوتادەكەتە دوو بەشىن جووت.
دبيژنە قى راستەھێلئى تەوهرى بىرگەيى ھاوتادە
Axis of Parabola

ھىلكارى روونكرنى يى نەخشەيا $y = -x^2$
دبيتە ويىندەدانەوھىەك بۇ ھىلكارى نەخشەيا
بنەرەت ل دۇر تەوهرى ئىلكى. لى سەرى بىرگەيى
ھاوتادە، بچووكتىن بەھايى نەخشەيا دووجايىا
بنەرەت دنويىنت، و ئەو سەرە دبيتە مەزنتىن
بەھايى نەخشەيا $y = -x^2$.

راھىنان

بەردەوامبوون د بىر كاربيدا

- 1 جوداھيا (جياوازيا) دناقرا ويىنى روونكرنى يى نەخشەيا ھىلى و ھىلكارى روونكرنى يى نەخشەيا دووجايى روونبەكە.
- 2 جوداھيا دناقبەرا برى جەبرى يى نەخشەيا ھىلى و برى جەبرى يى نەخشەيا دووجايى روونبەكە.
- 3 چەوادى زانى كو سەرى بىرگەيى ھاوتادە مەزنتىن بەھايان بچووكتىن بەھايى نەخشەيا دووجايىە؟
- 4 پەيوەندى چىە ل ناقبەرا ھىلكارى روونكرنى بۇ نەخشەيا دووجايىا بنەرەت و ھىلكارى روونكرنى بۇ نەخشەيا $y = x^2 - 8$.
- 5 پەيوەندى چىە ل ناقبەرا ھىلكارى روونكرنى بۇ نەخشەيا دووجايىا بنەرەت و ھىلكارى روونكرنى بۇ نەخشەيا $y = (x - 8)^2$.

راھىنان ئاراستە كرى

روونبەكە كو نەخشەيىن ل خواری، دووجايىنە و ھاوكلۆلكين وان دياربەكە.

$$f(x) = (x+2)(x+5) \quad 7$$

$$f(x) = (x+1)(x-7) \quad 6$$

$$f(x) = (2x+5)(3x+1) \quad 8$$

مەزنتىن يان بچووكتىن بەھايە؟ بەرسقا فان ھەردو پرسيارين ل خواری بدە د راھىنانين 9 ھەتا 14 یدا:

أ ئەرى بىرگەيى «ھاوتادە بۇ سەرى قەكرىە يان بۇ خواری؟»

ب ئەرى ئەو پەرە بەھايە (القيمة القصوى) يى نەخشى، مەزنتىن بەھايە يان بچووكتىن بەھايە؟

$$f(x) = 2 - 3x - x^2 \quad 10$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 5 \quad 9$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 7 \quad 12$$

$$f(x) = x^2 + 5x + 3 \quad 11$$

$$f(x) = -2x^2 - 5x + 1 \quad 14$$

$$f(x) = -x^2 + 8x + 14 \quad 13$$

راھینان و بجهئینان

روونبکه کو نهخشه یین ل خواری دوواجیینه و هاوکۆلکین وان دیارکه.

$$f(x)=(4-x)(7+x)$$

16

$$f(x)=(x-3)(x+8)$$

15

$$f(x)=(2x+3)(4-x)$$

18

$$f(x)=-(x-2)(x-6)$$

17

$$f(x)=(x-6)(x+6)$$

20

$$f(x)=x(x-3)$$

19

ئەری نهخشه یین ل خواری دوواجیینه یان نه؟ روونبکه.

نهخیر، نهخشه ی هیلایه $y=3-x$

22

بهلی $y=3-x^2$

21

نهخیر، x له ژیره وهیه $y=\frac{2x^2+5}{x+3}$

24

بهلی $y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}$

23

نهخیر، چونکه پروتی تیدایه $y=|x^2+5x-2|$

26

نهخیر، چونکه $y=x^2-x^2(x+7)$

25

نهخشه دوواجی x^3 تیدانییه

ئەری برگیه ی هاوتا، بو سهری قهکریه یان بو خواری؟ ئەری ئەو پهره بهایی نهخشی، بچووکتترین بهایه یان مهنترین بهایه؟

$$y=-8x^2-x$$

28

$$y=2x^2-2x$$

27

$$y=4-x^2-2x$$

30

$$y=3-x^2$$

29

هیلکاری نهخشی وینه بکه و بهایی پوتانی سهری برگیه ی هاوتا ب نیژیکی دیارکه.

$$y=-x^2-2x+9$$

32

$$y=x^2-x+9$$

31

$$y=-0.5(x+4)^2$$

34

$$y=4x^2-2x-2$$

33

$$y=-(x-2)(x+6)$$

36

$$y=(x-2)^2-1$$

35

هیلکاری نهخشه یا بنه پرت چهوا دی گوهوری دا هیلکاری هەر نهخشه یه کی ژ فان پهیدا بکه ی؟

$$y=(x-5)^2-2$$

38

$$y=(x-2)^2+3$$

37

$$y=-(x+6)^2-2$$

40

$$y=-(x-2)^2+1$$

39

$$y=(x+4)^2-7$$

42

$$y=-(x-3)^2-2$$

41

پوتانی سهری برگیه ی هاوتا $y=(x+a)(x-a)$ ، ب چ ریکی دی دیارکه ی؟ روونبکه.

43

جهگوهورکی: هیلکاری روونکرنی یی فان نهخشه یان وینه بکه پاشی بهرسقا پرسیاران بده.

44

$$y=2(x+2)(x-4)$$

ب

$$y=(x+2)(x-4)$$

ا

$$y=-(x+2)(x-4)$$

د

$$y=\frac{1}{2}(x+2)(x-4)$$

ج

$$y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-4)$$

و

$$y=-2(x+2)(x-4)$$

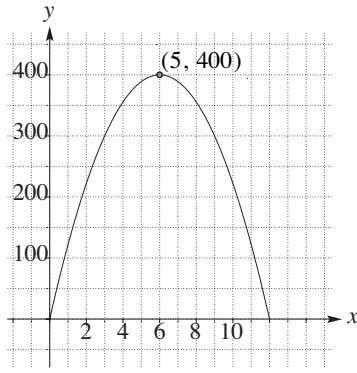
ه

(6;400)

• هەر شەش هیلین روونکرنی ب چ هه قیشکن؟

• کیژ وان بو سهری قهکریه؟

• کیژ وان بو خواری قهکریه؟



فيزيا ويئي رoonكرنى يى بهرامبەر، پهيوهنديا ل ناقبهرا دهى، كو ب چركهيان ههژماركويه، و بلنداها گوللهيهكا توپهكى، كو ب مهتران ههژماركويه، دنويئت.



45 مهزنترين بلنداهاى كو گولله گههشتيى چهنده؟

46 ب چهند چركهيان دگههته مهزنترين بلنداهاى؟ تهوهري هيلكارى رoonكرنى دياريكه.

47 فيزيا: جواميى تيرهك ب لهزا 40 مهتران د چركهيهكيذا بو سهري هاقيت. بلنداها تيري پشتى 5 چركهيان دياريكه، بكارئنانا هاوكيشهيا $y = 40x - 5x^2$ ، كو x دهى ب چركهيان دنويئت و y بلنداهاى ب مهتران دنويئت. بهرسفا خو بو نيزيكترين دهيك نيزيكه.

ليئيرينهك بو پاش

برى $2(x-3)^2 + 1$ ليكدان وكردارهكا دناف كقاناندا و بلندكرنهكى بو هيزهكى ب توان 2 و كوMKرنهكى ب خوؤه دگرت.

48 دقيت كيژ كردارى ل دهستپيكي ئه نجامبدهى؟ ليدهركردن نيوانى دوو كهوانه

49 كردارا دووى دى كيژ وان بيت؟ ههژماركردنى هيز

50 كردارا سيى دى كيژ وان بيت؟ ليكدان

شيكاريكه.

$$51 \quad \begin{cases} 3y + 2x = 2 \\ y = x \end{cases} \quad \left(\frac{2}{5}; \frac{2}{5}\right) \quad 52 \quad \begin{cases} y = 4 \\ 3y = 2x \end{cases} \quad (6; 4)$$

53 ژمارهيهكا دوو رهنوسيه، ب 2 زيدهتر ژ 3 جارانى سهرجهمى ههردوو رهنوسين وى.

رهنوسى دهان ب 4 كيتمره ژ رهنوسى ئيكان. ئه و چ ژمارهيه؟ 26

ليئيرينهك بو پيش

54 دروتهختهكى پوتانيدا، هيلكارى رoonكرنى يين فان نهخشهيان وينهكه:

$$y = x^2 - 3x + 5 \quad \text{و} \quad y = x^2 + 7x + 6 \quad \text{و} \quad y = x^2 - 14x + 49 \quad \text{خالين ههقپشك دناقبهرا}$$

تهوهري ئيكي و برگهيين هاوتا دا دياريكه. **دوو خال يان خالئك (خالئ ليكهوت) يان هيچيتر**

بجهئنان

شیتەلکرنا برین جەبری یین دووجایی



بوچی

برین جەبری بو وەسفرنا
گەلەك شیوازان دژيانا رۆژانەدا دنیته
بكارنinan، وەك شیوازی برکا ئافی
دویتهیدا.

ئەندازیارەکی تەلارسازیی، حەودەك بو باغچەبەكی گشتی چێكر وەکی ئەوی دویتهیدا دیار. چەند شەشپالۆیین هاوشیو د ناڤدا دانان ب شیوی نیشاننا لیکدانئ X و ب ئاستین جودا. ژمارا شەشپالۆیان د هەر ریزەکا باسکەکی ژباسکین هیماید، ب ئیکی کیمترە ژ ژمارا وان دریزا دبندا. ریسیا $m = 2n^2 - n$ ژمارا شەشپالۆیان n هەژماردەت، ئەوین پیدقی بو حەودەکا ژ n ئاستان. ژمارا ئاستین حەودەکا 66 شەشپالۆیی چەندە؟

جەهینان

ئەندازەیا تەلارسازی

شیتەلکرنا برین جەبری یین دووجایی

دەمی تو فیتری لیکدانا دوو برین وەك $2x$ ، $x + 3$ بووی، تە ئەنجامی لیکدانا هەردوو بران گوھۆری بو سەرجمی کۆمەلەبەکا رادەیان. شیتەلکرنا کردارەکا بەروقاژی (پێچەوانە) لیکداننیه. تو دشیی، ب شیتەلکرنا، سەرجمی کۆمەلەبەکا رادەیان بگوھۆری بو ئەنجامی لیکدانئ. بو شیتەلکرنا برەکی دوو رادەیان یان پتر ب خوڤە دگرت، مەزنترین کۆلکی هاوبەش (م. ک. ه) بینهدەری بو هەردوو بران وەکو دئمونەیاندا دبینی.

برین دووجایی شیتەلبەکا.

$$3x(4x+5) - 5(4x+5) \quad \text{ب} \quad 3m^2 - 12m \quad \text{أ}$$

شیکار

مەزنترین کۆلکی هاوبەش بینهدەر:

$$3m^2 - 12m = 3m \times (m) - 3m \times (4) \quad \text{أ}$$

$$\text{ب} \quad \text{مەزنترین کۆلکی هاوبەش دبیتە} (4x+5)$$

مەزنترین کۆلکی هاوبەش دبیتە $3m$

$$3x(4x+5) - 5(4x+5) = (3x-5)(4x+5)$$

$$= 3m(m-4)$$

نموونه

$$\begin{array}{c} \xleftarrow{\text{لیكدان}} \\ 3x^2 + 6x = 3x(x+3) \\ \xrightarrow{\text{شیتەل}} \end{array}$$

هەردوو بران شیتەلبەکا $5x^2 + 15x$ و $4(2x-1) + (2x-1)x$

هەولبە

شيوه يی گشتی یی بری دو جایی دبیته $ax^2 + bx + c$ کو $a \neq 0$

تو دشیی گلهك برین دو جایی جهبری شیتلهبکهی. باش بهری خوده شیتلهکرنا برین ل خوارئ. (کو $a=1$)

ل شیوازهی بگه ره بهری خوده شیوه یی شیتلهکرنی بو فان برین دو جایی و تیبینی بکه کو سهرجهمی ههر دوو رادهیین نهگور د ههر دوو کولکاندا یهکسانه ب هاوکولکی x د بری دو جاییدا بهری شیتلهکرنی، و نهجایمی لیکدانا وان یهکسانه رادهیی نهگور.

$x^2 - 7x + 10 = (x-5)(x-2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: 45%;"> $(-5) + (-2) = -7$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: 45%;"> $(-5) \times (-2) = 10$ </div> </div>	$x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: 45%;"> $5 + 2 = 7$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: 45%;"> $5 \times (2) = 10$ </div> </div>
$x^2 - 3x - 10 = (x-5)(x+2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: 45%;"> $(-5) + 2 = -3$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: 45%;"> $(-5) \times (2) = -10$ </div> </div>	$x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: 45%;"> $5 + (-2) = 3$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: 45%;"> $5 \times (-2) = -10$ </div> </div>

خواندنا شیوازین بووری، هاری مه دکته بو ب پهیدا کرنا ریسیاهکی بو شیتلهکرنا بری دو جایی $x^2 - bx + c$.

دا کو بری $x^2 - bx + c$ کو c, b دوو ژماره یین ته اوون شیتلهبکه، ل دوو ژماره یین ته او s و r بگه ره کو سهرجهمی وان بته b و نهجایمی لیکدانا وان بته c . پاشی بری ب قی شیوهی شیتلهبکه. $x^2 + bx + c = (x+r)(x+s)$.

دهمی c یا مووجهب بیت، شیتلهبکه بو نهجایمی لیکدانا دوو ژماره یان کو ههمان نیشان هه بن.

نونه

بری $x^2 + 5x + 6$ شیتلهبکه.

شیکار

بخهملینه و ساخبکه دستپی ب نقیسینا $(x)(x)$ ل کولکین ژماره 6 بگه ره نهوین ههمان نیشان ههین و سهرجهمی وان 5 بیت.

$(x-2)(x-3)$	$(x-1)(x-6)$	$(x+2)(x+3)$	$(x+1)(x+6)$
$(-2)x + (-3)x$	$(-1)x + (-6)x$	$2x + 3x$	$1 \times x + 6x$
$\underline{\underline{-5x}}$	$\underline{\underline{-7x}}$	$\underline{\underline{5x}}$	$\underline{\underline{7x}}$

نه یا دروسته

نه یا دروسته

یا دروسته

نه یا دروسته

نانکو $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

ههولبده بری $x^2 - 10x - 11$ شیتلهبکه.

دهمی c ژماره یهکا سالب بیت د $x^2 + bx + c$ دا، ل دوو کولکین نیشانین وان جودا بگه ره.

برای $x^2 - 7x - 30$ شیتہ لیکہ.

شیکار

بخه ملینه و ساخبکه ده سیپیکه ب نقیسینا $(x -) (x +)$. ل دوو کۆلکین ژماره (-30) بگه پره کو سه رجه می وان (-7) بیت. ئاگه هداربه کو نیشانین هه ردوو کۆلکان دجودا بن.

$$\begin{array}{l} (x-2)(x+15) \\ \boxed{} \\ (-2)x+15 \times x \\ \underline{\underline{}} \\ 13x \\ \text{نه یا دروسته} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (x+1)(x-30) \\ \boxed{} \\ 1 \times x+(-30)x \\ \underline{\underline{}} \\ -29x \\ \text{نه یا دروسته} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (x-1)(x+30) \\ \boxed{} \\ (-1)x+30x \\ \underline{\underline{}} \\ 29x \\ \text{نه یا دروسته} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (x+3)(x-10) \\ \boxed{} \\ 3 \times x+(-10) \times x \\ \underline{\underline{}} \\ -7x \\ \text{یا دروست} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (x-3)(x+10) \\ \boxed{} \\ (-3)x+10 \times x \\ \underline{\underline{}} \\ 7x \\ \text{نه یا دروسته} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (x+2)(x-15) \\ \boxed{} \\ 2x+(-15) \times x \\ \underline{\underline{}} \\ -13x \\ \text{نه یا دروسته} \end{array}$$

$$x^2 - 7x - 30 = (x+3)(x-10)$$

هه ولبده برای $3x^2 + 11x - 20$ شیتہ لیکه.

ب هووری بهری خو بده نه نجامی لیکدانا هه ردوو بران: $x-3, x+3$.

جیاوازییا دوو دوو جایی

$$(x+3)(x-3) = x^2 + 3x - 3x - 9 = x^2 - 9 = x^2 - 3^2$$

شیتہ لیکرنا جیاوازییا دوو دوو جاییان

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

ب هووری بهری خو بده نه نجامی دوو جاییکرنا $x+3$ و نه نجامی دوو جاییکرنا $x-3$.

$$(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 3x - 3x + 9 \\ &= x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ &= x^2 - 6x + 9 \end{aligned}$$

$$(x+3)^2 = (x+3)(x+3)$$

$$\begin{aligned} &= x^2 + 3x + 3x + 9 \\ &= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

دوو جایییا ته واو

شیتہ لیکرنا دوو جایییا ته واو

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

نمونہ

4

ہر برہ کی شیتہ لیکہ

$$x^4 - 16 \quad \boxed{ا}$$

شیکار

$$4x^2 - 24x + 36 \quad \boxed{ب}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 24x + 36 &= 4(x^2 - 6x + 9) \quad \boxed{ب} \\ &= 4[x^2 - 2(3)x + 3^2] \\ &= 4(x-3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 - 16 &= (x^2 + 4)(x^2 - 4) \quad \boxed{ا} \\ &= (x^2 + 4)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

ہر برہ کی شیتہ لیکہ $9x^2 - 49$ و $3x^2 - 6x + 3$ ہر اولیدہ

شیکار کرنا ہاؤکیشہ یین دو جایی ب شیتہ لکرنی

تو دشی ہندہ جارن، شیتہ لکرنی بکاربینی بو شیکار کرنا ہاؤکیشہ یی کی یان بو دہرئینانا سفرین نہ خشہ یی کی۔ سفرنا نہ خشہ یی $d(x)$ دبیتہ ہر ژمارہ یی r کو $f(r) = 0$ ساخبکہ ت۔

سیفہ تی لیکدانا سفری

ہکہ $p \times q = 0$ دی $p = 0$ یان $q = 0$

شیوہ یی گشتی بو ہاؤکیشہ یی دو جایی ب فی شیوہ یی دہیتہ نقیسین: $ax^2 + bx + c = 0$ ہکہ تہ شیا بری $ax^2 + bx + c$ شیتہ لیکہ ی، بجہئینانا سیفہ تی لیکدانا سفری دی ریکی دہتہ تہ کو ہاؤکیشہ یی شیکار بیکہ ی۔

چہوا دی سیفہ تی لیکدانا سفری بجہئینی؟ بری دو جایی شیتہ لیکہ و ئہنجامی لیکدانا پیدابووی یہ کسانو 0 بکہ۔

ہاؤکیشہ یی $x^2 + 6x = -5$ شیکار بیکہ

5

نمونہ

شیکار

دہست ب نقیسینا ہاؤکیشہ یی بکہ ل سہر شیوئ گشتی: $x^2 + 6x + 5 = 0$ و بری $x^2 + 6x + 5$ شیتہ لیکہ، دا $x^2 + 6x + 5 = (x+5)(x+1)$ ب دہست تہ بکہ قیت۔ پاشی بنقیسہ $0 = (x+5)(x+1)$ چہوا ہر دوو رہگین ہاؤکیشہ یی $0 = (x+5)(x+1)$ دی دیارکہ ی؟ بکارئینانا سیفہ تی لیکدانا سفری، ئہف ہاؤکیشہ یی دو ماہی دی فان ہر دوو ہاؤکیشہ یی دہتہ تہ: $0 = (x+5)$ یان $0 = (x+1)$ ، ئانکو $x = -5$ یان $x = -1$ ہر دوو رہگین ہاؤکیشہ یی دہتہ -5 ، -1 ۔

6

نمونہ

سیفہ تی لیکدانا سفری بکاربینه دا ہر دوو سفرین نہ خشہ یی بینہ دہر۔

$$g(x) = x^2 - 14x + 45 \quad \boxed{ب}$$

و

$$f(x) = 2x^2 - 11x \quad \boxed{ا}$$

شیکار

$$x^2 - 14x + 45 = 0 \quad \boxed{ب}$$

$$(x-5)(x-9) = 0$$

$$x-5 = 0 \quad \text{یان} \quad x-9 = 0$$

$$x = 5 \quad \text{یان} \quad x = 9$$

$$2x^2 - 11x = 0 \quad \boxed{ا}$$

$$x(2x-11) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{یان} \quad 2x-11 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{یان} \quad x = \frac{11}{2}$$

ههولبده

سيفهتي ليكدانا سفرى بكاربينه دا هردوو سفرين نهخشي بينيهدر.

$$f(x) = 3x^2 + 12x \quad \text{أ} \quad g(x) = x^2 + 4x - 21 \quad \text{ب}$$

هزركرنهكا رهخنهگر بسهلمينه كو نهخشهيا $f(x) = ax^2 + bx$ ، $a \neq 0$ ، دوو رهگ ههنه، ئهوژى 0 و $-\frac{b}{a}$.

نمونە

7

ههكه نهم بزقريين بو پرسيارا ههوى، ئهوا ل دهستپيكا وانهيى هاتي، ژمارا ناستين ههوى دى بنه چهند ههكه ژمارا شهشپالويان 66 بت؟

شيكار

هاوكيشهيا $2n^2 - n = 66$ شيكاربكه ب شيتهلكرنى.

$$2n^2 - n - 66 = 0$$

$$(2n+11)(n-6) = 0$$

$$2n+11=0 \quad \text{يان} \quad n-6=0$$

$$n = -5.5 \quad \text{يان} \quad n = 6$$

ژمارا ئاستان دبتە 6، چونكى دقيت ژمارا ئاستان ژمارهيهكا تهواوا مووجهب بيت.

هاوكيشهيا ب شيوهيا گشتى بنقيسه.

برى $2n^2 - n - 66$ شيتهلكه.

سيفهتي ليكدانا سفرى بكاربينه.

راهیان

بهردهوامبوون د بير كاربيدا

1 چهوا دى b و d ئينيهدر ههكه $(x+b)(x+c) = x^2 + 34x + 285$ ؟

2 توچ دزاني ژ شيتهلكرنا برى دووجايى $x^2 + bx + c$ دهى c يا مووجهب بيت؟ دهى c يا

سالب بيت؟ نيشانا b چ پيزانينى پهيدا دكەت دهر حالتهكيدا؟

3 تو دشى چ بيژى دهربارهى b و c ههكه ئهجامى ليكدانا وان سفر بيت ($bc = 0$) .

راهينانين ئاراسته كرى

ههر برهكى دووجاي شيتهلكه:

$$2x^2 - 8x \quad \text{4}$$

$$4x(x+3) - 7(x+3) \quad \text{7}$$

$$8d(9d-5) + 3(9d-5) \quad \text{9}$$

$$x^2 + 8x + 7 \quad \text{11}$$

$$x^2 - 4x - 12 \quad \text{13}$$

$$x^2 + 10x - 24 \quad \text{15}$$

$$3x^2 + 5x + 2 \quad \text{17}$$

$$8x^2 + 24x - 14x - 42 \quad \text{19}$$

$$72x^2 - 56x - 36x + 28 \quad \text{21}$$

$$2x^2 - 8 \quad \text{23}$$

$$x^2 + 8x + 16 \quad \text{25}$$

$$2x^2 - 8x \quad \text{4}$$

$$5x^2 - 15x \quad \text{6}$$

$$3(4b+7) - 2b(4b+7) \quad \text{8}$$

$$x^2 + 5x + 6 \quad \text{10}$$

$$x^2 - 5x + 4 \quad \text{12}$$

$$x^2 - 9x - 36 \quad \text{14}$$

$$2x^2 + 9x + 10 \quad \text{16}$$

$$5x^2 + 13x - 6 \quad \text{18}$$

$$12x^2 + 21x - 8x - 14 \quad \text{20}$$

$$x^2 - 81 \quad \text{22}$$

$$16x^2 - 25 \quad \text{24}$$

سيفه تي ليكدانا سفرى بكاربينه دا هر دوو سفرين هر نه خشه يه كى بينيه دهر.

$$f(x) = x^2 + 3x - 10 \quad \mathbf{28} \quad f(x) = x^2 + 6x + 9 \quad \mathbf{27} \quad f(x) = x^2 + 7x \quad \mathbf{26}$$

29 نهنده كه زالى بو گه هاندنا ژماره يه كا خالان، 36 پارچه راسته هيل وينه كرن. ژمارا خالان

چهنده، هه كه بزاني كو پيگفه گرئدانا n خالان پيڊقى ب $\frac{n(n-1)}{2}$ پارچه راسته هيلان هه يو؟

راهينان و بجهينان

هر بره كى شينه ليكه.

$$3x^2 + 18 \quad \mathbf{31} \quad 3x + 6 \quad \mathbf{30}$$

$$x - 4x^2 \quad \mathbf{33} \quad 10n - n^2 \quad \mathbf{32}$$

$$3x^2 - 15x \quad \mathbf{35} \quad 6x - 2x^2 \quad \mathbf{34}$$

$$(x+3)(2x) + (x+3) \times 7 \quad \mathbf{37} \quad 5x(x-2) - 3(x-2) \quad \mathbf{36}$$

هر بره كى شينه ليكه.

$$x^2 + 8x + 16 \quad \mathbf{39} \quad x^2 - 16x + 15 \quad \mathbf{38}$$

$$x^2 + 4x - 32 \quad \mathbf{41} \quad x^2 - 26x + 48 \quad \mathbf{40}$$

$$x^2 - 10x - 24 \quad \mathbf{43} \quad x^2 + 7x - 30 \quad \mathbf{42}$$

$$2x + x^2 - 24 \quad \mathbf{45} \quad -22x - 48 + x^2 \quad \mathbf{44}$$

$$56 + 10x - x^2 \quad \mathbf{47} \quad x^2 - 56 - 10x \quad \mathbf{46}$$

$$24 + 10x - x^2 \quad \mathbf{49} \quad 30 + x - x^2 \quad \mathbf{48}$$

$$2x^2 + 5x + 2 \quad \mathbf{51} \quad 3x^2 + 10x + 3 \quad \mathbf{50}$$

$$3x^2 + 7x + 2 \quad \mathbf{53} \quad 2x^2 + 3x + 1 \quad \mathbf{52}$$

$$3x^2 - 5x - 2 \quad \mathbf{55} \quad 12x^2 - 3x - 9 \quad \mathbf{54}$$

سيفه تي ليكدانا سفرى بكاربينه بو شيكار كرنا هر هاوكيشه يه كى.

$$-\frac{1}{3}; 2 \quad 3x^2 - 5x = 2 \quad \mathbf{57} \quad -\frac{1}{5}; \frac{2}{3} \quad 15x^2 = 7x + 2 \quad \mathbf{56}$$

$$\frac{1}{3}; 3 \quad 3x^2 + 3 = 10x \quad \mathbf{59} \quad -\frac{2}{3}; \frac{2}{5} \quad 4x - 4 = -15x^2 \quad \mathbf{58}$$

$$\frac{3}{2}; \frac{4}{3} \quad 6x^2 - 17x = -12 \quad \mathbf{61} \quad -5; \frac{2}{3} \quad 2x^2 - 15 = -7x \quad \mathbf{60}$$

$$\pm 3 \quad t^2 - 9 = 0 \quad \mathbf{63} \quad \pm 6 \quad x^2 - 36 = 0 \quad \mathbf{62}$$

$$\pm 1 \quad x^4 - 1 = 0 \quad \mathbf{65} \quad \pm 3 \quad x^4 - 81 = 0 \quad \mathbf{64}$$

$$\pm \frac{4}{5} \quad 25x^2 - 16 = 0 \quad \mathbf{67} \quad \pm \frac{3}{2} \quad 4x^2 - 9 = 0 \quad \mathbf{66}$$

$$-2 \quad x^2 + 4x + 4 = 0 \quad \mathbf{69} \quad 1 \quad x^2 - 2x + 1 = 0 \quad \mathbf{68}$$

$$\frac{1}{2} \quad 4x^2 + 1 = 4x \quad \mathbf{71} \quad -\frac{1}{3} \quad 9x^2 = -6x - 1 \quad \mathbf{70}$$

$$-\frac{4}{5} \quad 40x + 25 = -16x^2 \quad \mathbf{73} \quad \frac{2}{5} \quad -4 + 20x - 25x^2 = 0 \quad \mathbf{72}$$

$$3 \quad 9 - 6x + x^2 = 0 \quad \mathbf{75} \quad -8 \quad 64 + 16x + x^2 = 0 \quad \mathbf{74}$$

شیتەلکرن و سیفەتین لیكدانا سفری بکارینە دا دوو سفرین ھەر نەخشەیکە دووجای بینەدەر.

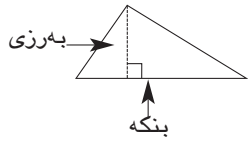
$5; -3$	$g(x) = t^2 - 2t - 15$	77	$5; 2$	$f(x) = x^2 - 7x + 10$	76
$-\frac{3}{2}; 1$	$g(x) = 6x^2 + 3x - 9$	79	$-3; 2$	$f(x) = 4x^2 + 4x - 24$	78
$8; 7$	$k(x) = x^2 - 15x + 56$	81	$-12; 5$	$f(x) = t^2 + 7t - 60$	80
$-5; 8$	$g(x) = x^2 - 3x - 40$	83	$-6; -2$	$f(x) = x^2 + 8x + 12$	82
$\frac{3}{2}; \frac{1}{2}$	$k(x) = 4x^2 - 8x + 3$	85	$-4; \frac{2}{3}$	$g(x) = 6x^2 + 20x - 16$	84

ھەر برەکی شیتەلبکە.

$x^{2n} - 2x^n + 1$	88	$x^{2n} - 1$	87	$(a+b)^4 - (a-b)^4$	86
---------------------	-----------	--------------	-----------	---------------------	-----------

ئەندازە ریسایا ھەژمارتتا رووبەری سیگۆشی دبیتە $A = \frac{1}{2}bh$ کو b بنکەییە و h بلنداھیا وییە. قی بیزانینی بو شیکارکرنا ھەردوو راھینانین 89 و 90 بکارینە.

7cm



89 بلنداھیا سیگۆشەیکە بینەدەر ھەکە رووبەری وی 42cm^2 بیت و بنکەیی وی ب 5cm ژ بلنداھیا وی دریژتر بیت.

8cm

90 بنکەیی سیگۆشەیکە بینەدەر ھەکە رووبەری وی 12cm^2 و بیت و بلنداھیا وی ب 5cm ژ بنکەیی وی کیتر بیت.

91 **وەرزش** گۆلچییەکی پێنەك ل تەپا پێی دا لسەر ئەردی. نەخشەیا $h(t) = -4.9t^2 + 19.6t$ نەخشەیا t چرکە یان ژ لیكدانا وی. پستی چەند چرکە یان دی تەپە جارەکا دی قەگرتە سەر ئەردی؟ **4 چرکە**

لینیرینەك بو پاش



لاسەنگەیی شیکاریکە و کۆمەلا شیکاری لسەر تەوهری ژماران بنوینە.

$2x - \frac{3}{4} \geq 7$	93	$2x - 4 > 12 + 5x$	92
$-2(\frac{2}{3}x + 5) - 13 < 0$	95	$3(3x + 7) - 12 \leq 8 - (\frac{1}{2}x + 9)$	94

لیکبە.

$(-2x + 9)(-4x + 7)$	97	$(3x + 4)(-x - 5)$	96
		$(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4})(-5x - 2)$	98

لینیرینەك بو پیش



بری دووجای شیتەلبکە ھەکە دشیاندا بیت.

$(x-1)^2 - 16$	101	$(x+9)^2 + 36$	100	$(x+2)^2 - 4$	99
----------------	------------	----------------	------------	---------------	-----------

شیکارکرنا ھاوکیٹشہیا دووجایی ب ریکا تہمامکرنا دووجا

وانہیا 3

نارمانج

- ھاوکیٹشہیا دووجایی ب تہمامکرنا دووجا دی شیکارکھت.
- سہری برگہی ھاوتا دی نیاست و پوتانی وی دی دیارکھت.
- ھاوکیٹشہیا دووجایی ب روونکرنی دی شیکارکھت.

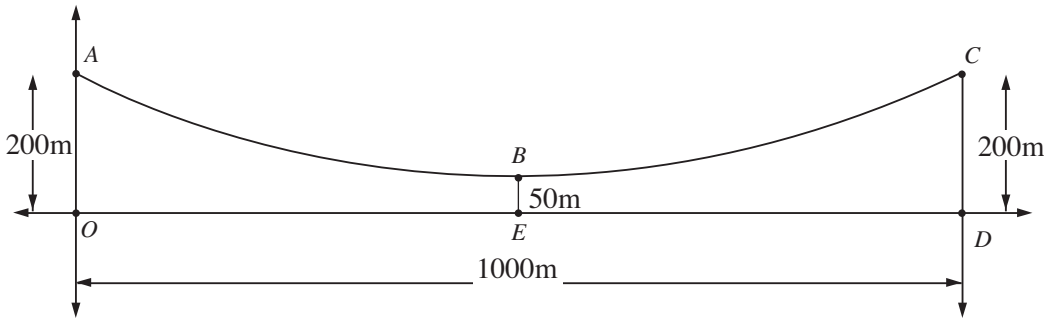
بجھینان

نہاندزہیا پران



پوچی

گھلہک ژ پرسپارین ژبانی، وھکی دیارکرنا بلنداھیا نزمترین خال د تیلہکیڈا کو پرھکا ھلاویستی رادگرت، نهم دشپین شیکارکھین ب ریکا شیکارکرنا ھاوکیٹشہیا دووجایی ب روونکرنی.



نہاندزایاران پلان دانا بو ئا قاکرنا پرھکا ھلاویستی وھکی ل وینہی سہری دیار، وینہ شیوہی تیلہکا کانزای دیارکھت کو نھو پرھ ھلگرتیہ، نھف شیوہ نیژیکی ھیلکاری روونکرنی یی نہخشہیا دووجاییہ. نهم دشپین نہخشہیا تیل دنوینت نیژیک بکھین بو نہخشہیا $f(x) = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$ کو $0 \leq x \leq 1000$ فی نہخشہیا دووجایی ب شیوہیکی بنقیسہ کو تو بشپی پوتانی نزمترین خال ب ساناهی دیارکھہی، پاشی بلنداھیا فی خالی دیارکھہ. ل بیرا تہبیت، ل پولا نہھی تو فیرووی کا چہوا ھاوکیٹشہیا ژ جورئ $x^2 = k$ دی شیکارکھہ ب دیارکرنا رھگی دووجایی. $x^2 = k$

1 ھاوکیٹشہیا $x^2 = 9$ شیکارکھہ.

شیکار

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

تو دشپی ھہر وی ریکی بکاربینی بو شیکارکرنا ھاوکیٹشہیا ژ جورئ $(a+x)^2 = k$.

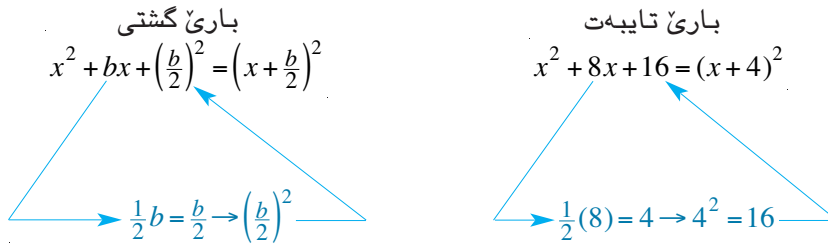
نمونہ

2 ہاوکیٹشہیا $(x+3)^2 = 16$ شیکاریکھ

شیکار

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= 16 \\ x+3 &= \pm\sqrt{16} \\ x+3 &= \pm 4 \\ x &= 1 \text{ یا } x = -7\end{aligned}$$

دہمی بری جہبری د ہاوکیٹشہیہکا دو جاییدا نہ دو جاییا تہاوا بیت، تو دشپی بکھیہ دو جاییا تہاوا. ئەقہ ہاری تہ دکت بۆ شیکارکرنا ہاوکیٹشہیان ب شیتہلکرنی. بکارئینانا شیتہلکرنی بۆ شیکارکرنا ہاوکیٹشہیی. ب ہووری بہری خو بدہ پھیوہندیانا قہرا رادہیاندا د دو جاییہکا تہاوا دا.



رادہیی نہگۆر c د دو جاییہکا تہاوا دا دبیتہ دو جاییا نیقا ہاوکۆلکی x ، ئانکو $(\frac{b}{2})^2$ ہکھ $a = 1$.

نمونہ

3 ژمارہیہکی لسەر ہەر برہکی زیدہبکھ دا دو جاییہکا تہاوا دروستبکھی.

ب $x^2 \pm 15x$

ا $x^2 - 6x$

شیکار

ب ہاوکۆلکی x^2 دبیتہ $= 1$ و ہاوکۆلکی x دبیتہ 15

ا ہاوکۆلکی x^2 دبیتہ $= 1$ و ہاوکۆلکی x دبیتہ -6

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(15) &= \frac{15}{2} \rightarrow \left(\frac{15}{2}\right)^2 \\ \text{ئانکو} & \text{ دو جاییا تہاوا دی بیتہ} \\ x^2 + 15x + \left(\frac{15}{2}\right)^2 &= \left(x + \frac{15}{2}\right)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(-6) &= -3 \rightarrow (-3)^2 = 9 \\ \text{ئانکو} & \text{ دو جاییا تہاوا دی بیتہ:} \\ x^2 - 6x + 9 &= (x - 3)^2\end{aligned}$$

ہولبدہ ژمارہیہکی لسەر ہەر برہکی زیدہبکھ دا دو جاییہکا تہاوا دروستبکھی

ب $x^2 + 16x$

ا $x^2 - 7x$

شیکارکرنا ہاوکیٹشہیا دو جایی ب تہامکرنا دو ج

نمونہ

4 ہاوکیٹشہیی شیکاریکھ: $x^2 + 6x - 16 = 0$

شیکار

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 16 &= 0 \\ x^2 + 6x &= 16 \\ x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 &= 16 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 \\ x^2 + 6x + 9 &= 16 + 9 \\ (x+3)^2 &= 25\end{aligned}$$

ل $\left(\frac{6}{2}\right)^2$ ل ہردو ئالیین ہاوکیٹشہیی زیدہبکھ.

$$x+3 = \pm 5$$

$$x+3 = 5 \text{ يان } x+3 = -5$$

$$x = 2 \text{ يان } x = -8$$

ههولبده هاوكيشهيا $x^2 + 10x - 24 = 0$ شيكاربكه.

نورونه

هاوكيشهيا $2x^2 + 6x = 7$ شيكاربكه

شيكار

ريكا (ريئا) نيكي ب جهبري: هاوكيشهيا ب تمامكرنا دووجا شيكاربكه.

$$2x^2 + 6x = 7$$

$$2(x^2 + 3x) = 7$$

$$x^2 + 3x = \frac{7}{2}$$

$$x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{7}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

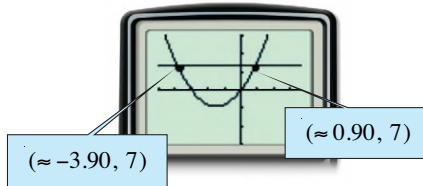
$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{7}{2} + \frac{9}{4}$$

$$x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{23}{4}}$$

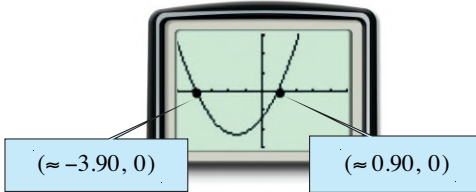
$$x = -\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{23}{4}} \text{ يان } x = -\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{23}{4}}$$

$$x \approx -3.90 \text{ يان } x \approx 0.90$$

ريكا دووي: ب روونكرني. هيلكارى روونكرني
بي هر دوو نهخشهيا $y = x^2 + 6x$ و $y = 7$
وينه بكه، پاشي خالا نيكو دووبرينا وان دياربكه.



يان هيلكارى نهخشهيا دووجاي
 $y = 2x^2 + 6x - 7$ وينه بكه و خالين
نيكو دووبرينا وي دگه تهورى نيكي دياربكه.



ههولبده هاوكيشهيا $2x^2 + 10x = 6$ شيكاربكه.

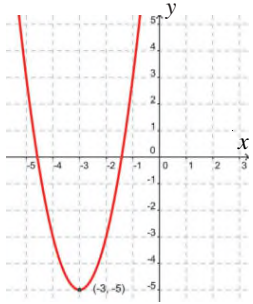
شيويهى پيقانهيا يى هاوكيشهيا برگهيا هاوتا

تو دزاني كو هيلكارى نهخشهيا $y = ax^2 + bx + c$ دبته برگهيا هاوتا.
ريكا تهامكرنا دووجاي دي بكارئيني بو نقيسينا ريسايا نهخشهيا دووجايي ب شيويهكي كو
پوتاني سهرى برگهيا هاوتا دياربيت.

شيويهى پيقانهيا يى هاوكيشهيا برگهيا هاوتا

تو دشى هاوكيشهيا برگهيا هاوتا $y = ax^2 + bx + c$ ب شيويهى پيقانهيا $y = a(x-h)^2 + k$
بنقيسي. خالا (h, k) دي بيته سهرى برگهيا و $x = h$ دي بيته هاوكيشهيا تهورى.

ہاؤکیٹشہیا برگہی ہاوتا $y = 2x^2 + 12x + 13$ ب شیوہی پیفانہی بنقیسہ، وهاؤکیٹشہیا تہوہری وی بنقیسہ.



$$\begin{aligned} \text{شیکار} \quad y &= 2x^2 + 12x + 13 \\ &= 2(x^2 + 6x) + 13 \\ &= 2(x^2 + 6x + 9 - 9) + 13 \\ &= 2(x^2 + 6x + 9) - 18 + 13 \\ &= 2(x + 3)^2 - 5 \\ &= 2(x - (-3)) + (-5) \end{aligned}$$

سہری برگہی ہاوتا دبیتہ خالا $(-3, -5)$ وهاؤکیٹشہیا تہوہری وی دبیتہ $x = -3$.

ہہولبدہ

ہاؤکیٹشہیا برگہی ہاوتا $y = 3x^2 - 9x - 2$ ب شیوہی پیفانہی بنقیسہ، وهاؤکیٹشہیا تہوہری وی بنقیسہ.

فہگہریان بؤ دەستیپکا وانہی، دوواجی تمامبکہ وهاؤکیٹشہیا $f(x) = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$ ب شیوہی پیفانہی بنقیسہ و پوتانی نزمترین خال لسہر تیلآ کانزایی بینہدہر:

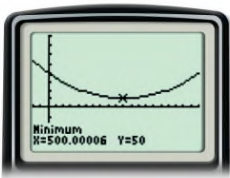
شیکار

ریکا ٹیکی : ب جہبری

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200 \\ &= \frac{3}{5000}(x^2 - 1000x) + 200 \\ &= \frac{3}{5000} \left[x^2 - 1000x + \left(\frac{1000}{2}\right)^2 \right] + 200 - \frac{3}{5000} \times \left(\frac{1000}{2}\right)^2 \\ &= \frac{3}{5000}(x - 500)^2 + 50 \end{aligned}$$

نزمترین خال لسہر تیلآ دبیتہ سہری برگہی ہاوتا، خالا $(500, 50)$ ریکا دووی : ب روونکری.

ہیلکاری نہخشہیا $y = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$ وینہبکہ و پوتانی نزمترین خال دیاربکہ.



تہکنولؤژجیا



بزمیرا
روونکری

راہینان

بہردہوامبوون دبیر کارپیدا

- 1 روونبکہ چہوا ہاؤکیٹشہیا $x^2 + 4x - 13 = 0$ ب ریکا تمامکرنا دووجا دی شیکارکہی.
- 2 روونبکہ چہوا ہاؤکیٹشہیا $2x^2 + 4x = 15$ ب ریکا تمامکرنا دووجا دی شیکارکہی.
- 3 مفایی ژ نمونہیا (5) ی وەرگرہ و روونبکہ چہوا ہاؤکیٹشہیا $2x^2 + 4x = 15$ ب روونکری دی شیکارکہی.
- 4 روونبکہکا h, k دشیوہی پیفانہی یی ہاؤکیٹشہیا دوواجییدا چ دنوین.

راهبنائين ناراسته كرى

ژماره يه كى ل برى دوو جاي زيده بکه دا دوو جايه كا ته واو دروست بکه.

$$x^2 - 12x \quad \mathbf{5} \quad x^2 + 5x \quad \mathbf{6}$$

7 هاوكيشه يا $x^2 - 4x - 21 = 0$ ب ريكا ته مامكرنا دوو جا شيكار بکه. $(-3; 7)$

8 هاوكيشه يا $2x^2 + 5x = 3$ شيكار بکه. $-3; \frac{1}{2}$

9 جهكوهوږكى نه خشه يا دوو جاي $y = x^2 + 12x + 20$ ب شيوه ي پيخانه ي بنقيسه، و

هاوكيشه يا ته وهرى برگه يى هاوتا بنقيسه. $x = -6$ $y = [x - (1 - 6)]^2 + (-16)$

10 روڼدى هاوكيشه يا برگه يى هاوتا ب شيوه يى $y = -16x^2 + 32x + 5$ بنقيسى. هاوكيشى ب

شيوه يى دوو جاي ته واو بنقيسه، پاشى برگى هاوتا ب شيوه يى پيخانه يى بنقيسه.

$$y = -16(x - 1)^2 + 21$$

گريډان

راهبنان و بجهننان

ژماره يه كى ل برى دوو جاي زيده بکه دا دوو جايه كا ته واو دروست بکه.

$$x^2 - 8x \quad \mathbf{13} \quad x^2 - 14x \quad \mathbf{12} \quad x^2 + 10x \quad \mathbf{11}$$

$$x^2 + 7x \quad \mathbf{16} \quad x^2 + 13x \quad \mathbf{15} \quad x^2 + 2x \quad \mathbf{14}$$

هاوكيشه يى ب ريكا ته مامكرنا دوو جا شيكار بکه.

$$x^2 + 2x = 13 \quad \mathbf{18} \quad x^2 - 8x = 4 \quad \mathbf{17}$$

$$0 = x^2 - 6x + 3 \quad \mathbf{20} \quad x^2 - 5x - 1 = 4 - 3x \quad \mathbf{19}$$

$$0 = x^2 - 3x - 6 \quad \mathbf{22} \quad 0 = x^2 + 7x - 26 \quad \mathbf{21}$$

$$x^2 + 10x + 16 = 0 \quad \mathbf{24} \quad x^2 + 7x + 10 = 0 \quad \mathbf{23}$$

$$3x^2 - 2x - 12 = 0 \quad \mathbf{26} \quad x^2 - x = 30 \quad \mathbf{25}$$

$$0 = 3x^2 - 11x + 6 \quad \mathbf{28} \quad -2x^2 + 14x + 60 = 0 \quad \mathbf{27}$$

$$x^2 + 16x = 2 \quad \mathbf{30} \quad -10 = x^2 - 8x + 2 \quad \mathbf{29}$$

$$x^2 = 23 - 15x \quad \mathbf{32} \quad 4 - x^2 = 10x \quad \mathbf{31}$$

$$-32x = 16 - x^2 \quad \mathbf{34} \quad 8x - 2 = x^2 + 15x \quad \mathbf{33}$$

$$4x^2 - 8 = -13x \quad \mathbf{36} \quad 2x^2 = 22x - 11 \quad \mathbf{35}$$

نه خشه يا دوو جاي ب شيوه يى پيخانه يى بنقيسه. پوتانى سه رى برگه يى هاوتا بنقيسه، و

هاوكيشه يا ته وهرى وى بنقيسه.

$$y = -x^2 + 2 \quad \mathbf{38} \quad y = 3x^2 \quad \mathbf{37}$$

$$y = x^2 + 8x + 11 \quad \mathbf{40} \quad y = x^2 - 5 \quad \mathbf{39}$$

$$y = -x^2 + 4x + 2 \quad \mathbf{42} \quad y = x^2 - 6x - 2 \quad \mathbf{41}$$

$$y = -3x^2 + 6x - 9 \quad \mathbf{44} \quad y = x^2 + 7x + 3 \quad \mathbf{43}$$

45 سى نهخشه يين دو جايى بنقيسه، سهرين وان ل سهر خالا (2, 5) بن.

46 هاوكيشهيا نهخشهيا دو جايى بنقيسه ئهوا هيلكارى وى دخالا (1, 8) را دبووريت و سهرى وى ل خالا (2, 5) بت.

دهردو راهينانين 47 و 48 دا، بهرسقان ب دروستى بنقيسه، پاشى بو نيزيكترين دههيك نيزيكتبه.

47 نه اندازه دريژيا لاکيشهيهكى ب (6m) مهتران ژ پانيا وى زيدهتره. ههرئيك ژ دريژى و پانيا وى بينهدهر ههكه روويهري وى 50m مهترين دو جابن.

48 نهخشهيا $w = x^2 - 12x + 210$ وزى (ب ميگاوات) دنويئت ئهوا ويستگهههكا وزى بهرههمدئيئت، كو x دبيته دهه (كات) ب دهزمييران (ژ سفرى ههتا 24).

ا ل كيژ دهزمييري بهرههمى ويستگههى دى كيتمرين بيت؟

ب چهند وزى ل وى دهزمييري بهرههمدئيئت؟

ج دكيژ دهزمييرا روژيدا، بهرههمى ويستگههى دگههته 187 ميگاوات؟

49 كوكرنا هاريكاريان: كو مولا خودان پيدفيين تايبهت، سالانه ئاههنگهكى دگيرت بو كوكرنا هاريكاريان. نهخشهيا $P(t) = -16t^2 + 800t - 4000$ پوختهيى ههموو هاريكاريان دنويئت (پشتى دهريخستنا مهراختنان).

P هيمايى هاريكاريانه (ب هزار ديناران)، و t بهايى پليتييه.

25 هزار دينار

ا بهايى پليتهكى چهنده دا كو مهزنترين قازانج ب دهستبكهفت؟

ب مهزنترين قازانج دى بيته چهند؟ 6 مليون دينار

ج دقيت كو موله ههر پليتهكى ب چهندي بفرؤشت دا پوختهيى هاريكاريان بته 5424 هزار دينار؟

19.31 هزار دينار



لينيرينهك بو پاش



هاوكيشه يى شيكاريكه:

20 = 6x - 10 52 $\frac{2(x+3)}{5} = x - 3$ 51 5x + 3 = 2x + 18 50

بههايى نهخشهيا $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$ ههژماريكه دههى $x = 2$ و دههى $x = -2$ 53

بههايى نهخشهيا $f(x) = 7 - 4x$ ههژماريكه دههى $x = 2$ و دههى $x = -3$ 54



دەروازەيەك لىسەر رەوشەنپىريا ئىسلامى

كتىبا (الجبر و المقابلة) يا زانايى ئىسلامى خوارزمى، ژ كتيپين جەبرى يين دەستپيكتيه دجيهانيدا. ريكا خوارزمى د كتيبا خودا بكارئىنايى بۇ شىكاركرنا هاوكيشهيا دووجا، نيزىكى ريكا تەمامكرنا دووجا.

بۇ شىكاركرنا هاوكيشهيا دووجا $x^2 + 12x = 45$ ب تەمامكرنا دووجا، خوارزمى دەست ب چارگوشهياكا دريژيا لايى وي x دكەت و 12 لاكيشهياين دريژيا ھەر ئىك ژ وان x وپانيا وان 1. پىنگاغا ئىكى: لاكيشهيايان بکە 4 كۆمەليين 3 لاكيشهيا، پاشى لاكيشهياين ھەر كۆمەلەكى ل لايەكى چارگوشهيا دانە. ھەكى ل ويئەيى بەرامبەر ديار. رووبەرى شيوەيى ب دەست تە دكەفت دبيتە $x^2 + 12x = 45$.

پىنگاغا دووي: بۇ تەمامكرنا دووجا، بتنى پىدقيه تو چارگوشهياكا رووبەرى وي 3×3 ئانكو 9 ل ھەر گۆرئيهكى شيوەيى زىدەبکەي.

$$9 \times 4 = 36$$

رووبەرى چارگوشهيا مەزن يەكسانە $81 = 45 + 36$. بۆمە ديار دبت كو دريژيا لايى چارگوشهيا مەزن دبيتە 9. لى دريژيا لايى چارگوشهيا مەزن يەكسانە $6 + x + 3 = 3 + x + 3$.

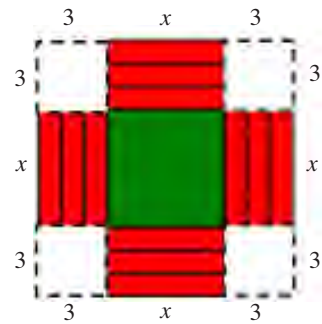
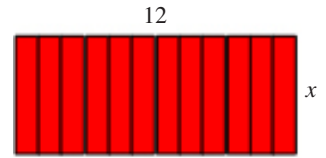
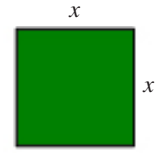
$$6 + x = 9 \text{ ئانكو } x = 3$$

ريكا خوارزمى بكاربينە بۇ شىكاركرنا ھەر هاوكيشهياكى.

$$5 \quad x^2 + 20x = 125 \quad 55$$

$$1 \quad x^2 + 32x = 33 \quad 56$$

$$2 \quad x^2 + 56x = 116 \quad 57$$



شیکارکرنا ھاوکیٹشہیا دووجای ب یاسایا (دہستور)

وانہیا

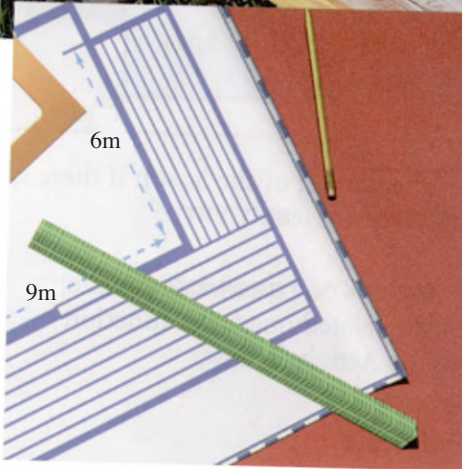
4

نارمانج

- یاسای دئی بکارئینی بؤ دہرئینانا ھەردوو رہگین راستی یین ھاوکیٹشہیا کا دووجایی.
- ھەردوو رہگین ھاوکیٹشہیا دووجایی دئی بکارئینی بؤ دیارکرنا تەوہری بپگہیی ھاوتا.



بۇچی
بکارئینانا یاسایا شیکارکرنا ھاوکیٹشہیین دووجای، ھاریکاریا مە دکەت بؤ شیکارکرنا گەلەک پرسیارین ژینا روژانە، وەکی دہرئینانا ھەردوو دووریین ریژەوی (نافەدەر) خانی.



خیزانا مام جوامیری پریار دا، ریژەوہکی (نافەدەر) ل ھەردوو ئالیین خانیی خۆ چیکەت، کو فرەھیەکا نەگۆپ ھەبت، قی خیزانی ھندەک کەرەستە ھەنە تیرا رووبەرەکی $45 m^2$ دکەت. دقیت پانیا ریژەوی چەند بیت؟ تەری تو دشیی یاسایا ھاوکیٹشہیا دووجای بکارئینی دا قی پرسیاری شیکاریکە؟ تو دشیی ریکا تەمامکرنا دووجا بکارئینی بؤ داتاشینا یاسایا شیکارکرنا ھاوکیٹشہیا دووجای ب شیوہیی گشتی.

جھئینان بیناسازی

$$a \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ھەردو لایین ھاوکیٹشہیی لسەر a دابەشیکە

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

ژ ھەردوو لایان دەریکە.

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

دووجایی تەمامبکە ب زیدەکرنا دووجایا نیف ھاوکۆلکی x

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

ھەکە $b^2 - 4ac$ ژمارەبەکا سالب بیت، چو ژمارەیین راستی نینن کو

ساخبکەت. دقئ حالەتیدا، ھاوکیٹشہیی چ رەگ نینن ژ ژمارەیین راستی.

ھەکە $b^2 - 4ac = 0$ دئ، $x + \frac{b}{2a} = 0$ ئانکو $x = -\frac{b}{2a}$. دقئ حالەتیدا ھاوکیٹشہیی دئ دوو

رەگین ھندی ئیک ھەبن، وبھایی ھەر ئیکی ژ وان دبیتە $-\frac{b}{2a}$.

ھەکە $b^2 - 4ac$ ژمارەبەکا مووجەب بیت، دئ:

$$\text{رهگي دووجاي بو هردو لايان وهر بگره.} \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right) = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

ساده بکه

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\frac{b}{2a}$ ژ هردو لايان دهر بکه

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ساده بکه

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بو نهفي ياسايي دپيژن « ياسايا دهستور »

بري جودا كهرئ هاوكيشهيا دووجايي

دپيژنه بري $\Delta = b^2 - 4ac$ جودا كهرئ هاوكيشهيا دووجايي $ax^2 + bx + c = 0$ كو $a \neq 0$

شيكار كرنا هاوكيشهيا دووجايي

ژمارا رهگان د كومه لا ژماره يين راستيدا	بري جودا كهر
هاوكيشهيا چو رهگ نينن د كومه لا ژماره يين راستيدا.	$\Delta < 0$
هاوكيشهيا دوو رهگين يه كسان هه نه: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	$\Delta = 0$
هاوكيشهيا دوو رهگين جودا (جياواز) هه نه و $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x_1 = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\Delta > 0$

ياسايي بكار بينه بو شيكار كرنا هاوكيشهيا $x^2 + 5x - 14 = 0$

نمونه

شيكار

هه كه $x^2 + 5x - 14 = 0$ بهر اورد بكه ل گه ل هاوكيشهيا گشتي $ax^2 + bx + c = 0$ دي بيني كو $a = 1$ و $b = 5$ و $c = -14$.

هاوكيشهيا ب في شيوهي شيكار بکه:

1. جودا كهرئ هه ژمار بکه، كول شوونا هه هاوكولكه يه كي بهايي وي دانه $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-14) = 25 + 56 = 81$$

2. ژ بهر كو جودا كهرئ موجهه، هاوكيشهيا دوو رهگين جياواز هه نه، نهوژي:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & \text{و} & & x_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-5 - \sqrt{81}}{2} & \text{و} & & &= \frac{-5 + \sqrt{81}}{2} \\ &= -7 & \text{و} & & &= 2 \end{aligned}$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \text{ شيكار بکه بكار ئينانا ياسايي.}$$

هه ولبده

هاوكيشهيا $x^2 + 5x - 14 = 0$ شيكار بکه ب شيته لكرني، دا دلنيابي ژ دروستيا بهر سقي دنمونهيا 1 يدا.

خاله كا چا قديري

نمونہ

2

شیکار کرنا پرسیاران

یاسایی بکاربینه بۆ شیکار کرنا هاوکیشهیا: $4x^2 = 8 - 3x$. هەردوو رهگان ب دروستی بنقیسه، پاشی بۆ نیژیکتین دههیک نیژیکبه.

شیکار

هاوکیشهیا $4x^2 = 8 - 3x$ ب شیوهیی گشتی بنقیسه، دی بیته: $4x^2 + 3x - 8 = 0$ هاوکۆلکین هاوکیشهیی: $a = 4$ و $b = 3$ و $c = -8$ جوداکهری ب لجهدانانی بههژمیره:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 4(-8) = 9 + 128 = 137$$

هاوکیشهیی دوو رهگ ههنه، چونکی جوداکهری موجهبه. هەردوو رهگ دجیاوازن و دبنه:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

$$= \frac{-3 - \sqrt{137}}{8} \quad \text{و} \quad = \frac{-3 + \sqrt{137}}{8}$$

$$\approx -1.8 \quad \text{و} \quad \approx 1.1$$

ههولبده

یاسایی بکاربینه بۆ شیکار کرنا هاوکیشهیا: $2x^2 - 6x = -3$. هەردوو رهگان ب دروستی بنقیسه، پاشی بۆ نیژیکتین دههیک نیژیکبه.

نمونہ

3

بجهینان

فهگهرا بۆ دهستیپکا وانهیی، پانیا ریکی دیاریکه، ههکه بزانی کو خیزانا مام جوامیری تیرا رووبهری $54m^2$ کههسته ههنه.

شیکار

برۆ رووبهری دنوینت دبیته:

$$A(x) = x^2 + 9x + 6x = x^2 + 15x$$

داخواری: شیکار کرنا هاوکیشهیا $x^2 + 15x = 54$.

هاوکیشهیی ب شیوهیی گشتی بنقیسه و هاوکۆلکین وئ دیاریکه:

$$a = 1 \quad \text{و} \quad b = 15 \quad \text{و} \quad c = -54$$

جوداکهری هاوکیشهیی بههژمیره:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 225 - 4 \times 1 \times (-54) = 441$$

هاوکیشهیی دوو رهگین جیاواز ههنه، چونکی جوداکهری موجهبه. هەردوو رهگ ژى ئەفهنه:

$$x_2 = \frac{-15 - \sqrt{441}}{2} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-15 + \sqrt{441}}{2}$$

$$= -18 \quad \text{و} \quad = 3$$

بهرسف دبته 3 چونکی -18 ناگونجت، و پانیا ریوهی چینابت ژمارهیهکا سالب بیت.

ههولبده

پانیا ریوهی دیاریکه ههکه کههسته تیرا $34m^2$ بکهت.

ل وانهیا بووری تو فیرووی، کو هەردوو رهگین هاوکیشهیا دوو جایی $ax^2 + bx + c = 0$ دبنه هەردوو پۆیین ئیکی یین هەردوو خالین ئیکودووبرینا تهوهری ئیکی ل گهل هیلکاری

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

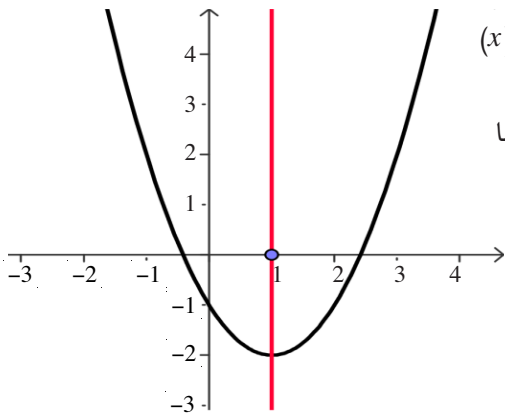
قەدیتنا رهگین هاوکیشه پان

1. خشته یی بنقیسه، پاشی هەردوو ستونین دووی و سییی ته مامبکه، و هەردوو رهگین هە هاوکیشه یه کی دیار بکه.
2. هیلکاری روونکرنی یی نه خشه یا ریسایا وی دبته لایی چهپی هاوکیشی وینه بکه، و پوی خالا سهری دیار بکه، پاشی هەردوو ستونین دوماهیی تامبکه.

هاوکیشه	هەردوو رهگ	نافهندی هەردوو رهگان	نه خشه یا پیتاسکری ب هاوکیشی	پوی خالا سهری
$x^2 + 2x = 0$	0, -2	-1	$d(x) = x^2 + 2x$	-1
$-x^2 + 4 = 0$				
$x^2 + 4x + 4 = 0$				
$2x^2 + 5x - 3 = 0$				
$-x^2 - x + 4 = 0$				

3. ب کورتی بهحسی دهرئینانا پوی سینی بکه یی سهری هیلکاری روونکرنی یی نه خشه یا دوو جایی.

✓ خالی جاویدی



ل وانهیا بووری تو فیرووی، ههکه k پوی ئیکی (x) بیت بو خالا سهری برگیه یی هاوتا، دی هاوکیشه یا تهوهری وی دبته $(x = k)$ ژ لایه کی دی، هاوجیبوونا برگیه یی هاوتال دوور تهوهری وی، ری ددهت بو دهرئینانا هاوکیشا تهوهری ب ریکا هه ژمارکرن نافهندی هەردوو رهگین هاوکیشه یا دوو جایی

$$k = \frac{\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}}{2} = \frac{-b}{2a}$$

هاوکیشه یا تهوهری برگیه یی هاوتا دبته $x = -\frac{b}{2a}$

4 **نورونه**
هاوکیشه یا تهوهری هاوجیبوونی یی هیلکاری نه خشه یا $f(x) = 19 + 8x + 2x^2$ بنقیسه، و پوتانی خالا سهری وی دیار بکه.

شیکار

ریسایا نه خشی ب شیوه یی گشتی بنقیسه: $f(x) = 2x^2 + 8x + 19$ دی بینی $a = 2$ و $b = 8$

هاوکیشا تهوهری هاوجیبوونی دبته $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{4} = -2$

پوتانی سهری برگیه یی دبته $x = -2$ و $y = f(-2) = 2(-2)^2 + 8(-2) + 19 = 11$

خالا $(-2, 11)$ دی بته سهری هیلکاری نه خشه یا دوو جایی.

هاوکیشه یا تهوهری هاوجیبوونی یی هیلکاری نه خشه یا $f(x) = x^2 - 4x + 1$ بنقیسه و پوتانی

سهری دیار بکه.

هه ولبده

هزرکرنه کا ره خنه گر

چ دبیژی دهر باره یی جودا که ری هاوکیشه یا دوو جایی کو هەردوو رهگین وی دوو ژماره یین تهواوین؟

بەردەوامبوون د بیر کاریدا

- 1 دوو ریکین جودا بکاربینه بۆ دیارکرنا هەردوو پۆیین ئیکى بۆ خالین ئیکدوو برینا تەوهرى ئیکى دگەل برگهیی هاوتا: $y = x^2 + 2x - 3$.
- 2 ریهکی شلۆقه بکه بۆ دیارکرنا پۆتانى خالا سەرى برگهیی هاوتا.
- 3 چ پوهندی ههیه دناقبهرا سەرى برگهیی هاوتا و تەوهرى ویدا؟

راھینا تین ئاراسته کری

ياسایی بکاربینه بۆ دیارکرنا هەردوو رهگین هاوکیشی.

- 4 $x^2 - 5x + 4 = 0$; 4; 1
- 5 $2x^2 - 5x = 3$; $-\frac{1}{2}$; 3
- 6 ياسایی بکاربینه بۆ شیکارکرنا هاوکیشهیا دووجایی $3x^2 - 3x = 4$. هەردوو شیکاران ب دروستی بنقیسه، پاشی بۆ نۆزیکترین دههیک نۆزیکه.

هاوکیشهیا تەوهرى هاوجیبوونى یى برگهیی هاوتا بنقیسه، و پۆتانى سەرى وی دیارکه.

- 7 $f(x) = x^2 - x - 2$
- 8 $f(x) = 2x^2 - 12x + 11$

راھینان و بجهئینان

ياسایی بکاربینه بۆ شیکارکرنا هاوکیشهیا دووجایی، بهرسفان ب دروستی بنقیسه (بى نۆزیکرن).

- 9 $x^2 + 7x + 9 = 0$
- 10 $x^2 + 6x = 0$
- 11 $(x+1)(x-2) = 5$
- 12 $(x-4)(x+5) = 7$
- 13 $t^2 - 9t + 5 = 0$
- 14 $x^2 - 3x - 1 = 0$
- 15 $x^2 + 9x - 2 = -16$
- 16 $x^2 - 5x - 6 = 18$
- 17 $5x^2 + 16x - 6 = 3$
- 18 $4x^2 = -8x - 3$
- 19 $3x^2 - 3 = -5x - 1$
- 20 $x^2 + 3x = 2 - 2x$
- 21 $x^2 + 6x + 5 = 0$
- 22 $x^2 + 10x = 5$
- 23 $-2x^2 + 4x = -2$
- 24 $5x^2 - 2x - 3 = 0$
- 25 $-6x^2 + 3x + 19 = 0$
- 26 $-x^2 - 3x + 1 = 0$

پۆتانى خالا سەرى بۆ هەر برگهیهکی هاوتا و تەوهرى هاوجیبوونى بنقیسه.

- 27 $y = 7x^2 + 6x - 5$
- 28 $y = x^2 + 9x + 14$
- 29 $y = 3 + 7x + 2x^2$
- 30 $y = 10 - 5x^2 - 15x$
- 31 $y = 3x^2 + 6x - 18$
- 32 $y = 14 + 8x - 2x^2$
- 33 $y = 4 - 10x + 5x^2$
- 34 $y = -x^2 - 6x + 2$
- 35 $y = 3x^2 + 21x - 4$
- 36 $y = -2x^2 + 3x - 1$

$$y = -2x^2 + 8x + 13 \quad \boxed{38}$$

$$y = -1 - 8x + 12x^2 \quad \boxed{40}$$

$$y = 2x - 2 + x^2 \quad \boxed{42}$$

$$y = 9 - 3x^2 \quad \boxed{44}$$

$$y = 5x^2 + 2x - 3 \quad \boxed{46}$$

$$y = 3x^2 - 18x + 22 \quad \boxed{37}$$

$$y = 3x - 2x^2 + 2 \quad \boxed{39}$$

$$y = 7x^2 - 12x + 2 \quad \boxed{41}$$

$$y = 4x^2 - 3x - 8 \quad \boxed{43}$$

$$y = 5x - x^2 \quad \boxed{45}$$

47 ههكه ئىك ژ رهكپن هاوكيشهيا دووجاى $ax^2 + bx + c = 0$ ههلهگهراوى يى دى بت، بسهلمينه كو $a = c$.

48 خوشى شهرمينى هندهك ياريپن ئاگرى ب شيوهيهكى ستوونى هافيتنه عهسمانى بلهزهكا سهرتاى 58.8 m/t تو دشىي نهخشهيا $h(t) = -4.9t^2 + 58.8t$ بكارىبى وهك نمونيهيك بو ههژماركرنا بلنداهايا ياريپن ئاگرى (h) پشتى (t) چركه.

ا چهند دم (كات) پيدقييه دا ياريپن ئاگرى بگههنه مهنترين بلنداهايا؟ **6 چركه**

ب مهنترين بلنداهايا ئەف يارييه بگههتي چهنده؟ **نزىكهى 176m**

49 پيشهسازى ريقهبهري كارغههكى داخواز ژ راويژكارى خوكر، هاريكارييا وي بكت بو دياركرنا بهايى گولدانهكى. پشتى شلوقهكرنا تيچويپن بهرههمنئانئى و داخوازيپن بكران، راويژكار گههشته نهخشهيهكى كو قازانجى كارغههيا دياربكهت ژ فروتتا گولدانكان. و نهخشه ئەقهيه: $P(x) = -0.3x^2 + 75x - 2000$. كو x بهايى فروتتا گولدانكى دنوينت.

ا بهايى فروتتا گولدانكى دياربكه دا مهنترين قازانج ب دست بكهفت. **125 دينار**

ب مهنترين قازانج چهنده؟ **268.5 دينار**

ج بهايپن فروتنى چهنده ئەوين قازانجى بگههنه سفر؟ **$x = 30.5$ يان $x = 219.65$**

د بهايپن x چهنده ئەوين قازانجى بو كارغههيا دابيندكهنه؟ **$30.5 < x < 219.65$**

ه بهايپن x چهنده ئەوين كارغههيا زيان (زههر) دكهن. **$0 < x < 30.5$ يان $x > 219.65$**

ليپرينهك بو پاش

هاوكيشهيهكى ب شيوهيا $y = mx + b$ بنقيسه، بو راستههيلي دخالا پيدايبرا دبورت، و دگهلا راستههيلي دياركرى ستوون بيت.

$$2x - y = 1 \quad \text{و} \quad (4, -6) \quad \boxed{51}$$

$$y = x - 5 \quad \text{و} \quad (-2, 3) \quad \boxed{50}$$

هاوكيشهيهكى بنقيسه ب شيوهيا $y = mx + b$ بو راستههيلي دخالا دايبرا دبورت و تهريب بت بو راستههيلي دياركرى.

$$5x = 4 - y \quad \text{و} \quad (-4, -2) \quad \boxed{53}$$

$$y = -3x + 12 \quad \text{و} \quad (8, -1) \quad \boxed{52}$$

قان لاسهنگهيا شيكاريكه و كومولا شيكاري لسره تهوهرى ژمارهيا بنويته.

$$|x - 3| < 5 \quad \boxed{55}$$

$$|x + 6| > 2 \quad \boxed{54}$$

$$|8 - 2x| \geq 6 \quad \boxed{57}$$

$$|-4x| \leq 8 \quad \boxed{56}$$

ليپرينهك بو پيش

58 نهري دى شىي شيكارهكى بو هاوكيشهيا دووجاى $2x^2 + 5x + 6 = 0$ ببىنى دكومولا ژمارهياپن راستيدا؟ شلوقهبكه ب هاريكاري ياسايا (دهستور) يا شيكاركنا هاوكيشهيا دووجاى.

لاسهنگه یین دووجایی

وانهیا 5



بوچی
گهلهك ژ پرسپارین ژیانی، وهکی نهوین
گریډای دگهل قازانجین بازرگانیی ل دووڤ
تیچوون و داهاتی، تو دشیی شیکاریکھی ب ریکا
شیکارکرنا لاسهنگه یین دووجایی.

نارمانج

- لاسهنگه ییهکا دووجایی دی
نیاست و شیکارکته، و
کۆمهلا شیکاری ب
روونکرئی دی نوینت.

سوزان کراسان درووت و دفرۆشت. برایی وی رابوو ب ههژمارکرنهکی لسهر تیچووئی هه یقانه و بها و داهاتی (ب دیناران). وی دیت کو تیچووئی هه یقانه C و بهایی کراسی p ، ب قی په یوهندیی دگهل ئیکودوو دگریډاینه:

$C(p) = 75p + 2500$ و بها R و بها P ، ب قی په وهندیی دگهل ئیکودوو دگریډاینه:
 $R(p) = -25p^2 + 700p$. و ب قی رنگی، قازانجین سوزانی ب په یوهندیی دناقبهرا قازانج G و بهایی فروتنی P دهیته دیارکرن:

$$\begin{aligned} G(p) &= R(p) - C(p) \\ &= -25p^2 + 700p - (75p + 2500) \\ &= -25p^2 + 625p - 2500 \end{aligned}$$

چهوا دقیت سوزان بهایی کراسی p دهستنیشانیکته دا قازانج بکته، یان ب دهرپینهکا بیرکاری، دقیت سوزان بهایی گۆراوی p چند ههلبزیرت دا لاسهنگه یا $-25p^2 + 625p - 2500 > 0$ ساخبکه.

جهئینان

بازرگانی

چالاکیی

فه دیتنا لاسهنگه یین دووجایی

x	f(x)
-2	5
-1	0
0	-3
1	-4
2	-3
3	0
4	5

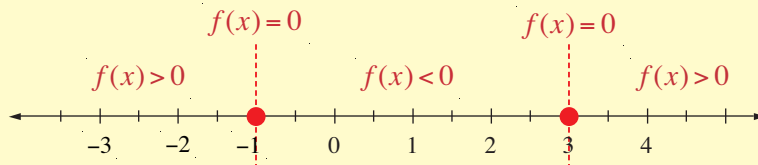
$Y_1 = X^2 - 2X - 3$

تو دی پیدقی بژمیرهکا روونکرئی بی.
خشتهیی بهرامهر، بهایی نهخشهیا $f(x) = x^2 - 2x - 3$
دیاردکته، کو بهایی دروست ئهوین گۆراوی x وهردگرن
دناقبهرا -2 و 4 دا.
ههکه ب هووری بهری خو بدهیه نهخشهیی دی سی حالهتان بینی:
 $f(x) = 0$ ههکه $x = -1$ یان $x = 3$
 $f(x) > 0$ ههکه $x < -1$ یان $x > 3$
 $f(x) < 0$ ههکه $-1 < x < 3$

تهکنهلوژیا

بژمیرا
روونکرئی





1. خشتهی بنقیسه و تمامبکه بهایین x چندن نهوین هاوکیشیهیی ساختکهن؟
و بهایین x کیژ وانن نهوین لاسهنگهیی ساختکهن؟

بهایین x کو $f(x) < 0$	بهایین x کو $f(x) > 0$	بهایین x کو $f(x) = 0$	ژمارا خالین نیکدووپرینا هیلکاری وی دگهل تهویری (x) (نیکی)	نخشه
			2	$f(x) = x^2 - 4$
				$f(x) = -x^2 + 2x + 3$

2. هه وی کاری دگهل خشتهیی ل خواری دووبارهبکه.

بهایین x کو $f(x) < 0$	بهایین x کو $f(x) > 0$	بهایین x کو $f(x) = 0$	ژمارا خالین نیکدووپرینا هیلکاری وی دگهل تهویری (x) (نیکی)	نخشه
				$f(x) = x^2$
				$f(x) = -x^2$

3. هه وی کاری دگهل خشتهیی ل خواری دووبارهبکه:

بهایین x کو $f(x) < 0$	بهایین x کو $f(x) > 0$	بهایین x کو $f(x) = 0$	ژمارهیا خالین نیکدووپرینا هیلکاری وی دگهل تهویری سینی (نیکی)	نخشه
				$f(x) = -x^2 + x - 1$
				$f(x) = x^2 + x + 3$

✓ خالی چاودیری

- ا ههکه هیلکاری نهخشیهیی، تهویری نیکی د دوو خالاندا ببرت، دی وی تهویری دابهشکتهت و کهته ————— ماوهیین ژیکجودا [جیاواز]
- ب ههکه هیلکاری نهخشیهیی، تهویری نیکی د نیکی خالاندا ببرت، دی وی تهویری دابهشکتهت و کهته ————— ماوهیین ژیکجودا.
- ج ههکه هیلکاری نهخشیهیی، تهویری نیکی نه ببرت، نهو فی تهویری ————— بو ماونین ژیکجودا.

تو دشیی کومه لا شیکارا لاسهنگهیهکا دووجای دیاربکهی، ب رییا دیارکرنا ههردوو رهگین هاوکیشیهیا دووجای یا دگهل وی، یان ب ریکا وینهکرنا هیلکاری نهخشیهیا دووجای یا دگهل وی.

نمونہ

لاسہنگہیا $x^2 - 2x - 15 \geq 0$ شیکاریکہ و کومہلا شیکاری ل سہر تہوہری ژمارہیان بنوینہ.

شیکار

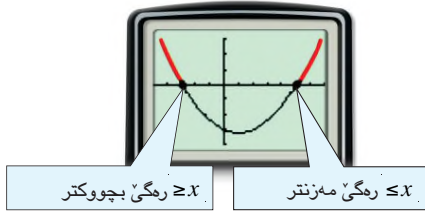
ہیلکاری نہخشہیا دوجای یا دگہل لاسہنگہیی، دیاردکەت کو کومہلا شیکاری ژ دوو پشکان پیکدہیت:

$x \geq 5$ رہگی بچووکتريان یا $x \leq -3$ رہگی مہزنتر.

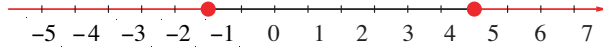
$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x+3)(x-5) = 0$$

$$x = -3 \text{ یا } x = 5$$



و ہوسا، کومہلا شیکاری بؤ لاسہنگہیی دبیتہ کومہلا بہایین x نہوین $x \leq -3$ یا $x \geq 5$ ساخدکەن.



تەکنولۆژیا



بژمیرا
رۆنکرنی

ہەولبەدە

لاسہنگہیا $x^2 - 8x + 12 \geq 0$ شیکاریکە و کومہلا شیکاری لسەر تہوہری ژمارہیان بنوینہ.

نمونہ

فہگەریان بؤ دەستپیکا وانہیی، دفتیت سوزان بہایی کراسی p بکەتە چەند دا قازانج بکەت؟

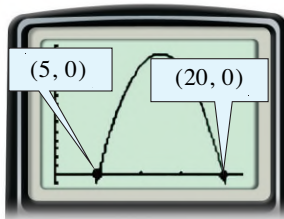
شیکار

ہاوکیشہیا دوجای: $-25p^2 + 625p - 2500 = 0$ شیکاریکە بکارئینانا یاسایی.

$$\Delta = 625^2 - 4 \times (-25) \times (-2500) = 140625$$

$$p = \frac{-625 \pm 375}{-50} = \begin{cases} 5 \\ 20 \end{cases}$$

ہەردوو رہگ دبەنە:



ہیلکاری نہخشہیا $y = -25x^2 + 625x - 2500$ دیاردکەت کو سوزان

قازانج دکەت ہەکە نرخی کراسەکی، دناقبەرا 5 ہزار دینار و 20 ہزار دیناراندا بت.

تەکنولۆژیا



بژمیرا
رۆنکرنی

خالەکا چاقدیریی ✓

ئەری سوزان دئ قازان کەت ہەکە بہایی فروتنی کرە بیست ہزار دینار؟

لاسہنگہیا $x^2 - 2x + 3 \leq 0$ شیکاریکە، و کومہلا شیکاری لسەر تہوہری ژمارہیان بنوینہ.

شیکار

ہیلکاری نہخشہیا دگہل لاسہنگی دیاردکەت کو بہایین نہخشہیی د مووجەبن

ہەکە بہایی گۆراوی x ہەر چەند بیت

نانکو چ بہا بؤ x نینن کو لاسہنگہیی ساخبکەت ئەم دشیین بیژین، کومہلا

شیکارا لاسہنگہیی کومەلەکا قالایە (بەتالە).



تەکنەلۆژیا



بژمیرا
رۆنکرنی

بهرده و امبوون د بیر کار پیدا

- 1 روئبکه، چهوا لاسهنگه یا $x^2 - 2x - 8 \geq 0$ دی شیکارکه ی؟
- 2 روونبکه، چهوا هیلکاری روونکرنی هاریکاریا ته دکهت بو شیکارکرنا لاسهنگه یا $x^2 - 2x - 8 > 0$.
- 3 روونبکه، چهوا شیکارکرنا لاسهنگه یا $(x-2)^2 < 0$ دی بینی، بیی بکارئینانا وینهیی روونکرنی.

راهیانین ئاراسته کری

- 4 لاسهنگه یا $x^2 - 7x + 12 \geq 0$ شیکاربکه، و کوومه لا شیکاری لسره تهوهری ژماره یان بنوینه. $x \leq 3$ یان $x \geq 4$.
- 5 بهایین تهواو یین گؤراوی x چنه ئه وین لاسهنگه یا $-2x^2 + 25x - 72 > 0$ ساخدکن؟ $7, 6, 5$

راهیان و بجهئینان

لاسهنگه یی شیکاربکه و کوومه لا شیکاری لسره تهوهری ژماره یان بنوینه.

- | | | | |
|-----------------------|----|-----------------------------------------|----|
| $-x^2 + 5x - 6 > 0$ | 7 | $x^2 - 1 \geq 0$ | 6 |
| $x^2 - 4x - 5 < 0$ | 9 | $x^2 - 8x + 12 \leq 0$ | 8 |
| $50 - 15x > -x^2$ | 11 | $x^2 - 7x + 10 \leq 0$ | 10 |
| $x^2 - x - 12 \leq 0$ | 13 | $x^2 \leq \frac{3}{4} + x$ | 12 |
| $x^2 - 4x - 12 > 0$ | 15 | $-x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{9} > 0$ | 14 |
| $x^2 + x - 6 \leq 0$ | 17 | $x^2 - 2x - 99 > 0$ | 16 |
| $x^2 \leq 7x - 6$ | 19 | $x^2 - x + 20 < 0$ | 18 |
| $10 - x^2 \geq 9x$ | 21 | $x^2 + 35 > -12x$ | 20 |
| $x^2 + 3x - 18 > 0$ | 23 | $x^2 + 10x + 25 > 0$ | 22 |
| $x^2 + 6x \geq 7$ | 25 | $x^2 - 2 > x$ | 24 |
| $-x^2 + 3x + 6 < 0$ | 27 | $15 - 8x \leq -x^2$ | 26 |
| $x^2 + 5x - 7 < 4x$ | 29 | $4x - 1 > 8 - x^2$ | 28 |

30 نهخشیهکا دوو جای $f(x)$ بنقیسه کو $f(x) \geq 0$ ساخبکهت بو بهایین x ئه وین دکهقنه دنابقهرا 2 و 6 یدا، وئو ههر دوو بهاژی دگهل بن.

31 لاسهنگه یهکا دوو جای بنقیسه، کو کوومه لا شیکارا وی $x < 3$ یان $x > 7$.

بهرهنگاری

32

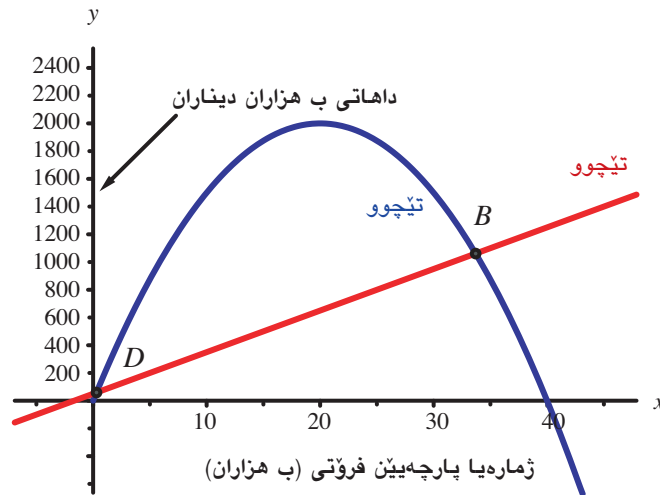
وهرز د دستپيكا ياريا فووليبوليد، ناقيريقانى تهپه ب شپوهيهكى ستونى بؤ سهرى ههلا. نهخشهيا دوجاى $h(t) = -16t^2 + 24t + 5$ دبېته نمونويهك بؤ ههژماركرنا بلنداهايا تهپى، پى دهمى، كو h بلنداهايا تهپييه و t دهمه ب چركهيان پشتى هلاقيتنا تهپى. دياربكه، ل كيژ دوو چركهيان بلنداهايا تهپى ژ 9m پييان بلندتره؟ $0.2 \leq t \leq 1.3$

33

بازرگانى نهخشهيا $y = -0.1x^2 + 8x - 50$ دبېته نمونويهك بؤ ههژماركرنا قازانجى داهاى ژ فروتننا x يهكه ژ بهرهمهكى پيشهسازى. كيترين ژمارا يهكه يين بهينه فروتن چهنده، دا كو بازرگان قازانج بكهت؟ 7

34

بازرگانى كو مپانيهك رابو ب ههژماركرنا تيچوو و فروتننا ئيك ژ بهرهمين خو، و گههشته نهخشهيا $C(x) = 50 + 30x$ ، كو دبېته نمونويهك بؤ تيچوويى بهرهمى، ونهخشهيا $R(x) = 5x(40 - x)$ ئهوا دبېته نمونه بؤ داهاى، دهمى x ژمارا پارچه يين فروتى بيت ب دیناران. و قازانجى ب دهستقههاتى ب نهخشهيا $P(x) = R(x) - C(x)$ دهپته نواندن. هيلكارى روونكرنى يى ل خواري بكاربينه بؤ بهرسقدانا پرسپاران:



أ روونبكه، دقيت ژمارا پارچه يان كيژ دوو بها بن، دا قازانج بكهت.

ب ژمارا پارچه يين فروتى دقيت چهند بيت، دا مهزنترين قازانج بكهت؟

ج ئهري مهزنترين تيچوو هيه و نابت ژى ببوورت؟ روونبكه.

د هيلكارى نهخشهيا قازانجى وينه بكه.

ه ژ دستپيكا چهند پارچه يان، كو مپانى دى دست ب زهره ربوونى كهت؟

لېئیرینهك بۆ پاش

ھېلكارى روونكرنى بى ھەر پەيوەندىھكى وئىنەبكه، و ديارىكه كا پەيوەندى نەخشەيە يان نە.

$$y = |x| \quad \text{بەلى} \quad 35$$

$$x = |y| \quad \text{نەخىر} \quad 36$$

$$x = y^2 \quad \text{نەخىر} \quad 37$$

قان ھاوكىشەيان شىكارىكه، و رەگان ب دروستى بنقىسە.

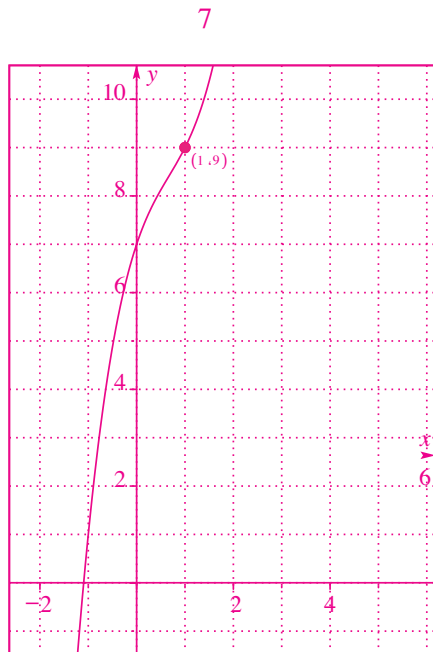
$$\pm\sqrt{8} - 2x^2 = -16 \quad 38$$

$$\pm\sqrt{7} - 3x^2 + 15 = -6 \quad 39$$

$$\pm\sqrt{18} \cdot 32 = 2x^2 - 4 \quad 40$$

لېئیرینهك بۆ پيش

بەھايى b ديارىكه كو ھېلكارى نەخشەيا $y = x^3 - 2x^2 + 3x + b$ د خالا $(9, 1)$ را بېووريت. بەھايى دياركرى ل شوونا دانەيى b دانە دا ژ بەرسفا خو پىشتراستبى، و ھېلكارى نەخشەيى وئىنەبكه.



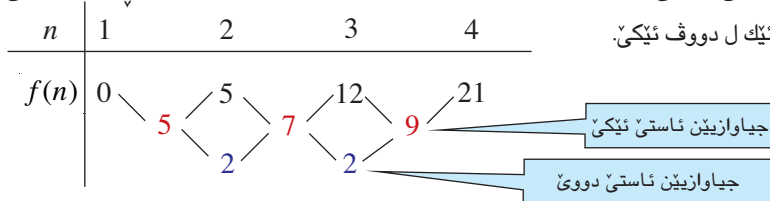
جياوازى جىيە؟

گەلەك ژ ئىك ل دووڧ ئىككىن ژمارەيى پەيدادىن ژ نەخشەيىن پىناسەكرى.
ب ھوورى بەرى خۇ بدە ئىك ل دووڧ ئىكا ژمارەيىن دووجايى:

n	1	2	3	4	5	6	7	...	n
$S(n)$	1	4	9	16	25	36	49	...	n^2

رادەيىن دەستپىكى د قى ئىك ل دووڧ ئىككىدا دىنە: $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2$. ژ خواندنا قان رادەيىن دەستپىكى ديار دبىت كو رادەيى ژمارە n يان رادەيى نوونى دبىتە n^2 . ژ وى بۇ مە ديار دبىت كو نەخشەيا $f(x) = x^2$, وى ئىك ل دووڧ ئىكى دروست دكەت كو رادەيى نوونى دبىتە $f(n) = n^2$, ب دانانا ژمارەيا سروشتى n ل شوونا گۇراوى x .

چەوا نەخشەيەكى دى دياركەى كو ئىك ل دووڧ ئىكەكا رادەيىن وى يىن دەستپىكى دزانراوبن؟ ئىك ژ رىككىن دەينە بكارئىنان بۇ قى چەندى دبىتە رىكا جياوازيىن ب دوماھىك. تو دشى قى رىكى بكاربىنى، دەمى دبىنى كو ئىك ل دووڧ ئىك دگەھتە ھندەك جياوازيىن نەگۇر ل ئاستەكى دياركرى. بەرى خۇ بدە قى ئىك ل دووڧ ئىكى.



تو دبىنى كو جياوازيىن ئاستى دووى دىەكسانن. ئانكو دقېت ل نەخشەيەكا دووجايى بگەريىن. كو بكيىرېت بۇ پىكئىنانا ئىك ل دووڧ ئىكەكى. بنقىسە: $f(n) = an^2 + bn + c$, و بزاقىبەكە بەايىن ھاوگۇلكان بىنيەدەر، بكارئىنانا بەايىن n و رادەيىن بەرامبەر وان.

$$f(n) = an^2 + bn + c$$

$$f(1) = a(1)^2 + b(1) + c = a + b + c$$

$$f(2) = a(2)^2 + b(2) + c = 4a + 2b + c$$

$$f(3) = a(3)^2 + b(3) + c = 9a + 3b + c$$

$$f(4) = a(4)^2 + b(4) + c = 16a + 4b + c$$

n	1	2	3	4
$f(n)$	$a+b+c$	$4a+2b+c$	$9a+3b+c$	$16a+4b+c$
		$3a+b$	$5a+b$	$7a+b$
		$2a$	$2a$	

بەراوردكرنا قى خشتەى د گەل خشتەيى لسەرى، رى ددەت بۇ نقىسنا ئەوان ھاوگىشەيان كو ھاوگۇلكىن نەخشەيا دووجايى ساخدكەن.

$$2a = 2 \quad 3a + b = 5 \quad a + b + c = 0$$

سیستمی ئو ھاوکیڭشہیڭ ب دەست تە کەڭتین، ب ریکال جەدانانی شیکاریکە.

• $2a = 2$ ئانکو $a = 1$

• $3a + b = 5$ ئانکو $b = 2$

$3 + b = 5$

• $a + b + c = 0$ ئانکو $c = -3$

$1 + 2 + c = 0$

ژ ئو ھاو بووری دئ شی بزانى کو نهخشهيا $f(n) = n^2 + 2n - 3$ دئ ئیک ل دووڤ ئیکا پیدایی پیکئینت.

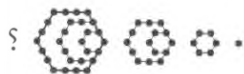
ژ ئه نجامی پشتراست ببه، ب دانانا بهاییڭ 7,6,5 ل شوونا n . بو زانین کو ئیک ل دووڤ ئیک دبیته: 0, 12, 21, 32, 45, 60, ...

چالاکى 1 ديارکرنه نهخشهيهکا دووجای

چەند کۆمەلان ژ دوو قوتابیان یان پتر پیکبینه و سەرۆکەکی بو ھەر کۆمەلەکی دانە. سەرۆک بەیتە ھەلبژارتن، دوور ژ ھەقالین خو، دئ نهخشهيهکا دووجای ھەلبژیرت کو ھاوکۆلکین وئ ژمارەییڭ تەواو بن و دئ بکارئینت بو پیکئینانا ئیک ل دووڤ ئیکەکا ژ 5 رادەیان. سەرۆک دئ ئیک ل دووڤ ئیک، بتنی، نیشا ھەقالین خو دەت و داخواری ژ وان کەت نهخشهيهی بیننەدەر.

چالاکى 2 ديارکرنه ھاوکېشہيا دووجای

بو ژمارەییڭ شەشینە ئەندانزیری تەلارسازی، ئاقاھیڭ بەرامبەر دیزاینکر. ھەکە بەرئ خو بدەیه ئاقاھی دئ بینی کو شەشینەییڭ ریک تیدا ھەنە، ئیک د ناف ئیکیدا یە. تو دشیی قی دیمەنی ب ئیک ل دووڤ ئیکەکا ژمارەیی بنوینی. ھەکە گۆراوی n بو ژمارەیا خالین ھەر لایەکی دانى، دئ ژمارەییڭ ئیک ل دووڤ ئیک بئە ژمارا خالان دەر شیوہیەکیدا ژ شیوہییڭ شیوازی ئەندانزەبی.



ھەرچار ژمارەییڭ دەستپیکئ د ئیک ل دووڤ ئیکیدا بنقیسە. ریکا جیاوازیڭ ب دووماھیک بکاربینه بو دەرئینانا نهخشهيا قی ئیک ل دووڤ ئیک پیکدەھینت.



پیداچوونا بەشى

$$f(x) = -3x^2 - 6x - 7 \quad 22$$

ھاوکیٹشەیی ب ریکا یاسایی شیکاریکە.

$$x^2 - 7x = -10 \quad 23$$

$$6x = 2 - 5x^2 \quad 24$$

$$x^2 = 1 - x \quad 25$$

$$2x + 1 = 2x^2 \quad 26$$

$$x^2 + 6x = -8 \quad 27$$

$$11x = 5x^2 - 3 \quad 28$$

$$x = 6x^2 - 3 \quad 29$$

$$3 = x^2 + 5x \quad 30$$

پوتانی سەری برگەیی ھاوتا دیاریکە.

$$f(x) = x^2 + 7x + 6 \quad 31$$

$$f(x) = x^2 - x - 12 \quad 32$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 \quad 33$$

$$f(x) = x^2 + 12x + 5 \quad 34$$

ژمارەیا رەگین ھاوکیٹشەیی دیاریکە بکارئینانا جوداکەری.

$$4x^2 - 20x = -25 \quad 35$$

$$9x^2 + 12x = -2 \quad 36$$

$$x^2 = 21x - 110 \quad 37$$

$$-x^2 + 6x = 10 \quad 38$$

لایی نەزانراو دسیکۆشەیا وەستاودا بەهەژمیرە. بەرسقئ
بۆ نیزیکتەین دەهیک بنقیسە.

$$b = 5; a = 4 \quad 39$$

$$a = 1; c = 4 \quad 40$$

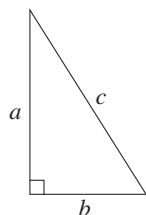
$$c = 12; b = 7 \quad 41$$

$$c = 15; a = 12 \quad 42$$

$$b = 5; c = 25 \quad 43$$

$$a = 6; b = 6 \quad 44$$

$$c = 5.8; b = 3.2 \quad 45$$



قان نەخشەیان لاسەر شیوہیی گشتی بنقیسە و دیاریکە
کو دووجایینە:

$$f(x) = -(x+1)(x-4) \quad 1$$

$$f(x) = 4(2x-1)(3x+2) \quad 2$$

وینەیی روونکرنی بۆ قان نەخشەیان وینەبکە، و ھندەک
بھایین نیزیککری بۆ پوتانی سەری وان دانە.

$$f(x) = -x^2 + 3x - 1 \quad 3$$

$$f(x) = 5x^2 - x - 12 \quad 4$$

ئەری برگەیی ھاوتا بۆ سەری قەکرەیان بۆ خوارئ؟
ئەری نەخشەیی مەزنتەین بەھەییەیان بچووکتەین بەھ؟

$$f(x) = -x^2 - x - 1 \quad 5$$

$$f(x) = (x-3)(x+2) \quad 6$$

ھاوکیٹشەیی شیکاریکە و شیکاریین دروست و نیزیککری بۆ
نیزیکتەین بەھ ژ سەدی بنقیسە.

$$3x^2 = 60 \quad 8 \quad x^2 = 8 \quad 7$$

$$x^2 + 4 = 9 \quad 10 \quad x^2 - 3 = 46 \quad 9$$

$$(x-5)^2 = 48 \quad 12 \quad (x-3)^2 = 64 \quad 11$$

$$6(x+2)^2 = 30 \quad 14 \quad 7(x+1)^2 = 54 \quad 13$$

ھاوکیٹشەیی ب شیتەلکرنی شیکاریکە.

$$x^2 - 10x + 24 = 0 \quad 15$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad 16$$

$$6t^2 + 11t - 10 = 0 \quad 17$$

ھاوکیٹشەیی ب تەمامکرنە دووجا شیکاریکە.

$$x^2 - 10x + 21 = 0 \quad 18$$

$$x^2 - 7x - 8 = 0 \quad 19$$

$$4x^2 + 4 = 17x \quad 20$$

ئەقان نەخشەیان ب شیوہیی پیفانەیی بنقیسە، و پوتانی
سەری وی بنقیسە.

$$f(x) = 2x^2 - 16x + 33 \quad 21$$



ئەزمۇنا بەشى

ھاوكېشەيە نەخشى لىسەر شىۋەيى گىشتى

ئارستەيى قەبوونا بېرگەيى ھاوتا ديارىكە و كا سەرى وى دېتە مەزترىن بەھا يان بچووكترىن بەھا.

$$f(x) = (x+3)(x-4) \quad 1$$

$$f(x) = -5(x+1)(x-7) \quad 2$$

$$f(x) = -2(x+3)(3x) \quad 3$$

ھەر ھاوكېشەيەكى شىكارىكە ب نقيسنا رەگىن دروست، پاشى نيزىكە بۇ نيزىكترىن بەش ژ سەدى.

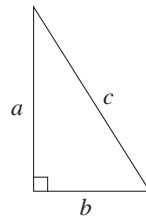
$$(x-7)^2 = 12 \quad 5 \quad 3x^2 = 81 \quad 4$$

درىژيا لايى سىي دىگوشەيا ۋەستاودا بىنەدەر و بۇ نيزىكترىن دەھىك نيزىكە.

$$b=9 : a=7 \quad 6$$

$$c=4 : a=2 \quad 7$$

$$c=9.2 : b=8 \quad 8$$



شىتەلكرن و لىكدانا سفرى بكارىنە بۇ دەرىئانانا ھەر نەخشەيەكا دووجايى.

$$f(x) = -x^2 - 9x \quad 9$$

$$f(x) = 4x^2 - 64 \quad 10$$

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 1 \quad 11$$

$$f(x) = x^2 - 3x - 10 \quad 12$$

بىردۇزا ژماران: ھەكە ئەنجامى لىكدانا دوو ژماران 90 بىت، ژمارەيەك ژوان ب 3 زىدەترە ژ دوو جارانى ژمارا دى، ھاوكېشەيەكا دووجايى بنقيسە كو رەگىن وى ئەف ھەردوو ژمارەبن، پاشى ھاوكېشەيى ب شىتەلكرنى و سىفەتى لىكدانا سفرى شىكارىكە.

ھەر ھاوكېشەيەكى ب رىكا تەمامكرنا دووجا شىكارىكە.

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \quad 14$$

$$2x^2 - 11x + 5 = 0 \quad 15$$

ئەندازە: ھەكە رووبەرى سىگوشەيەكى 30 مەترىن دووجايى بت، و بلنداھيا وى ب 4 ژ بنكەيى وى كىمتر بىت. بنكە و بلنداھيا وى چەندە؟

ھەر ھاوكېشەيەكى ب رىكا ياسايى شىكارىكە.

$$x^2 - 2x - 5 = 0 \quad 17$$

$$-3x^2 + 15 = 12x \quad 18$$

ھاوكېشەيا تەودرى ھاوجىبوونى و پوتانى سەرى بېرگەيى ھاوتا بنقيسە.

$$y = x^2 - 7x + 10 \quad 19$$

$$y = 3x^2 + 18x + 6 \quad 20$$

جوداكەرى بكارىنە بۇ دياركرنا ژمارا رەگىن ھاوكېشەيا دووجايى.

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \quad 21$$

$$-3x^2 = 5 + 3x \quad 22$$

$$4x^2 = 27 \quad 23$$

ھەر لاسەنگەيەكا دووجايى شىكارىكە، و شىكارى لىسەر تەودرى ژمارەيان بنويئە.

$$x^2 - x - 12 > 0 \quad 24$$

$$-2x^2 + 4x + 6 \geq 0 \quad 25$$

$$2 \leq x^2 + 4x - 3 \quad 26$$

$$1 > -x^2 - 2x - 6 \quad 27$$

ئەزموننا كەلووكى

- 10 بەھايى نەخشەيا $f(x) = 11 - \frac{1}{2}x$ چەندە دەمى $x = -6$ ؟
- 11 كيميا زانايەكى دقيت 60 مل ژ گيراوھكى (محلول) پيكيپنت كو ريزھيا سويراتيى تيدا 5% بيت، بكارئنانا دوو گيراووين دى، كو ريزھيا سويراتيى دىي ئيكيذا 2% بيت و بى دووي 12% بيت. چەند ژ ھەردوو گيراوان دى بكارئينت؟
- 12 بەھايى $8^{\frac{2}{3}}$ بەھژميرە.
- 13 برى $\frac{(3^2-7)^2}{3^{(2^2-1)}}$ ب سادەترين شيوھ بنقيسە.
- 14 جوداكرى ھاوكيشەيا $x^2 + 4x + 1 = 0$ بەھژميرە.
- 15 جوړى پەرەبھا بۇ نەخشەيا ل خوارى دياربكه (بجووكتريان مەزنتر) و بەھايى وى دياربكه. $f(x) = -x^2 + 2x + 1$
- 16 فيزيا ديلانى تەپە ژ بلنداھيا 3 مەتران ھەلدا. دەمى پيدقى بۇ گەھشتنا تەپى بۇ نەردى بەھژميرە ب نيزيكرن بۇ نيزيكرن بەشى دەھيك ژ چركى. قى نەخشەيى بكاربينە: $h(t) = -5t^2 + 3$
- 17 بازگانى كۆمپانيا كوردستان جورھكى بژميران دفرۆشت. نەخشەيا: $P(x) = -x^2 + 90x + 497975$ دبيتە نمونە بۇ ھەژمارتنا قازانجى وى، كو x ھيمايى بەھايى بژميريە و P قازانجى كۆمپانيە. چ بەھايى بژميرى دى مەزنترين قازانج بۇ كۆمپانيى دابينكەت؟ بەرسقى بۇ نيزيكرن ھزار دینار بنقيسە.
- 1 ژمارا رەگين ھاوكيشەيا: $5x^2 + 2x + 1 = 0$ چەندن د كۆمەلا ژمارەپين راستيدا؟
- 2 كيژ جووتى ريكخستى دبيتە شيكار بۇ سيستمى ھيلەبى؟
- 3 برى سادەبكه: $\frac{x^2 y^{-1}}{x^{-3} y^2}$
- 4 شيتەلا برى $x^2 + 5x + 6$ چيە؟
- 5 چ گونجايە بۇ سيستمى ھيلەبى؟
- 6 لاسەنگيا $-\frac{1}{3}x \leq 6$ ب روونكرنى شيكاربكه.
- 7 قى ستمى ھيلەبى شيكاربكه
- 8 ھاوكيشى شيكاربكه: $x^2 + 3x + 1 = 0$.
- 9 ھاوكيشەيا نەخشەيەكى بنقيسە كو ھيلكارى وى ژ ھيلكارى نەخشەيا $f(x) = x^2$ بينيەدەر، ب راکيشەنەكا ئاسويى بۇ رەخى چەپى ب 3 يەكان.

بهشی چاری

بر و نه خشه یین راده دار

1. راده دار.

2. نه خشه یین راده دار.

3. لیکنان و دابه شکرنا راده داران.

4. هاوکیشه و لاسه نگیه یین راده دار.

پرۆزه یی بهشی

نەخشەيىن رادەدار



گەلەك جاران رادەداران بكار دئىنين بۇ دارشتنا ريسايىن ھەژمارتتا رووبەر و قەبارەيان، ول پرسيارين پەيوەندى ھەبن دگەل ھيژا كيژا كيشكرن (الجابيية) و پرسيارين مەزاختنى. ھەرەسا دگەلەك ژ پرسيارين ژيانا رۆژانەدا. بۇ نمونە، نەخشەيىن رادەدار دئىنە بكارئىنان بۇ ھەژماركرنا قەبارەيىن ئافاھيىن نەپك، وەكى ئەوا دوينەيدا ديار. دقى بەشيدا، دى فېرىبى چەوا كراداران لسەر نەخشەيان دى ئەنجامدەى، و چەوا ھيلكارى روونكرنى دى پيكنيىنى و رەگين وان دى دياركەى.

بەشى

4

وانە

1. رادەدار.

2. نەخشەيىن رادەر.

3. ليكدان و دابەشكرنا

رادەداران.

4. ھاوكيشە و

لاسەنگەيىن رادەدار.

پروژەيى بەشى





دەربارى پروژەيى بەشى

نەخشەيىن رادەدار دقى بەشىدا دى بكارئىنى بۇ پىكئىنانا ھندەك نمونەيان بۇ ھندەك حالەتتەن ژيانا رۇژانە. نمونە دى يا باش بىت ھەكە ب كىر ھات بۇ بەرسقۇدانا پرسیارا دایى، يان شىكاركرنا پرسیارا نمونە بۇ ھاتىە پىكئىنان. دەمى تو لسەر پروژەيى بەشى كاردكەى، دى شىوھيى ئامانان خەملىنى، بكارئىنانا نەخشەيەكا رادەدار يا تو دياربەكەى. دەستپىكرن ژ پەيوەندىا دناقبەرا قەبارەيى ئاڧا دئامنىدا و بلنداھيا وى.

پشتى پروژەيى بەشى ب دوماھىك دئىنى، تو دى شىي:

- پىزانىنان كۆمكەى و رىكبىخى.
- نەخشەيا رادەدار يا نىزىكتر بۇ نواندنا پەيوەندىا دناقبەرا پىداياندا دياربەكەى.
- ژ دروستيا نمونەيى پشتراستبى.



رادهدار

وانهيا

1



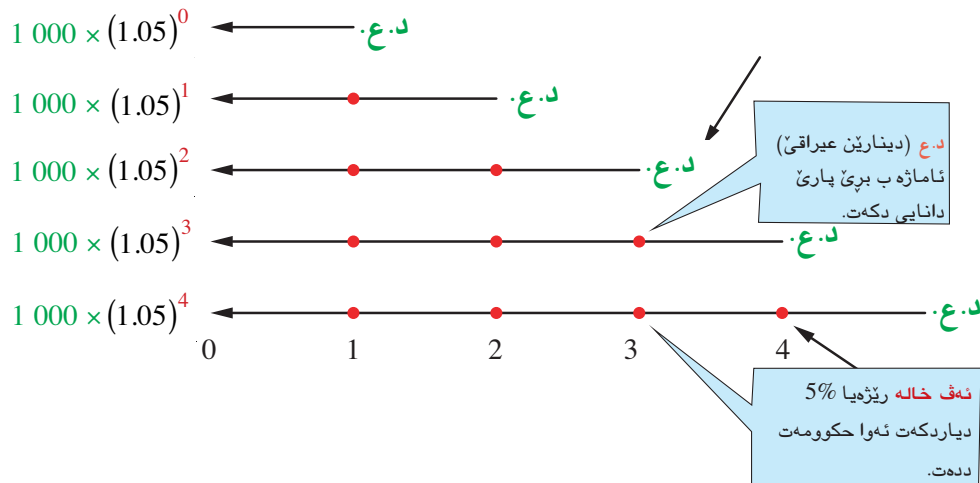
ئارمانچ

- رادهدارى و هاوكۆلكى وى و پلەيا وى دى نىاسىت.
- بهايى رادهداركى ب لجهدانانى دى هەژماركەت.
- رادهداران دى كۆمكەت و لىكەركەت.

حكومتا وولاتەكى، سندوقەكا تايبەت دانە دا كرىكارىن فەرمانگەهان هانبدەت بۆ كۆمكرنا كۆژمەكى پارەى بۆ پاشەرۆژا وان. ل دەستپىكا هەر سالەكى، هەر كرىكارەك 1000 دىناران دادنت، و حكومت 5% ژ سەرجهمى پارەى دەت، وژ دەستپىكا سالا سفرى. هيلكارى خوارى، زىدەبوونا پارى رزگارى ديار دكەت و دەمى 4 سالاندا. خشتەيى ل خوارى، پارى رزگارى دياردكەت ل دوماهيا هەر سالەكى.

بجهتيان

پاشنىخستن



دوماھیا سالی	پاری دانایی
سفر	1000
1	$1000 + 1000(1.05)$
2	$1000 + 1000(1.05) + 1000(1.05)^2$
3	$1000 + 1000(1.05) + 1000(1.05)^2 + 1000(1.05)^3$
4	$1000 + 1000(1.05) + 1000(1.05)^2 + 1000(1.05)^3 + 1000(1.05)^4$

ههکه حکومتهی 6% یان 7% یان 8% ل شوونا 5% دا، بتنی تو دی ژماره 1.05 گوھوړی بو 1.06 یان 1.07 یان 1.08 .

ههکه ته هیمايي x بو قی ژمارهیا گوړاو دانا، تو دشی پاری رزگاری یی دانایی ب قی شیوهی بنقیسی: $1000 + 1000x + 1000x^2 + 1000x^3 + 1000x^4$

دبیژنه قی بری، بری راده دار **Polynomial Expression** و ئه دبتہ سرجهمی هندهک برین سادهتر کو دبیژنه هر ئیک ژوان راده.

راده **Term** برهکی جهبرییه، ژنهجامی لیکدانا ژمارهیهکی ل گوړاوهکی یان پتر پیکهاتیه، وهکو بری: $3x^2b$. چیدبت گوړاوهک بتنی د رادهیهکیدا ههبت وهکی: $5x^2$ ، یان بتنی ژمارهیهک بت وهکو

رادهیی 10، و ل قیدهری دبیژنی رادهیی نهگوړ **Constant Term**.

ژماره د رادهیی جهبریدا دبیژنی هاوکولک **Constant Part** یان بهشی نهگوړ، و دبیژنه بهشی دی گوړاو **Variable Part**. بو نمونه:

• هاوکولکی رادهیی x دبتہ 1 وبهشی گوړاو دبتہ x .

• هاوکولکی رادهیی $-2xb$ دبتہ -2 وبهشی گوړاو دبتہ xb .

• هاوکولکی رادهیی $\frac{-b^3x^2}{2}$ دبتہ $-\frac{1}{2}$ وبهشی گوړاو دبتہ b^3x^2 .

• هاوکولکی رادهیی $-bc$ دبتہ -1 وبهشی گوړاو دبتہ bc .

پلهیا رادهیی **Degree of Term** دبتہ توانا گوړاوی ههکه گوړاوهک بتنی ههبت، ودبیتہ سرجهمی توانین ههموو گوړاوان ههکه پتر ژ گوړاوهکی ههبت. بو نمونه، پلهیا رادهیی $\frac{-b^3x^2}{2}$ دبتہ 5.

راده دار **Polynomial** دبیتہ سرجهمی چهند رادهیان. ل قی وانی، دی فیری راده دارین ئیک گوړاو بین. هندهک راده داران ناقین تایبته ههنه. راده دارا ژ دوو رادهیان پیکبهیت دبیژنی

راده دارا دووانی **Bionomial**، وئهوا ژسی رادهیان پیکبهیت دبیژنی راده دارا سیانی

Trinomial. پلهیا راده داری **Degree of Polynomial** دبیتہ بلندترین توانا رادهیی راده داری. ئم دشیین راده داران بقافییرین (پولینبکهین) ل دوو پلهیی وان. وهکی ل خشیی ل خواری دیار.

قافارتنا (پولیبنکنا) راده داران ل دوو پلهیی وان		
نمونه	ناف	پله
3	نهگوړه	سفر
$5x + 4$	هیلییه	1
$-x^2 + 5x - 11$	دوجاییه	2
$4x^3 + x^2 + 2x + 3$	سیجاییه	3

نمونہ

1 پلہیا ہر رادہ دارہ کی چہندہ؟

ا $4x^2 - 3x + 6x^5$

شیکاری

ب $-2x^3 + 3x^4 + 4x^3 + 5$

ا پلہیین رادہیین رادہ دارئ دبتہ: 2 و 1 و 5 . ب پلہیین رادہیین رادہ دارئ دبتہ: 3 و 4 و 3

لہوما پلہیا رادہ دارئ دبتہ (5). لہوما پلہیا رادہ دارئ دبتہ (4).

ہول بدہ

پلہیا ہر رادہ دارہ کی چہندہ؟

ا $4x^2 + 4 - 8x - 4x^3$

ب $3x^3 + 2x^3 - 6x^5$

ہہ ژمارکنا بہای رادہ داران

ژ نمونہ (2) دیار دبت، کا چہوا رادہ دار دہیتہ بکارئینان دژانان روژانہ دا.

نمونہ

2 پارئ رزگاری یئ دانایی ل دومایا سالا چاری چہندہ، ہہکہ حکومہ تی 6% دال شوونا 5% ؟

شیکاری

ریکا ئیکی: بکارئینانا لجدانانی

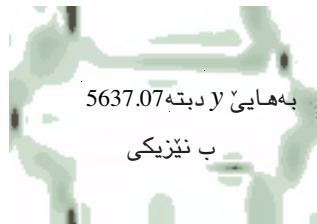
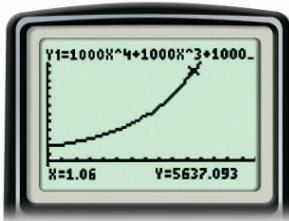
$$y = 1000 + 1000x + 1000x^2 + 1000x^3 + 1000x^4$$

$$1000 + 1000(1.06) + 1000(1.06)^2 + 1000(1.06)^3 + 1000(1.06)^4 = 5637.09$$

ریکا دووی: بکارئینانا بژمیرا روونکرنی.

نہخشہ یا $y = 1000 + 1000x + 1000x^2 + 1000x^3 + 1000x^4$ دبژمیرا روونکرنیڈا بنقیسہ، ژبو پیکئینانا خشتہ یئ بہایان، یان وینہ کرنا ہیلکاری نہخشہ یئ. ل بہای ی بگہرہ دەمی x ببتہ.

1.06



X	Y1
1.03	5308.1
1.04	5416.3
1.05	5525.6
1.06	5637.1
1.07	5750.7
1.08	5866.6
1.09	5984.7

ہہول بدہ بہای رادہ دارئ $3x^4 + 2x^2 + 2x - 5$ ہہ ژماربکہ دەمی $x = 1.5$.

کوؤمکرن و لیکدہ کرنا رادہ داران

ژ بو کوؤمکرن و لیکدہ کرنا رادہ داران، بتنی هاوکؤلکین رادہیین لیکچووی دی کوؤمکین یان

لیکدہ رکہین ل بیرا تہبت، رادہیین لیکچووی ئەون یین ہمان توانا گوڑاوی ہین. پستی

سادہ کرن و کورترکرنی، رادہ دارئ ب شیوہ یئ گشتی بنقیسہ.

شیوہ یئ گشتی Standard Form بو نفیسینا رادہ دارئ، دبتہ نفیسینا رادہیین وی ئیک ل دووف

ئیک، وژ توانا مہزنتر بو یا بچووکت.

نمونہ

کۆمبکە: $(-2x^2 - 3x^2 + 5x^3 + 4) + (-2x^3 + 7x - 6)$

شیکار

$$\begin{aligned} (-2x^2 - 3x^2 + 5x^3 + 4) + (-2x^3 + 7x - 6) &= (-3x^3 - 2x^2) + (-2x^2) + (5x + 7x) + (4 - 6) \\ &= -5x^3 - 2x^2 + 12x - 2 \end{aligned}$$

ههولبده

کۆمبکە: $(2x^4 + 4x^3 + 5x - 2) + (-2x^4 - 7x^2 + 8x - 10)$

راده دارى p بنقىسه كو $p = 0$ بجهببنت.

هزرکرنه کاره خنه گر

نمونہ

کۆمبکە: $(-6x^3 - 6x^2 + 7x - 1) - (3x^3 - 5x^2 - 2x + 8)$

شیکار

$$\begin{aligned} (-6x^3 - 6x^2 + 7x - 1) - (3x^3 - 5x^2 - 2x + 8) &= (-6x^3 - 3x^3) + (-6x^2 + 5x^2) + (7x + 2x) + (-1 - 8) \\ &= -9x^3 - x^2 + 9x - 9 \end{aligned}$$

ههول بده

لیده ریکه: $(3x^3 - 12x^2 + 5x + 1) - (-x^2 + 5x + 8)$

راھینان

بهرده وامبوون د بیر کاربیدا

- 1 راده دارى ب دهربرينا خو پیناسه بکه.
- 2 چهوا پلهیا راده داره کى دى دیارکەى، روونبکه.
- 3 چهوا دوو راده داران دى کۆمکەى، یان دى ژیک دهرکەى، روونبکه.
- 4 چهوا بهایی راده داره کى دى هه ژمیری، ههکه بهایی گۆراوى بزانی، روونبکه.
- 5 چهوا راده داره کى ب شیوهی گشتی دى نقیسی، روونبکه.

راھینان ناراسته کری

بهایی راده دارى بینه دهر ده می؟

6 $3x^3 - 12x^2 - 5x - 12x^5 + 1$

7 $3x^{10} + 3x^2 + 2$

8 بهایی راده دارى بینه دهر ده می $x = 2$: $x^3 + 2x^2 - x + 1$

9 کۆمبکە: $(2x^3 + 3x^2 - x + 2) + (-3x^2 + 4x + 5)$

10 لیده ریکه: $(6x^3 - 5x^2 + 14x + 3) - (3x^3 - 2x^2 + 7x - 2)$

رادهداری ب شیوهیی گشتی بنقیسه.

$4x^4 + x^2 + x^3 + x + 1$ 12	$5x^3 + 4x + 2x^2 + 1$ 11
$\frac{13}{25}x^4 + \frac{5}{7}x^3 + \frac{3}{5}x^5 + \frac{1}{2}$ 14	$2.7x^3 + 3.3x^8 + 4.1x^2$ 13

شهری ئەف بر دینه رادهدار؟ پلهیین وان بیژه ههکه بهرسف بهلی بیت.

$-4x^2 + 3x^3 - 5x^6 + 4$ 16	$7x^5 + 3x^3 - 2x + 4$ 15
$4x^2 + 5x^2 - x + 1$ 18	$x^3 + 2^x - x - 7$ 17
$7.81x^4 + 8.9x^3 + 2.5x^2$ 20	$0.35x^4 + 2x^2 + 3.8x$ 19
$\frac{8}{x^3} - \frac{7}{x^2} + x$ 22	$\frac{3}{x^2} + \frac{5}{x} + 6$ 21
$\frac{x^5}{7} - \frac{x^3}{3}$ 24	$\frac{5}{7}x^6 + \frac{2}{3}x^4 + 5$ 23
$7x\sqrt{x} + 4$ 26	$\sqrt{x} - 1$ 25

بهایی رادهداری بههژمیره ل دووف بهایی گوړاوی x یی پیدایی.

$x = -2 : x^4 + 2x^3 + 2$ 28	$x = -3 : x^3 + x^2 + 1$ 27
$x = 3 : -4x^3 + 1 + x$ 30	$x = 4 : -2x^3 - 3x + 2$ 29
$x = 6 : 5x^3 + 2x^2 - 5x + 2$ 32	$x = 5 : 3x^3 + x^2 + 2x + 4$ 31
$x = 3.8 : 5x^3 + 4x + 2x^2 + 1$ 34	$x = 2.5 : 1 + x^2 - 3x^3$ 33
	$x = 2 : \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{5}{8}x + \frac{7}{8}$ 35
	$x = 10 : \frac{3}{10}x^3 + \frac{7}{10}x^2 + \frac{1}{10}x + \frac{9}{10}$ 36

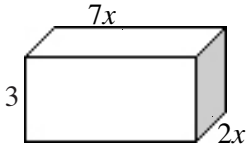
کۆمبکه یان لیددريکه، پاشی بهرسفی ب شیوهیی گشتی بنقیسه. پلهیا وی دیاریکه.

$(x^3 + x^2 + x + 1) + (2x^3 + 3x^2 + x + 3)$ 37	
$(x^5 + x^3 + x) + (x^4 + x^2 + 1)$ 38	
$(1 - 5x + x^3) - (2x^4 + 5x^3 - 10x^2)$ 39	
$(5x^3 + 3x^2 + 8x + 2) - (2x^2 + 4x + 7)$ 40	
$(2x^2 - 5x + 3) + (4x^3 + 6x^2 - 2x + 5)$ 41	
$(x^2 - 5x^3 + 7) - (6x + x^3 + 3x^2)$ 42	
$(x^4 + 5x^2 + x) - (x^4 + 2x^3 + x - 4)$ 43	
$(8x^2 + x^3 + 1 - 3x) + (2x^3 + 11x^4)$ 44	
$(\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x^3 + 1) + (\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x)$ 45	
$(-3.2x^2 + 2.7x^3 + 7.8x) + (4.9x^3 + 2.5x^4)$ 46	

بهايئن a, b, c, d دياربكه دا يهكسانبوون دروست بيت.

$$(11x^3 + ax^2 - x + b) - (4x^3 - 3ax + 5) = cx^3 - 2x^2 + dx - 1 \quad 47$$

$$(3x^3 + bx^2 + d - 7x) \text{ زېدهتره ژ } (5x^3 - 3) \text{ به } (ax^3 + 2x^2 + cx + 1) \quad 48$$



49 **ټه اندازه** برې جبرې پې x دياربكه بو رووبهړې گشتې يې روويښ

عەلبكه كا دريژيا وي $7x$ وپانيا وي $2x$ و بلنداها وي 3 .

گرېدان

بجهئنان

50 **پيشه سازي** گهلهك جارن، راده دار دهئنه بكارئنان دا دهرپرينې ژ تيچوويي بهرهمئنانا

جوړهكي بكن. ههكه تيچوويي بهرهمئنانا x (ب هزاران پارچهيان) بېته $C(x) = x^3 - 15x + 15$

. تيچوويي بهرهمئنانا 10 000 پارچه چنده؟

51 **پيشه سازي** ههكه تيچوويي بهرهمئنانا x پارچه $c(x) = 3x^3 - 18x + 45$ ، بيت،

تيچوويي بهرهمئنان 20 000 پارچه چنده؟

ليئرينهك بو پاش



هەر هاوكيشه يهكي شيكاربكه:

$$8(x^2 + 6x) \quad 53$$

$$6(x^2 - 4x) \quad 52$$

سيسته مي هيله يي شيكاربكه:

$$-2(b + 3) = 5 - 6(2b - 7) \quad 55$$

$$\frac{6x - 12x + 18}{3} = 1 \quad 54$$

$$\begin{cases} 6x = 4 - 2y \\ 12x - 4y = 16 \end{cases} \text{ سيسته مي هيله يي شيكاربكه: } \quad 56$$

قان ژماران ب شيوه يي زانستي بنقيسه.

$$8\,900\,000\,000 \quad 58$$

$$7\,100\,000 \quad 57$$

ليئرينهك بو پيش



59 رووبهړې چارگو شه يهكي دبېته: $x^2 + 6x + 9$. دريژيا لايي وي پې x بينه دهر.

نەخشەییڭ رادەدار



بۆچی

ياسايا ھەژماركرنا قەبارەى و
ياسايا ھەژماركرنا رووبەرى گشتى، دىنە
دوو نمونە بۆ نەخشەییڭ رادەدار، كو
دەيتنە بكارئىنان بۆ شىكاركرنا پرسىاران
د ژيانا روژانە دا.

وانەيا

2

ئارمانج

- نەخشەيا رادەدار دى
نىاست.
- ھىلكارى نەخشەيا رادەدار
دى وئىنەكەت و شىوھىي وى
دى وەسفكەت.
- پرسىارىڭ نەخشەيىڭ
رادەدار بخوڭەدگرن دى
شىكاركەت.
- ئەو پەپە بەھايى نەخشەيى
دى نىاست.
- گوھورپىنا نەخشەيا رادەدار
دى خوينت.

لاقە، رىڭقەبەرا كومپانىيا كەرسەستەيىڭ پاقتۇرنيىيە، دقۇت بىققانين عەلبكا پاقتۇرنيى بگوھورت.

ھندەك نەخشەل بەشىڭ بوورى تەنىاسىڭ، ھەك نەخشەيا ھىلى و نەخشەيا دووجايى.
ئەف ھەردوو نەخشە، دىنە بارىڭ تايبەت بۆ جوړەكى دى ژ نەخشەيان كو دىڭزنى نەخشەيىڭ
رادەدار.

نەخشەيىڭ رادەدار

نەخشەيا رادەدار، نەخشەيەكە رىساييا وى دەيتنە نقيسىڭ لسەر شىوھىي رادەدارەكا ئىك گۇراو.

ڦه ديتنا نه خشه پيښ راده دار

کومپانیا که رسته پيښ پاقترکني، بهرهمي خو دکته د علبکين دريژيښ وان 20 cm و پانيښ وان 10 cm و بلنداهيښ وان 30 cm دا. ريځه بهريا کومپانيي دڦيت فان پيقانان بگوهورت.

1. قه باره و رو بهري گشتي يي فان علبکان چهنده بهري گوهورپيني؟

2. ريځه بهريي دڦيت، قه باره يي علبکا نوو 10% ژ قه باره يي بنه رتي کيمتريبت. هر و ه سا دڦيت، رو بهري گشتي 10% ژ رو بهري بنه رتي کيمتريبت. قه باره يي علبکا نوو و رو بهري گشتي چهنده؟

X	رو بهر	قه باره
9.0	1944	4860
9.1		
9.2		
9.3		
9.4		
9.5		

3. ريځه بهريي بريار دا، بلنداهيا علبکي نه گوهورت و

دريژيا وي دوو جار ان هندي فرهيا وي بيت. قه باره يي علبکا نوو و رو بهري گشتي بينه در پي فرهيا وي پي گو راوي x .

4. خشته ي تمامبکه.

5. به هايي x چهنده نه وي قه بار ي نيزيک بکته بو قه باره يي

پيدقي؟ نه ري نه ف بهايي گو راوي. رو بهرکي نيزيک

ژ رو بهري پيدقي ددهت؟ روونبکه.

بجهنينان

پيشه سازي

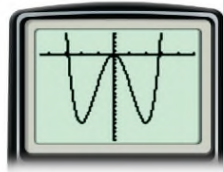
خاله کا چاڦديريي ✓

هیلکاری هر نهخشهیهکی وینهبکه و شیوهیی وی و سفقکه.

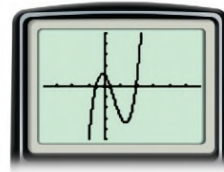
ب $y = x^4 - 8x^2$

ا $y = 3x^3 - 5x^2 - 2x + 1$

شیکار



ب



ا

هیلکاری قی نهخشهیا پله چاره، وهکی پیتا W یا لاتینییه، وسی گوهورین تیدا ههنه: دوو ژوان وهکی U یه وی سییی وهکی n یه.

هیلکاری قی نهخشهیا سیجای وهکی پیتا S یا لاتینییه، و دوو گوهورین تیدا ههنه: نیک وهکی U یه وی دووی وهکی n یه.

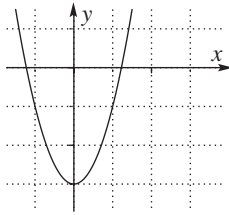
هیلکاری هر نهخشهیهکی وینهبکه و شیوهیی وی و سفقکه. ههولبد

ب $y = 2x^4 - 3x^2 - x + 2$

ا $y = -3x^3 - 2x^2 + 2x - 1$

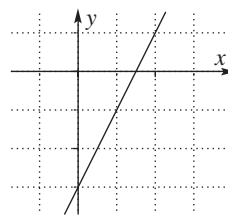
ب هووری بهری خو بد شیوهیی هیلکاری هر نیک ژ نهخشهیا هیلی و نهخشهیا دووجایی و نهخشهیا سیجای و نهخشهیا پله چار ل نهقین ل خواری:

نهخشهیا دووجایی



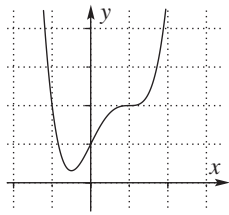
$y = 2x^2 - 3$

نهخشهیا هیلی



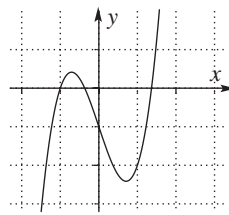
$y = 2x - 3$

نهخشهیا پله چار



$y = x^4 - 2x^3 + 2x + 1$

نهخشهیا سیجایی



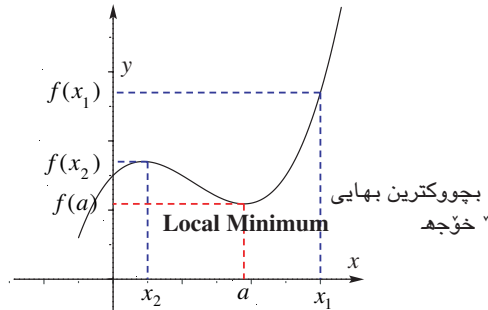
$y = 2x^3 - 3x - 1$

مهودایی نهخشهیین پلهیین وان کت ل ناف نهخشهیین بووری دیاربکه؟ توچ دبیزی دهرارهی مهودایی نهخشهیین پلهیین وان جووت؟

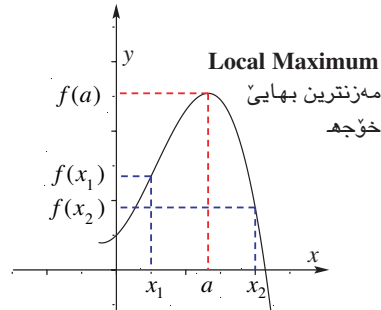
خالهکا چاقدیری ✓

پەرە بەھایی نەخشەیی رادەدار

دەمی ھێلکاری روونکرنی یی نەخشەیی بەرەف سەری دچیت و پاشی دەیتە خواری د ماوەیەکی بواری ویدا، نەخشە مەزنترین بەھایی خو جھ وەر دگرت دقئ ماوەیدا. لی ھەکە ھێلکاری روونکرنی بو خواری چوو و پاشی بو سەری چوو د ماوەیەکی بواری ویدا، نەخشە دی بچووکتین بەھایی خو جھ وەر دگرت دقئ ماوەیدا.



ھەکە $x \neq a$ د ماوەی ناڤەرەرا x_1, x_2 دا
دی $f(x) > f(a)$



ھەکە $x \neq a$ د ماوەی ناڤەرەرا x_1, x_2 دا
دی $f(x) < f(a)$

پەرەبەھا

Local Minimum ھەکە $f(x) < f(a)$

دبێژنە ژمارە $f(a)$ مەزنترین بەھایی خو جھ بو

ھەموو بەھایی x یین ھاوسی دگەل a دەمی $x \neq a$

Local Maximum ھەکە $f(x) > f(a)$

دبێژنە ژمارە $f(a)$ بچووکتین بەھایی خو جھ بو

ھەموو بەھایی x یین ھاوسی دگەل a دەمی $x \neq a$

Local Extremum

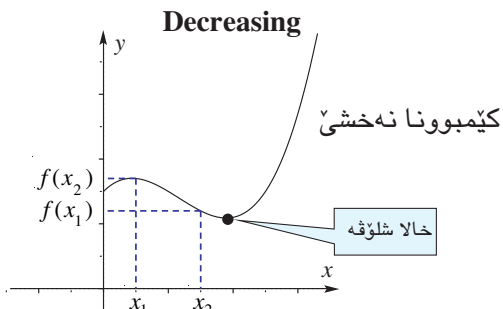
دبێژنە ژمارە $f(a)$ پەرە بەھایی خو جھ بو نەخشە

ھەکە بەھایی وی مەزنترین بەھایی خو جھ بیت یان بچووکتین بەھایی خو جھ بت.

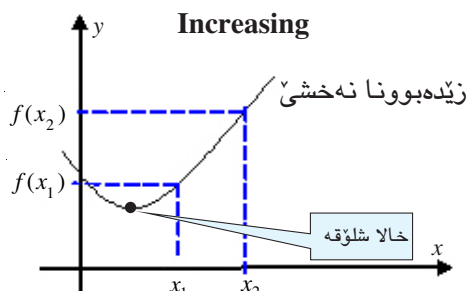
دبێژنە خالی ھێلکاری یین پەرە بەھایی خو جھ دنوین، خالی شلوقە (نقاط حرجة) درێزەوی نەخشەیی **Turning Points**. نەخشە دەیتە گوھۆرین، دەمی دقان خالانرا دبوورت، ژ زیدەبوونی بو کیمبوونی، یان بەروقازی.

نەخشەیا سیجایی، دوو خالی شلوقە ھەنە، ب زیدەھی. لی نەخشەیا پلە چار3 خالی شلوقە ھەنە، ب زیدەھی. ب شیوہیەکی گشتی، ژمارا خالی شلوقەیی نەخشەیا رادەدار ژ پلە n دبنە $(n-1)$ ، ب زیدەھی.

ب ھووری بەری خو بدە ھەردوو ھێلکاری ل خواری، دی بینی کو ھێلکار دی بەرەف سەری چیت یان بەرەف خواری. دبێژن نەخشە بەرەف زیدەبوونە د ماوەیەکی بواری خودا، ھەکە ھێلکاری وی بو سەری بچیت دقئ ماوەیدا. و دبێژن نەخشە بەرەف کیمبوونە د ماوەیەکی بواری خو دا، ھەکە ھێلکاری وی بو خواری بچیت دقئ ماوەیدا.



ھەکە $x_1 < x_2$ د ماوەی کیمبوونی،
دی $f(x_1) > f(x_2)$



ھەکە $x_1 < x_2$ د ماوەی زیدەبوونی،
دی $f(x_1) < f(x_2)$

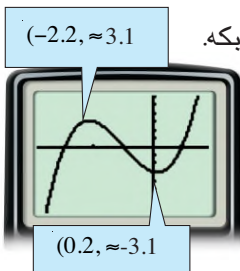
بهرهف زیدهبوون و بهرهف کیمبوونا نهخشهیان
 ههکه x_1, x_2 دوو ژمارهبن دماوهیهکی بواری نهخشهیا $f(x)$ دا.
 نهخشه دی بهرهف زیدهبوونی بیت دفی ماوهیدا، ههکه ئەف مەرجه بجه هات:
 ههکه $x_1 < x_2$ دی $f(x_1) < f(x_2)$
 نهخشه دی بهرهف کیمبوونی بیت دفی ماوهیدا، ههکه ئەف مەرجه بجه هات:
 ههکه $x_1 < x_2$ دی $f(x_1) > f(x_2)$

2 نمونه

هیلکاری نهخشهیا: $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$ وینهبکه.

أ ئەو پەرهبها بو نیزیکتین دههیک نیزیکیکه.

ب ماوهیین بهرهف زیدهبوونا نهخشی و ماوهیین بهرهف کیمبوونا وی دیاربکه.



شیکار

أ هیلکاری فی نهخشی دوو خالین شلوقه ههنه. یا ئیکی مهنترین

بهایه، 3.1 ب نیزیکی، ویا دووی بچووکتین بهایه، -3.1.
 ب نیزیکی .

ب نهخشه بهرهف کیمبوونه دماوهیی $-2.2 < x < 0.2$ دا

و بهرهف زیدهبوونه دماوهیین دیدا.

ساخبکه خشتهکاری بژمیرا روونکرنی بکاربینه (ههکه ته ههبت)، دا ژ پوتانین نیزیکی یین ههردوو خالین شلوقه پشتراستبی.

X	Y ₁
-2.5	2.625
-2.4	2.856
-2.2	3.003
-2.1	3.072
-2.1	3.069
-2	3
-1.9	2.871

X = -2.2

X	Y ₁
-3	0
-2	3
-1	0
0	-3
1	0
2	15
3	48

X = -2

خشتهیی سهری دیاردکته، کو ژماره 3.1 دبته نیزیککنا بهایی خوجهی مهنتر بو نیزیکتین دههیک.

خشتهیی سهری دیاردکته، دهمی بهایی x دهاوسییا -2 بت، بهایی نهخشهیی، 3، مهنترن ژ بهایین هاوسی. ئەفه دیاردکته کو پوی ئیکی یی خالا بهایی مهنتر دناقبهره -3، -1 دایه.

تو دشیی ههروی ریکی بکاربینه دا ژ بهایی خوجهی بچووکت پشتراستبی.

بەردەوامبوون د بیر کاریددا

- 1 وەسفی خالیڤ شلوقة بکه یڤن نهخشهیا رادەرا: $f(x) = 2x^2 + x^3 + 3x + 1$ و جۆرین وان دیاریکە.
- 2 بهایی خوجهی مەزنتەر و بهایی خوجهی بچووکتەر پیناسەبکه.
- 3 پەرە بهاییڤ خوجه پیناسەبکه.
- 4 بەرەف زیدەبوون و بەرەف کیمبوونا نهخشی پیناسەبکه.
- 5 ماوهیڤن بەرەف زیدەبوون و بەرەف کیمبوونا نهخشا راهیانانا (1) ی دیاریکە.

راهیانین ئاراسته کری

- 6 هیلکاری نهخشهیا: $y = x^3 + x^2 - 2x$ وینەبکه.
- 7 ژمارا خالیڤ شلوقة یڤن قی نهخشی چەندە؟
- 8 وان پەرە بها یان بیژە د نیژیککری بن بو نیژیکترین دەهیەک.
- 9 ماوهیڤن بەرەف زیدەبوون و بەرەف کیمبوونی دیاریکە.

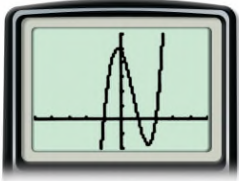
راهیان و بجهئیان

هیلکاری نهخشی وینەبکه، پەرەبها یان ب روونکرنی دیاریکە و جۆری وان بیژە، پاشی بهاییەکی نیژیککری بو نیژیکترین دەهیەک بو هەر ئیکی ژ وان بنقیسە.

- | | | | |
|-----------------------------|----|----------------------------|----|
| $y = x^3 + x^2 - 3x + 1$ | 11 | $y = 2x^3 - 5x$ | 10 |
| $y = 3x - 3 - 3x^3$ | 13 | $y = 2x^3 - 4x + 1$ | 12 |
| $y = -x^2 + 6x - 11$ | 15 | $y = -2x + 3 + x^2$ | 14 |
| $y = -x^4 + x^3 + 4x^2 - 3$ | 17 | $y = x^4 - 5x^2 + 2$ | 16 |
| $y = 3x^3 - x^4 - 3x - 3$ | 19 | $y = -3x^3 + 3x + x^4 + 3$ | 18 |

هیلکاری نهخشی وینەبکه و ماوهیڤن بەرەف کیمبوون و بەرەف زیدەبوونی دیاریکە:

- | | | | |
|----------------------------|----|---------------------------|----|
| $y = -2x^3 + 3x$ | 21 | $y = x^3 - 4x$ | 20 |
| $y = -x^4 + 3x^2 + 3$ | 23 | $y = x^4 - 2x^2 + 2$ | 22 |
| $y = x^2 - 6x + 7$ | 25 | $y = -x^2 + 4x - 1$ | 24 |
| $y = -x^4 + 3x^3 - 3x - 3$ | 27 | $y = x^4 - 3x^3 + 3x + 3$ | 26 |
| $y = -x^3 + 4x - 2$ | 29 | $y = x^3 - 3x + 3$ | 28 |



30 شیوهی بهرامبر، پشکه کی ژ هیلکاری نه خشهیا
 $y = 10x^3 - 25x^2 + x^4 - 10x + 24$ دنوینت. روونکه چهوا
 دی تیبینکه کی کو هممو سیفه تین نه خشی ژ وینهی دیارنابن.
 دی چکه کی ههتا هممو سیفهت دیارین؟

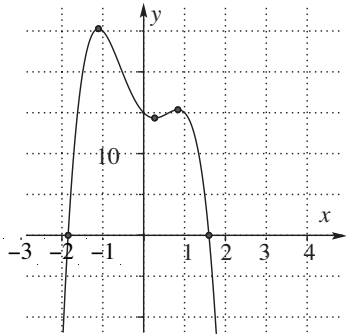
نه‌دازه نه خشهیا راده‌دار بنقیسه نهوا ری ددهت بو هه ژمارکرنا رووبه ری پیڈفی یان قه‌بارهی پیڈفی.

31 قه‌بارهی شه‌شپالویه کی لایی وی $2x$ بیت.

32 رووبه ری گشتی یی شه‌شپالویه کی لایی وی x سم بیت.

33 رووبه ری گشتی یی روولاکیشه تهریبه کی بلنداها وی x سم ودریژیا بنکه یی وی $7x$ وپانیا وی $3x$ سم بیت.

34 قه‌بارهی لوله کی بلنداها وی 5 مه‌تر و نیقتیری بنکه یی وی x مه‌تر بیت.



35 شیوهی بهرامبر، پشکه کی ژ هیلکاری نه خشهیا:

$$f(x) = -x^4 + 2x^2 - x + 3$$

ا بهایین نیزیکی بیین سفرین نه خشی بنقیسه.

ب بهایین نیزیکی بیین په‌ره بهایین خوجه بو

نه خشی بنقیسه.

لینیرینه‌ک بو پاش

36 خشته یی ته‌مامبکه، بو هه ژمارکرنا بهایین راده‌داری $g(x) = x^4 - 2x^2 - 2$. مه‌زنتین بها و
 بچوکتین بها بو راده‌داری دیاریکه ب دیارکرنا بهای x بو هه ریئک ژ وان.

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$g(x)$									

لینیرینه‌ک بو پیش

هه‌ر بره‌کی ب ساده‌ترین شیوه بنقیسه.

38 $(x-y)(x^2 + xy + y^2)$

37 $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$

لیکدان ودابه شکرنا راده داران

وانه ی

3

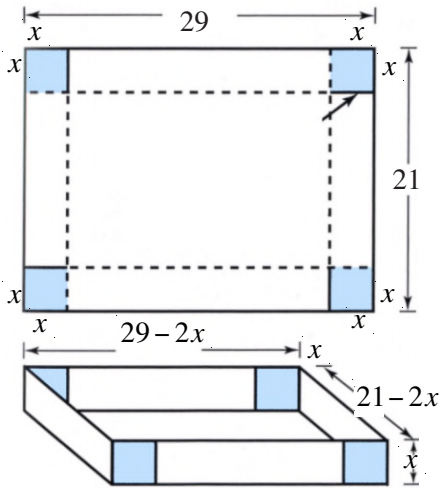
بوچی

تو دشیی شیتهلکرنا راده داران بکارینی
بو بیکینانا نمونیه کی بو قهباری عهلبکه کا
شه شپالوی یان روولاکیشه ته ریه کی کو ژ
سه ریقه یا قه کری بت.



نارمانج

- راده دارهك دئ دكهل یا دی
ئیتته لیکدان.
- راده داران دئ شیتهلکه ن
بکارئینانا هاوئه نجامین
ناسیار.
- بیردؤزا هاوکۆلکی دئ ئیتته
بکارئینان بو دیارکرنا
هاوکۆلکین راده دارئ.
- راده دارهك ل سه ر ئیكا دی
دئ ئیتته دابه شکرنا.
- پرسیاران دئ شیکارکهن
بکارئینانا بیردؤزا
هاوکۆلکی و بیردؤزا مایی.



دا عهلبکه کا روولاکیشه ته ریه یا ژ سه ریقه قه کری
چیکه ی، دقیت پارچه کارتونه کی بینی و چارگۆشه یان
ژ هه رچار کوژیین وئ بیری، پاشی ره خین وئ
بچه مینی و پیکقه لسقه بکه ی.
قه باره یی عهلبکی، ب دووریین کارتونی و نه وان
چارگۆشه یین ژ کوژیان دبری دئیتته ده ستنیشانکرنا.
هه که دریزیا کاغه زی 29 cm و پانیا وئ 21 cm بن،
قه باره یی عهلبکی دئ بیتته: $V(x) = x(29-2x)(21-2x)$
کو x دبتته هیمایی لایی نه وان چارگۆشه یین دئینه
برین.

بجهئینان

پیشه سازی

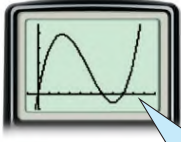
لیکدانا راده داران

قه باره یی عهلبکا: $V(x) = x(29-2x)(21-2x)$ بنقیسه وه کی راده داره کا ب شیوه یی گشتی.

1 نمونه

شیکار:

$$\begin{aligned} v(x) &= x(29-2x)(21-2x) \\ &= x[29(21-2x) - 2x(21-2x)] \\ &= x[609 - 58x - 42x + 4x^2] \\ &= x[609 - 100x + 4x^2] \\ &= 609x - 100x^2 + 4x^3 \\ &= 4x^3 - 100x^2 + 609x \end{aligned}$$



یادیاره کو هر دوو
هیلکار جووتن

ساخیکه

تو دشیی ژ راستیا لیکدانی پشتر استی ب ریکا وینه کرنا هیلکاری نه خشه یا $V(x)$ ب شیوهیی ئیکی و ب شیوهیی گشتی. ههکه هر دوو هیلکار جووتبوون، لیکدان دی یا دروستبیت.

ههولبده نه خشه یا $f(x) = 2x^2(x^2 + 2)(x - 3)$ بنقیسه وهکی راده داره کا لسه ر شیوهیی گشتی.

شیتهلکرنا راده داران

دا راده داره کی شیتهلکه ی بزا قیبه ئه وی وهکی نه جامی لیکدانا دوو کۆلکان یان پتر بنقیسی.

نمونه 2

هه راده ره کی شیتهلکه.

$$x^3 - 5x^2 - 6x \quad \text{ا} \quad x^3 + 4x^2 + 2x + 8 \quad \text{ب}$$

شیکار

$$x^3 - 5x^2 - 6x = x(x^2 - 5x - 6) \quad \text{ا}$$

$$= x(x - 6)(x + 1)$$

کۆلکی هاوبه ش x بینه ده ر
بری دوو جایی شیتهلکه.

$$x^3 + 4x^2 + 2x + 8 \quad \text{ب}$$

تو دشیی راده دارا: $x^3 + 4x^2 + 2x + 8$ شیتهلکه ی، ب خرغه کرنا هر دوو راده یین ئیکی

$$x^3 + 4x^2 + 2x + 8 = (x^3 + 4x^2) + (2x + 8)$$

$$= x^2(x + 4) + 2(x + 4)$$

$$= (x^2 + 2)(x + 4)$$

پیکغه و خرغه کرنا هر دوو راده یین دوو ما هی پیکغه.

راده یان خرغه که

هه ر کۆمه له کی شیتهلکه

$(x + 4)$ بینه ده ر

ههولبده

هه راده داره کی شیتهلکه.

$$x^3 - x^2 + 2x - 2 \quad \text{ب} \quad x^3 - 9x \quad \text{ا}$$

هاوئه نجامین ناسیار، روهله کی گرنگ د شیتهلکرنا راده داراندا دبیین.

هاوئه نجامین ناسیار

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

نمونه 3

هه راده داره کی شیتهلکه.

$$49y^2 + 14y + 1 \quad \text{ب} \quad x^2 - 10x + 25 \quad \text{ا}$$

$$x^3 - 8 \quad \text{ه} \quad x^3 + 27 \quad \text{د} \quad 4y^2 - 25 \quad \text{ج}$$

شيكار

- أ $x^2 - 10x + 25 = (x)^2 + 2 \times 5x + (5)^2 = (x+5)^2$
- ب $49y^2 + 14y + 1 = (7y)^2 + 2 \times 1 \times 7y + (1)^2 = (7y+1)^2$
- ج $4y^2 - 25 = (2y)^2 - (5)^2 = (2y+5)(2y-5)$
- د $x^3 + 27 = (x)^3 + (3)^3 = (x+3)(x^2 - 3x + 9)$
- ه $x^3 - 8 = (x)^3 - (2)^3 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$

ههولبده

ههردوو رادهداران شيتهلبكه $x^3 + 1000$ و $x^3 - 125$.

ل بيرا تهبيت كو ژماره x دبتنه سفرهك بو نهخشهيا $f(x)$ ههكه $f(x) = 0$. ژماره 2- سفرهكه ژ سفرين نهخشهيا $f(x) = x^3 + 8$ چونكى $f(-2) = (-2)^3 + 8 = -8 + 8 = 0$

ب هوورى بهري خوږده نهخشهيا: $f(x) = (x-2)(3x^2 + 5x - 4)$ ، دى ب سانههه بىنى كو ژماره 2 سفرهكه ژ سفرين وي. $(f(2) = 0)$.

نهو هزرا خوږد بهروفاژيا قى چهنديدا بكه. ههكه تهزاني كو ژمارهيهك وهكى $\frac{1}{4}$ ، سفرهك بيت ژ سفرين نهخشهيهكا رادهدار، ئهري برى $(x - \frac{1}{4})$ دى بيته كولكهيهك ژ كولكهيين وي؟ بهرسقا ئهقى دى ژ بيردوژا ل خواري پهيدا بيت.

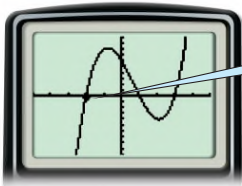
بيردوژا كولكهه

ههكه a سفرهك بت ژ سفرين نهخشهيهكا رادهدار $f(x)$ ، دى برى $(x - a)$ بيته كولكهيهك ژ كولكهيين وي، و بهروفاژيا وي ژى يا دروسته.

تو دشى قى بيردوژى بو شيتهلكرنا رادهداران بكاربينى.

نموننه

ئهرى برى $x+2$ دببته كولكهيهك ژ كولكهيين نهخشهيا رادهدار: $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$



هپلكارى روونكرنى دياردكهت
كو 2- سفرهكه ژ سفرين
نهخشهيه.

ئانكو $(x+2)$ دببته كولكهيهك ژ كولكهيين نهخشهيا رادهدار: $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

شيكار

$x+2$ ل سهر شيويهى $x-a$ بنقيسه.

$$a = -2 \text{ ئانكو } x+2 = x - (-2)$$

$f(-2)$ ههژمار بكه

$$\begin{aligned} f(-2) &= (-2)^3 - 2(-2)^2 - 5(-2) + 6 \\ &= -8 - 2 \times 4 + 10 + 6 \\ &= -8 - 8 + 10 + 6 = 0 \end{aligned}$$

ههولبده

ئهرى برى $(x+3)$ كولكهيهك ژ كولكين رادهدارا: $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ ؟

دابه شکرنا راده داران

تو دشی هه رسته یه کا لیکدانی لسهر شیوه یی رسته یه کا دابه شکرنی
بنقیسی ب دوو رییان: $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x^2 + 5x + 6)(x - 2)$

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x - 2} = x^2 + 5x + 6$$

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x^2 + 5x + 6} = x - 2$$

بشکرنا

$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 6 \\ x-2 \overline{) x^3 + 3x^2 - 4x - 12} \\ \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\ 5x^2 - 4x \\ \underline{-(5x^2 - 10x)} \\ 6x - 12 \\ \underline{-(6x - 12)} \\ 0 \end{array}$$

ئهنجامی دابه شی

بشدرای

مای

تو دشی راده داره کی دابه شبکه ی لسهر $x - a$
بکارئینانا دابه شا نهقلیدی **Long Division**
یان دابه شا بژمیری **Synthetic Division**.
دابه شا نهقلیدی بو راده داران وهکی دابه شا
نهقلیدی بو ژماره یان. بهری خو بده دابه شکرنا
 $x - 2$ لسهر $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

پینگا 1: راده دارئ لسهر شیوه یی گشتی بنقیسه.

پینگا 2: راده یی ئیکی ژ بهشکراوی دابه شبکه لسهر راده یی ئیکی د بهشدراییدا. $x^3 \div x = x^2$

پینگا 3: x^2 نهنجامی دابه شکرئیدا بنقیسه و لیکبده دگه ل بهشدرای: $x^2(x-2) = x^3 - 2x^2$

پینگا 4: نهنجامی لیکدانی $x^3 - 2x^2$ ژ بهشکراوی دهریکه.

پینگا 5: پینگا فین ئیکی و دووی و سیی. دووباره بکه لسهر نهنجامی لیده رکرنی وهک بهشکراو.
دابه شکرنا بژمیری:

دابه شکرنا بژمیری کاری ب ساناهی دکهت چونکی پیدفی ب نقیسینا گوپاوی نینه.

پینگا 1: بهشدرای ل رهخی چهپی و راده دارئ
بهشکراو ل رهخی راستی بنقیسه.

$$\begin{array}{r|rrrrr} x-2 & & x^3 & +3x^2 & -4x & -12 \\ & 2 & 1 & 3 & -4 & -12 \\ \hline & & & & & 1 \end{array}$$

پینگا 2: ژماره a (لفیری 2) ل رهخی چهپی و

هاوکولکین راده دارئ ل رهخی راستی بنقیسه.

هاوکولکی راده یی ئیکی (لفیری 1) بینه خورای و ل
ژیر هیلی بنقیسه.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & & 1 & & 3 & & -4 & & -12 \\ & \times & 1 & & + & 2 & & = & \\ \hline & & 2 & & & & 5 & & \end{array}$$

پینگا 3: 2 ل 1 بده، پاشی نهنجامی ل بن

هاوکولکی دووی (ل بن 3) دانه و دگه ل وی (3)

کومبکه نهنجام دبیته 5 و ل ژیر هیلی بنقیسه.

پینگا 4: 2 ل 5 بده و نهنجامی دانه بن هاوکولکی

سیی (ل ژیر -4) وی نهنجامی دگه ل (-4) کومبکه دی

(6) ب دست کهفیت. وی (6) ل ژیری هیلی ل

راستا هاوکولکی سی بنقیسه.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & & 1 & & 3 & & -4 & & -12 \\ & \times & 1 & & + & 2 & & = & \\ \hline & & 2 & & & & 10 & & \\ & & & & & & & & 6 \\ & & & & & & & & \end{array}$$

پینگاڤا 5: ل 2 ل 6 بده و نهجامی دانهبن هاوکولکی چاری (ل ژیر 12) و (12) دگهل (12) کوښمکه، دی سفر ب دست کهفت.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 3 & -4 & -12 \\ & & 2 & 10 & 12 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

$x^2 + 5x + 6$

نهجامی دابهشکرنی

مای

مای قی کردارا دابهشکرنی دبیته سفر. ژماره یین ل دوماهی ب دست ته کهفتین، ئانکو 1، 5، 6 دبنه هاوکولکین نهجامی دابهشکرنی.

ئانکو، نهجامی دابهشکرنی دبت $x^2 + 5x + 6$ دابهشکرنا بژمیری دهیته بکارئینان دهی بهشراو رادهدارهکا هیلی بیت و ب شیوهی $x - a$. لی دهی بهشراوی پلهیهکا مهزتر ژ 1 ی ههبت، دقیت دابهشا نهقلیدی بکاربینن.

رادهدارئ: $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ بهسه $x^2 + x + 1$ دابهشکه.

5 نمونه

شیکار

دابهشکرنا نهقلیدی

پینگاڤا 1 $x^3 \div x = x^2$

x د نهجامی دابهشکرئیدا بنقیسه.

پینگاڤا 2 ل بهشراوی بده پاشی

نهجامی ژ بهشراوی دهریکه.

پینگاڤان دووبارهیکه ههتا رادهدارهک

ب دست ته بکهفت، کو پلهیا وی ژ پلهیا بهشراوی کیتر بت.

نهجامی دابهشکرنی

بهشراو

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x^3+3x^2+3x+2 \\ -(x^3+x^2+x) \\ \hline 2x^2+2x+2 \\ -(2x^2+2x+2) \\ \hline 0 \end{array}$$

بهشراو

مای

ههولبده رادهدارئ $x^3 + 3x^2 - 13x - 15$ ل سه $x^2 - 2x - 3$ دابهشکه.

رادهدارئ $x^3 + x - 10$ شیتلهبکه بکارئینانا دابهشکرنی، ههکه بزانی کو 2 سفرهک ژ سفرین وی.

6 نمونه

شیکار

ریکا ئیکی: دابهشا نهقلیدی بکاربینه.

ریکا دووی: دابهشا بژمیری بکاربینه.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & 1 & -10 \\ & & 2 & 4 & 10 \\ \hline & 1 & 2 & 5 & 0 \end{array}$$

$x^2 + 2x + 5$

بهری خۆ بدئ 5
هاتیه بکارئینان
وهک هاوکولکه بۆ
رادی x کونهی
دیاره دبهشکراویدا

$$\begin{array}{r} x^2+2x+5 \\ x-2 \overline{) x^3+0x^2+x-10} \\ \underline{-(x^3-2x^2)} \\ 2x^2+x \\ \underline{-(2x^2-4x)} \\ 5x-10 \\ \underline{-(5x-10)} \\ 0 \end{array}$$

ههول بده رادهدارئ $x^3 - 13x - 12$ شیتلهبکه بکارئینانا دابهشکرنی، دهی 3- سفرهک ژ سفرین وی بیت.

روونبکه بوچی نهجامین لیکنانی د دابهشا بژمیردا دهینه کو مکن، لی د دابهشا نهقلیدیدا دهینه لیکدهرکرن.

ل دووف بیردوژا مایی، بهایی رادهدارا $P(x)$ ل دهمی شوونا x ژماره a دهیته دانان هه ره وه بهایه وهکی نه م رادهدارای لسهر $(x-a)$ دابهشدهکین .

ههکه $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$ بت، دی $p(-3)$ یهکسانبت ب دابهشکرنا $P(x)$ ل سه $r(-3) = x + 3$ ل

$$\begin{array}{r} -3 \quad | \quad 2 \quad 7 \quad 2 \quad 1 \\ \quad \quad -6 \quad -3 \quad 3 \\ \hline 2 \quad 1 \quad -1 \quad 4 \end{array}$$

$$P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$$

$$P(-3) = 2(-3)^3 + 7(-3)^2 + 2(-3) + 1 = 4$$

مایی دببته 4

لجهدانان

Remainder Theorem **بیردوژا مایی**

مایی دابهشکرنا رادهدارا $P(x)$ ل سه $(x-a)$ دبته ژماره $P(a)$ ، (نانکو دببته بهایی p دهمی ل جهی x ژماره a دهیته دانان).

نمونه

7

$P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$ بههژمیره دهمی $P(5)$

شیکار

ریکا دووی: لجهدانانی بکاربینه.

$$\begin{aligned} P(x) &= 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1 \\ P(5) &= 2(5)^3 + 7(5)^2 + 2(5) + 1 \\ &= 250 + 175 + 10 + 1 \\ &= 436 \end{aligned}$$

ریکا نیکی: دابهشا بژمیری بکاربینه.

$$\begin{array}{r} 5 \quad | \quad 2 \quad 7 \quad 2 \quad 1 \\ \quad \quad 10 \quad 85 \quad 435 \\ \hline 2 \quad 17 \quad 87 \quad 436 \end{array}$$

نانکو، $P(5) = 436$

ههولبده $P(3)$ بههژمیره دهمی $P(x) = 3x^3 + 2x^3 - 3x + 4$

بهرده و امبون د بیر کاریندا

- 1 روونبکه چهوا هاوئنهجامین ناسیار دی بکارئینی بو شیتلهکرنا رادهدارئ: $x^3 - 4x$.
- 2 روونبکه چهوا بیردوژا کولکهی دی بکارئینی، دا بزانی ئه‌ری $(x+1)$ کۆلکه‌یه‌که بو $x^3 - 2x^2 - 8x - 5$ یان نه.
- 3 روونبکه چهوا بیردوژا مایی دی بکارئینی بو هه‌ژمارکرنا $P(5)$ ، کو $P(x)$ راده‌داره.

راهینانین ئاراسته کری

- 4 راده‌دارا: $P(x) = x(10-x)(2+x)$ لسه‌ر شیوه‌یی گشتی بنقیسه.

هه‌ر راده‌داره‌کی شیتله‌بکه.

- 5 $x^3 - 5x^2 + 6x$ 6 $x^3 + 5x^2 + 3x + 15$ 7 $x^3 - 216$
- 8 لجه‌دانانی بکارینه دابزانی ئه‌ری $(x+2)$ کۆلکه‌یه‌که بو راده‌دارا $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$ یان نه.
- 9 $(x^3 + 4x^2 + 4x + 3) \div (x^2 + x + 1)$ هه‌ژمار بکه.

3- سفره‌که ژ سفرین نه‌خشه‌یا: $f(x) = x^3 - 14x - 15$. نه‌خشه‌یی شیتله‌بکه بکارئینانا:

- 10 دابه‌شا بژمیری 11 دابه‌شا ئه‌قلیدی (دریژ)

هه‌که $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 1$ بت، $f(2)$ بینه‌ده‌ر بکارئینانا:

- 12 دابه‌شا بژمیری 13 دابه‌شا ئه‌قلیدی

راهینان و بجهئینان

هه‌ر راده‌داره‌کی لسه‌ر شیوه‌یی گشتی بنقیسه.

- 14 $3x^2(4x^3 - 2x^2 + 5x + 2)$ 15 $(2x-3)(x+4)$
- 16 $(2x+3)(x^3 - 5x^2 + 4)$ 17 $(x-5)(-3x^3 - 4x - 1)$
- 18 $(x-3)(2-x)(x-1)$ 19 $(2x-4)(x+1)^2$
- 20 $(2x+1)^3$ 21 $(-3x^2 - x + 2)(x+1)^2$
- 22 $(x - \frac{5}{7})(\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{3}{7})$ 23 $(x - \frac{1}{4})(\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3})$

هه‌ر راده‌داره‌کی شیتله‌بکه:

- 24 $x^3 + 8x^2 + 15x$ 25 $x^3 + 2x^2 - 3x$
- 26 $3x^3 - 300x$ 27 $18x^3 - 60x^2 + 50x$

$x^3 - 2x^2 - 5x + 10$	29	$x^3 + 3x^2 - x - 3$	28
$1 - x + x^2 - x^3$	31	$x^3 + x^2 + x + 1$	30
$x^3 + x^2 + 2 + 2x$	33	$x^3 + 9x^2 + 14x$	32
$27x^3 - 125$	35	$x^3 - 64$	34
$27 + 8x^6$	37	$x^6 - 1$	36

لجهدانانی بکاربینه دا دیاریکهی ئه‌ری بری هیلی دبتہ کۆلکھیہک بۆ راده‌داری یان نه.

$x+6$:	$x^3 + 5x^2 - 18x - 48$	39	$x-1$:	$x^2 + x + 1$	38
$x-6$:	$x^3 - 8x^2 + 9x + 18$	41	$x-4$:	$x^3 + 3x^2 - 18x - 40$	40
$x+3$:	$x^3 - x^2 - 17x - 15$	43	$x-2$:	$x^3 + 6x^2 - x - 30$	42

دابہشا ئەقلیدی بکاربینه، دا راده‌دارا ئیکێ لسه‌ریا دووی دابہشبکهی:

$(x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$	45	$(x^2 + 4x + 4) \div (x + 2)$	44
		$(x^3 - 7x - 6) \div (x + 1)$	46
		$(x^3 + 11x^2 + 39x + 45) \div (x + 5)$	47
		$(3x^2 - x + x^3 - 3) \div (x^2 + 4x + 3)$	48
		$(x^3 + 6x^2 - x - 30) \div (x^2 + 8x + 15)$	49
		$(x^3 - 5x^2 - 13x + 42) \div (x^2 + x - 7)$	50
		$(10x - 5x^2 + x^3 - 24) \div (x^2 - x + 6)$	51
		$(x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}) \div (x - \frac{1}{2})$	52
		$(x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{16}) \div (x + \frac{3}{4})$	53

دابہشا بژمی‌ری بکاربینه، دا راده‌دارا ئیکێ لسه‌ریا دووی دابہشبکهی:

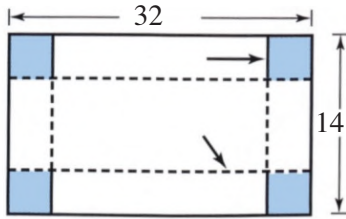
$(x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$	55	$(x^2 - 4x - 12) \div (x - 4)$	54
		$(x^3 + x^2 - 9x - 9) \div (x + 1)$	56
		$(x^3 - 2x^2 - 22x + 40) \div (x - 4)$	57
		$(x^2 + 5x^3 - 18) \div (x + 3)$	58
$(x^3 + 3) \div (x - 1)$	60	$(x^3 - 27) \div (x - 3)$	59
		$(x^2 - 6) \div (x + 4)$	61

دابہشا بژمی‌ری و لجهدانانی بکاربینه دا بهایی داخوازکری هه‌ژماریکه‌ی:

$f(2)$:	$f(x) = x^2 + 1$	63	$f(1)$:	$f(x) = x^2 + 1$	62
			$f(33)$:	$f(x) = 4x^2 - 2x + 3$	64
			$f(-2)$:	$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1$	65

به‌هایی k دیاریکه. دا ئه‌وی بری هیلی یی پیدای، بکه‌ته کۆلکھیہک ژ کۆلکھیین راده‌داری.

$x+3$:	$kx^3 - 2x^2 + x - 6$	67	$x-2$:	$x^3 + 3x^2 - x + k$	66
---------	-----------------------	-----------	---------	----------------------	-----------



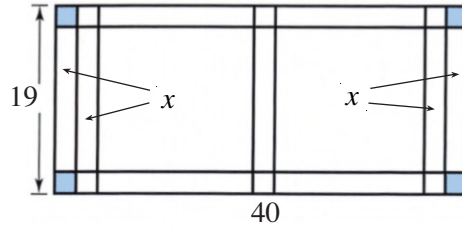
پیشہ سازی عہلکہکا ژ سہریفہ فہکری ہاتہ چیکرن، ژ کارتوئہکا لاکیشہیی کو درپژیا وی 32 سم و پانیا 14 سم بوو، ہەر وهکی د ویتہیدا دیار. ہہکە بلندایا عہلکی x بیت، قہبارہی وی دئی بته:

$$V(x) = x(14 - 2x)(32 - 2x)$$

68 نہخشہیا قہبارہی عہلکی دنوینت، لسەر شیوہیی گشتی بنقیسہ.



69 قہبارہی عہلکی چہندہ ہہکە بلندایا وی 2 سم بیت؟



پیشہ سازی عہلکہکا پیتزایی ہاتہ چیکرن، ژ کارتوئہکا لاکیشہیی، کو درپژیا وی 40 سم و پانیا 19 سم بوو. ہہکە بلندایا عہلکی x بیت، دئی قہبارہی وی بته:

$$V(x) = \frac{1}{2}x(19 - 2x)(40 - 5x)$$

70 نہخشہیا رادہدار، ئەوا قہبارہیی عہلکی دنوینت، لسەر شیوہیی گشتی بنقیسہ.

71 قہبارہیی عہلکی چہندہ ہہکە بلندایا وی 2 cm بیت؟

72 قہبارہیی عہلکی چہندہ ہہکە بلندایا وی 2.5 cm بیت؟



لینیرینہک بو پاش

73 لاسہنگہیا: $x + 3 \leq 3(x - 1)$ شیکاربکہ، پاشی کو مہلا شیکاری لسەر تہوہری ژمارہیان بنوینہ.

ہەر برہکی شیتہلبکہ.

$$x^2 + x - 12 \quad \mathbf{76}$$

$$2x^2 - 32y^2 \quad \mathbf{75}$$

$$5b^2 - 5c^2 \quad \mathbf{74}$$

$$2x^2 + 11x + 15 \quad \mathbf{79}$$

$$4x^2 + 4x + 1 \quad \mathbf{78}$$

$$5 - 6x + x^2 \quad \mathbf{77}$$

کو مہکە یان لیدہریکہ.

$$(2x^2 - 7x + 5) + (x^3 + 6x^2 - 4x + 1) \quad \mathbf{80}$$

$$(x^4 - 5x^2 - x) - (x^4 + 4x^3 - x + 6) \quad \mathbf{81}$$

$$\left(\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x^3 + 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x\right) \quad \mathbf{82}$$

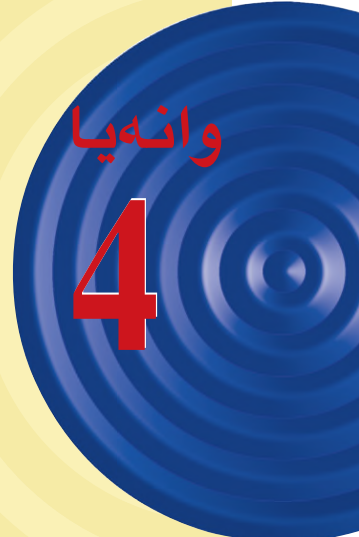
$$(-3.2x^2 + 2.7x^3 + 7.8x) - (4.9x^3 + 2.5x^4) \quad \mathbf{83}$$

لینیرینہک بو پیش

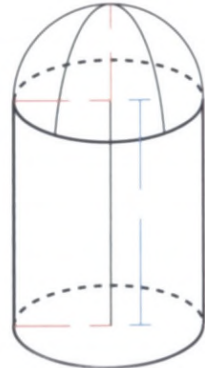
84 ژمارا سفرین نہخشہیا: $f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$ دیاربکہ پشتی تو $f(2)$ ہہژمار دکہی.

هاوكيشه ولاسهنگهين رادهدار

Polynomial Equations and Inequalities



بۆچى
 تو دشىي پرسیارین ژيانا روژانه
 شیکاریکەى. بکارئینانا هاوکیشەیین
 رادهدار. بۆ نمونە، تو دشىي نیقتیری
 بنکەیی سایلۆیهکا گەنمی بههژمیری بۆ
 قەبارەیهکى دیارکری.



ئارمانج

- هاوکیشەیین رادهدار. ب
- شیتەلکرنى دى شیکاریکەت.
- رهگین هاوکیشەیین رادهدار، ب روونکرنى دى خەملینت.
- لاسەنگەیین رادهدار، ب روونکرنى دى شیکاریکەت.

بجهئینان چاندن

پشتی دروونا گەنمی، جووتیار گەنمی رهوانەى سایلۆیان دکەن. سایلۆ پیکدەهیت ژ لولەکى و نیف گۆیهک لسەرە، وهکی دوینەیدا دیار. وهکی تو دزانى بۆقەبارى لولەکى، ئەف ریسایە بکار دەهیت: $C(r) = \pi r^2 h$ ، کو r نیقتیری بنکەییە و h بلنداها لولەکىیە. هەر وهسا قەبارەى گۆیى ب ریسایا: $H(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$ دەهیتە هەژمارکرن. ژ ئەقابووړى دى زانین کو قەبارەى سایلۆیى یەکسانە: $T(r) = H(r) + C(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h$.
 محەمەدى دقیت سایلۆیهکا بلنداها وى 8m مەتر و فرەهیا وى 650 مەترین سىجا ئاڤاکەت. نیقتیری سایلۆیى دى بیتە چەند؟

هاوکیشەیا: $2x^3 - 7x^2 + 3x = 0$ شیکاریکە بکارئینانا شیتەلکرنى.

1 نمونە

شیکار

$$2x^3 - 7x^2 + 3x = 0$$

$$x(2x^2 - 7x + 3) = 0$$

$$x(2x - 1)(x - 3) = 0$$

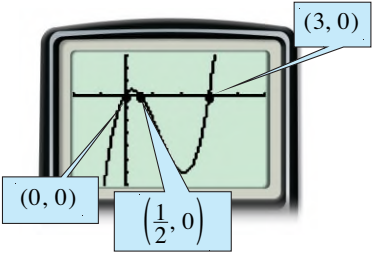
$x = 0$ یان $2x - 1 = 0$ یان $x - 3 = 0$

$x = 0$ یان $x = \frac{1}{2}$ یان $x = 3$

ساخبکە

هیلکاری نهخشەیا $y = 2x^3 - 7x^2 + 3x$ وینەبکە و بهرى خو بده سفرین وى. هەکە تە بهرى خو دا هیلکاری نهخشەیی، دى پشتراستى کوسفرین نهخشەیی هەر ئەون یین تە ب جەبرى دیارکرین .

شیتەلبکە ب دەرئینانا م.ک.ه.
 برى دووجایى شیتەلبکە
 سیفەتى لیکدانا سفرى بکاربینە
 شیکارا $x=0$ فرامۆشکە



هاوکیشەیا: $2x^3 + x^2 - 6x = 0$ بکارئینانا شیتەلکرنى شیکاریکە.

هەولبەدە



بۆچی $x=0$ ل نمونەیا بووری هاته فەرامۆشکرن؟
 ژبو شیکارکنا هاوکیشەیا بووری، شیتەلکرنای پری رادەدار دیارکر کو بر
 شیتەلبوو بۆ ئەنجامی لیکدانا 3 کۆلکین هیلی، و هاوکیشەیی
 3 شیکار یان 3 رەگین جیاواز هەنە. لی هەندەک هاوکیشەیی رادەدار،
 رەگین وان دووبارە دبن، وەکی نمونەیا ل خواری.

2 نمونە

هاوکیشی شیکاریکە: $x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = 0$ بکارئینانا وینەیی روونکرنی و دابەشکرنای بژمیری و شیتەلکرنی.

شیکار هیلکاری نەخشەیا $y = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ بکاربینە بۆ خەملاندنا رەگین هاوکیشی. ژ هیلکاری دیاردبیت کو (1) سفرەکە ژ سفرین نەخشی. تو دشیی ژ قی چەندی پشتراستبی کو (1) ئ ل جھی x دانی. بیردۆزا کۆلکەیی و دابەشا بژمیری بکاربینە بۆ دابەشکرنای $x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ ل سەر $x-1$.

1	1	-7	15	-9	
		1	-6	9	
	1	-6	9	0	مایی = سفر

$$x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = (x-1)(x^2 - 6x + 9)$$

$$= (x-1)(x-3)^2$$

$x-1=0$ یان $x-3=0$ یان $x-3=0$
 $x=1$ یان $x=3$ یان $x=3$
 رەگین هاوکیشەیا $x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = 0$ دبنە 1 و 3 و رەگی 3 دوو جارەن دووبارەبوویە.

ئەنجامی دابەشکرنی دبتە $x^2 - 6x + 9$

هەولبەدە

هاوکیشەیا $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$ شیکاریکە بکارئینانا وینەیی روونکرنی و دابەشا بژمیری و شیتەلکرنی.

چیدبیت کۆلکی $(x-a)$ دووبارەبیت دەمی رادەدارەکا وەکی y شیتەلبکەین، وەکی د نمونەیا بووریدا دیاربووی. دقئ باریدا دی بیژین، $(x-a)$ رەگەکی دووبارەیه **Multiple Root** بۆ هاوکیشەیا $P(x) = 0$. دبێژنە ژمارەیا جارین دووبارەبوونا $(x-a)$ ، پلەیا دووبارەبوونی **Multiple Root** بۆ رەگی a . رەگی 3 دنمونەیا پرسیارا بووریدا، دبیتە رەگەکی دووبارە بووی پلە دوو.

دەمی رەگی a د رادەدارەکیدا دووبارە دبیت، دی هیلکاری رادەدارئ ل تەوهری x کەقیت ل خالا $(a, 0)$ بیی ئەوی تەوهری بپرت. لی پشتبەستن ب دیتنا هیلکاری روونکرنی کو x ل تەوهری دکەقت، نەبەسە دا ئەم دەرئەنجام بکەین کو خالا لیکەفتنی رەگەکی دووبارەبووی بۆ هاوکیشەیی دیاردکەت، چونکی هیلکار وەسا ب هوروی ناھیتە وینەکرن بۆ ساخکرنای چەندی.

3 نمونە

هاوکیشەیا: $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ ب شیتەلکرنی شیکاریکە شیکار

شیکارکنا پرسیاران

1. پرسیارەکا ساناهیتەر شیکاریکە: تو دشیی رادەدارا $x^4 - 4x^2 + 3$ بگووئری بۆ رادەدارەکا پلە دوو بکارئینانا گۆراوەکی دی وەکی $y = x^2$ ب دانا $y = x^2$ ل جھی گۆراوی بنەرەتی، رادەدارا بنەرەتی دی بیتە

$$x^4 - 4x^2 + 3 = 0$$

$$(x^2)^2 - 4(x^2) + 3 = 0$$

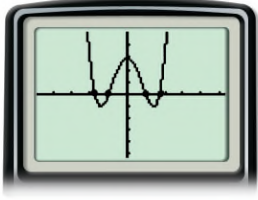
$$y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$(y-1)(y-3) = 0$$

$y = 3$ یان $y = 1$

2. ل جهی y بهایی وی یی بنه پرتی x^2 دانه پاشی شیکاریکه دا بهاییږ بینیه در ئه وین دبنه رمگ بو
 هاوکیشا بنه پرتی. $x^2 = 1$ یان $x^2 = 3$
 $x = \pm 1$ یان $x = \pm\sqrt{3}$
 $x = \sqrt{3}$ $x = -\sqrt{3}$ $x = 1$ $x = -1$ رمگین هاوکیشه یا بنه پرتی دبنه:

ساخیکه



هیلکاری نه خشه یا $y = x^4 - 4x^2 + 3$ وینه بکه و بهری خو بده سفرین
 وی. دی بینی کو هیلکاری نه خشه یی ته وهری (x) دپرت ل 1 و -1
 و ل دوو خالیږ هاوچی ل دور ته وهری (y) کو دبنه
 $\sqrt{3} \approx 1.7$ ، $-\sqrt{3} \approx -1.7$.

ههول بده هاوکیشه یا: $x^4 - 9x^2 + 14 = 0$ ب شیته لکرنی شیکاریکه.

ژمارا رمگین هاوکیشه یه کا راده دار Number of Roots for Polynomial Equation

ژ نمونه یین بووری دیار دبیت، کو ژمارا رمگین هاوکیشه یه کا پله سی دبنه 3، و ژمارا رمگین
 هاوکیشه یه کا پله چار دبنه 4، لی ئه قه ب شیوه یه کی گشتی نه یا دروسته.

4 نمونه

هاوکیشه یا $x^4 - 1 = 0$ شیکاریکه
 شیکار

$$x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

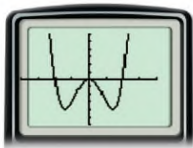
$$= (x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$$

کولکی $(x^2 + 1)$ ناهیته شیته لکرن، چونکی ئه قی راده داری چ سفر نینن د کوملا ژماره یین
 راستیدا، چونکی x^2 نابت بته سالب.
 ژمارا رمگین هاوکیشه یا $x^4 - 1 = 0$ بتنی دوو رمگن.

لاسه نگه یین راده دار Polynomial Inequalities

5 نمونه

لاسه نگه یا $x^4 - 4x^2 < 0$ شیکاریکه
 شیکار



هیلکاری نه خشه یی دیار دکت کو سفرین وی $y = x^4 - 4x^2$ و بهایی
 نه خشی دبتنه سالب ده می x دکه قته ناقه را 2
 و نه خشا دبتنه سالب ده می x دکه قته ناقه را -2 و 2 دا، ژبلی 0.
 ئانکو $-2 < x < 2$ و $x \neq 0$.

ههول بده لاسه نگه یا $x^4 - 4x^2 \leq 0$ شیکاریکه.

بهرده و امبوون د بیر کار پیدا

1 په یوه نډیښ د ناقبه را: سفرا نه خشی و رهگی هاوکیښی و کولکی راده داری و خالا

نیکو و وبرینی دگه ل ته وهری نیکی روونبکه.

2 توچ د بیژنی دهر باره یی سفرین نه خشه یه کا راده دار ژ جوړی $y = (x-3)^n$ ؟

راهیانین ناراسته کری

هاوکیښه یی ب شیته لکرنی شیکاریکه.

3 $x^3 - x^2 - 12x = 0$ 4 $x^3 + 15x^2 + 54x = 0$

هیلاکری روونکرنی و دابه شا بژمیږی و شیته لکرنی بکارینه دا هه موو ره گین هاوکیښه یی بینیه دهر.

5 $x^3 - 5x^2 + 3x = 0$ 6 $x^3 - 3x - 2 = 0$

گوراو دکی نوو و شیته لکرنی بکارینه دا ره گین هاوکیښه یی بینیه دهر.

7 $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$ 8 $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$

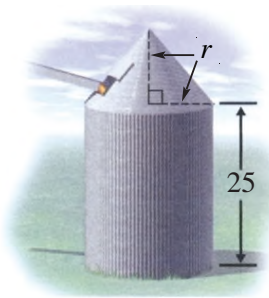
9 نه خشه یی $V(r) = \frac{1}{3}\pi r^3 + 25\pi r^2$ قه باره یی سایلویا

گهنمی، نهوا د وینه یدا، کو r نیقتیری لوله کییه ب

مه تران. نیقتیری لوله کی هژماریکه و بو

نیزیکترین به شی ده هیك نیزیکبه هه که قه باره یی

پیدقی یی سایلویی $2042m^3$ بیت.



راهیان و بجهئینان

شیته لکرنی بکارینه دا ره گین هاوکیښه یی بینیه دهر.

10 $x^3 + 2x^2 - 35x = 0$ 11 $x^3 + 2x^2 - 48x = 0$

12 $x^3 - 13x^2 + 40x = 0$ 13 $x^3 - 7x^2 + 10x = 0$

14 $x^3 = 25x$ 15 $y^3 = 49y$

16 $2x^3 - 10x^2 - 100x = 0$ 17 $16x - 6x^2 - x^3 = 0$

18 $3y^3 + 9y^2 - 162y = 0$ 19 $20d^2 + 5d^3 - 60d = 0$

20 $110x - 2x^3 = 12x^2$ 21 $3y^3 + 36y^2 = 3y^4$

شیتله کرنی بکارینه دا ره گین هاوکیشی بیینه دهر.

$x^3 + 5x^2 + 7x + 3 = 0$	23	$d^3 - d^2 - 5d - 3 = 0$	22
$5d^3 - 60d^2 + 180d = 0$	25	$2b^3 + 16b^2 + 32b = 0$	24
$x^3 - 3x + 2 = 0$	27	$x^3 - 3x - 2 = 0$	26
$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$	29	$x^3 - 2x^2 - 9x = -18$	28
$x^3 + 3x^2 = 27 + 9x$	31	$n^3 + 8 = 2n^2 + 4n$	30

گورپاوه کی نوو و شیتله کرنی بکارینه دا ره گین هاوکیشی بیینه دهر.

$x^4 - 6x^2 + 9 = 0$	33	$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$	32
$b^4 - 24b^2 + 144 = 0$	35	$y^4 - 18y^2 + 81 = 0$	34
$b^5 - 28b^3 + 27b = 0$	37	$x^5 - 9x^3 + 8x = 0$	36
$x^4 - 14x^2 = -49$	39	$x^4 - 12x^2 = -36$	38
$n^4 + 14 = 9n^2$	41	$d^4 + 12 = 7d^2$	40

42 دهر وازه یك لسهر رهوشه نبریا ئیسلامی خهك عمر ئه لخیام وهك شاعیری دیوانا چوارینه

نقیسی دناسن. تیمهك ژ خهلكی دزانن كو ئهف مروقه ئيك بوو ژ گرنگترین زانایین دبیرکاریدا کارکرین. ئهقی زانایی ریکهك پیشنیخت بوو دیارکرنا سفرین نه خشه یین راده دار ئه وین ب شیوه یی: $f(x) = x^3 - bx - a$ دئته نقیسن كو $b > 0$ و $a > 0$ ب ریکا دهر ئینانا پوی ئیکئی یین خالین ئیکدوو برینا هندهك هیلکارین روونکرئی یین نه خشه یین ناسیار.

ا به هایین a و b چنده ل نه خشه یا: $f(x) = x^3 - 7x - 6$ ؟

ب هیلکارین نه خشه یین $y = -\frac{1}{\sqrt{b}}x^2$ $y = \sqrt{x^2 + \frac{a}{b}}x$ $y = -\sqrt{x^2 + \frac{a}{b}}x$

وینه بکه، بکار ئینانا بهایین a و b ئه وین ل پرسیارا بووری ته ئیناینه دهر.

ج پویین ئیکئی یین جیاواز، ژبلی سفری، بوو خالین ئیکدوو برینا هیلکارین ئه وان نه خشه یان بیینه دهر. ئهف بهانه دبنه سفرین نه خشه یا $f(x)$.

د هیلکاری نه خشه یا $f(x) = x^3 - 7x - 6$ وینه بکه و سفرین وی دیار بکه. به رسقا پرسیارا بووری ساخبکه.



43 **پیشه سازی** پانیا سندوقا داری دبه x و درئژیا وی 3

جاران هندی پانیا وییه، و بلندایا وی ب 1 ی زیده تره ژ پانیا وی. ساخبکه كو نه خشه یا $V(x) = 3x^3 + 3x^2$ قه باره یی سندوقی دنوینت. دوریین سندوقی چندن دهمی قه باره یی وی 36 بیت؟

44 **نوژداری** حبه کا فیتامینی لسهر شیوه یی لوله کی هیه كو ههر دوو سه ری و ب

دوو نیف گویان ب دووماهیک دهین. نه خشه یا: $V(r) = 10\pi r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3$ قه باره یی حبه کی دنوینت، كو r نیقتیری لوله کییه (ب ملیمه تران) بهای r چنده دهمی قه باره یی حبه کا فیتامینی 160mm^3 بیت.

لېتېرىنەك بۆپاش



پۈتۈنلەن خالىن شلوقەيىن ئەقان نەخشەيان ديارىكە. بەھايەكى نېزىككى بۇ ھەر پەرە بەھايەكى
بنقىسە. ماوۋەيىن بەرەف زېدەبوونى و ماوۋەيىن بەرەف كېمبوونى ديارىكە.

$$y = 2x^2 + 5x + 2 \quad \mathbf{46}$$

$$y = 6x^2 - x - 12 \quad \mathbf{45}$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 4x - 5 \quad \mathbf{48}$$

$$y = x^2 + 3x - 2 \quad \mathbf{47}$$

ئەقىن ل خوارى ب دابەشا بژمىرى بىنەدەر.

$$(3x^4 - 4x^2 + 2x - 1) \div (x - 1) \quad \mathbf{49}$$

$$(x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 5x - 14) \div (x + 2) \quad \mathbf{50}$$

لېتېرىنەك بۆپېش



برى ب سادەترىن شېۋە بنقىسە بكارئىنانا شىتەلكرنى: $\frac{x^2+5x+6}{x^2+7x} \times \frac{x^2-2x}{x^2-4}$ $\mathbf{51}$

سامپل چىيە؟

What is the Sample?

د دەمى كاركرنا تە لسەر پرۆژەيى. ئەو نەخشە رادەدارىن دئىنيەدەر، دى بىنە سامپلېن جۇرا و جۇر بۇ شىۋەيىن ئامانېن ئىكجودا. دقان تاقىكرناندا، دى رابى ب زىدەكرنا برىن دياركرى ژ ئاقى بۇ ئامانەكى، و بلندبوونا ئاقى د قەبارەيى وى دا پىشتى ھەر زىدەكرنى دى پىقى و تۆماركەي، قى تاقىكرنى دووبارەبكە ھەتا ئامان تىزى دبىت دى كۆمەلەكا جوتىن رىكخستى يىن جياواز ب دەست تەكەقن لسەر رووتەختى پۆتانى بنوینە.



كەرەستە

- ئامانەكا روون. قەبارە ناغجى و بىكەيى وى راست.
- كۆپەكى پىقاننا ئاقى، ب مەلیمەتران نىشانكرى.
- راستەيەكى سانتیمەترى
- ئاف
- بژمىرەكا روونكرنى بۇ دياركرنا نەخشەيەكا رادەدار كو بىتە نمونەيەك بۇ كۆمەلەكا جوتىن رىكخستى.

چالاكى 1

قهباره	(mm ³) بهرزی	(Cm)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

1. ل دهستپيكي، قهبارهيي گشتي يئ ئاماني دياربكه. پاشي قهبارهي لسهر 10 دابهشكه و ئهجامي دابهشكرني بؤ نيزيكترين ژمارا تهواو نيزيكبكه (نمونه: هكه قهبارهيي ئاماني³ 347mm، دابهشكرنا قئ ژماري لسهر 10 دي بيته 34.7 و دي نيزيكهه ي بؤ 35).
2. ئاقئ بكه دئاماني دا 10 جارن، كو قهبارهيي ئاقا هر جارهكي هندی بهرسفا پرسيارا بؤري بيت. (نمونه پرسيارا بؤري: (35mm³). قهبارهيي ئاقئ و بلنداهيا ويؤ تؤمار بكه پشتي هر جارهكا زيدهكرنا ئاقئ. خشتهيهكي وهكي ئهقئ بهرامبهر چيكه و ئهجامان تيذا تؤماربكه، وهكي گوهورپينا قهبارهيي ئاقئ و بلنداهيا ويؤ دئامانيذا. قئ كرداري دووبارهبكه ههتا ئامان تزي دبیت.

چالاكى 2

1. پيداين تؤماركري د خشتهيي چالاكيا بووريدا بكاربينه. جووتين ريکخستي لسهر رووتهختي پؤتاني بنوينه، كو قهباره x بيت و بلنداهي y بيت.
2. پيداين خشتهي د بژميرا روونكرنيذا توماربكه (هكه ههبت)، و داخوازي ژ بژميري بكه دوو سامپلين جودا بدهته ته بؤ نواندنا كؤمه لا جووتين ريکخستي يين ب دهست تهكهقتين: سامپلهك نهخشهيهكا رادهدارا پله سي، ويا دي نهخشهيهكا دووجايي بيت.
3. بؤ بهراوردكرنا ههر دوو سامپلان، هيلكارين وان يين روونكرني وينه بكه درووتهختي پؤتانيذا. هيلكاري تو دبيني دروستتره ژ هوي دي ههلبژيره (ئانكو نيزيكتره بؤ خالين جووتين ريکخستي).
4. هري دي شئي ئهقئ سامپلي بكاربيني بؤ خهملاندنا بلنداهيا ئاقئ د ئامانهكيذا ب زيدهكرنا قهبارهيين ئاقئ يين جياواز ژ وان قهبارهيين ئاقئ يين دخشتي بووريدا؟ هوي روونبكه.



پیداچوون

لجهدانانی بکارینه دا برپاری بدهی کا رادهدارا دووی
لسه یا ٹیکي دابهش دبیت یان نه.

$$(x-2) : (x^3 - 7x^2 + 4x + 12) \quad 17$$

$$(x+2) : (x^3 - 5x^2 - 11x + 12) \quad 18$$

دابهشیکه.

$$(x-2) : (x^3 + 6x^2 - x - 30) \quad 19$$

$$(x^3 - 2x^2 - 11x + 12) \div (x^2 - x - 12) \quad 20$$

قان هاوکیشه یان شیکاریکه و هموو رهگان دیاریکه.

$$x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \quad 21$$

$$x^4 - 10x^2 + 24 = 0 \quad 22$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad 23$$

$$x^4 - 13x^2 + 12 = 0 \quad 24$$

هه هاوکیشه یه کی شیکاریکه، هه کهر بزانی کو ژمارا

پیدا یی ٹیک ژ رهگین وییه.

$$-3 : x^3 + 7x^2 + 16x + 12 = 0 \quad 25$$

$$-3 : x^3 + 3x^2 - 16x - 48 = 0 \quad 26$$

$$4 : x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0 \quad 27$$

$$6 : x^3 - 6x^2 - x + 6 = 0 \quad 28$$

$$29 \quad \text{هاوکیشه یه } x^3 - x^2 - 6x + 6 = 0 \text{ شیکاریکه.}$$

پلهیا رادهداري بیژه.

$$3x^3 + 11x^2 - 2x + 1 \quad 30$$

$$8x^5 - 6x^2 + 10x^3 \quad 31$$

$$-x^2 + 8x - 5x^4 - 3 \quad 32$$

$$-2x^2 - x^3 + 7x^4 \quad 33$$

بهایی رادهداري هه ژماریکه، ده می $x = -1$ ، $x = 2$.

$$-x^3 + 4x^2 - 2 \quad 1$$

$$x^3 + 2x^2 - 1 \quad 2$$

$$x^4 - 22 \quad 3$$

$$19 - x^3 - x^2 \quad 4$$

کو مبهکه یان لیدهریکه پاشی نه نجامی ب سادهترین
شیوه بنقیسه.

$$(3x^3 - 5x^2 + 8x + 1) + (11x^3 - x^2 + 2x - 3) \quad 5$$

$$(7x^3 - 8x^2 + 2x - 3) - (x^3 + x^2 - 6) \quad 6$$

هی لکاری نه خشی وینه بکه. بیژه نه ری نه خشی بهایی
مه زنتر هه نه یان بهایی بچوو کتر، و بهایه کی نیژیکری
بو وی بنقیسه. ماوه بیین به رهف زیده بوونا نه خشی و
ماوه بیین به رهف کی مبوونی دیاریکه.

$$f(x) = x^2 - 2x + 9 \quad 7$$

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4 \quad 8$$

$$f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 1 \quad 9$$

$$f(x) = -2x^3 + x^2 - 9 \quad 10$$

لیکبه پاشی به رسقی ب سادهترین شیوه بنقیسه.

$$2x^3(5x^4 - 3x + x^2 - 6 - x^3) \quad 11$$

$$(x+4)(x^3 - 7)(x+1) \quad 12$$

رادهداري شپته لیکه.

$$x^3 + 4x^2 - 5x \quad 13$$

$$x^3 - 3x^2 - 10x \quad 14$$

$$x^3 - 125 \quad 15$$

$$27x^3 + 1 \quad 16$$

ئەزمۇنا بەشى

بھایی ھەر رادەدارەکی ھەژماریکە، دەمی x بەھای 3 و
-2 وەرگرت.

$$x^3 - 2x^2 + 5 \quad 1$$

$$x^4 - x^2 + 3x - 4 \quad 2$$

$$5x^2 - 3x + 1 \quad 3$$

$$7x^3 + x^2 - 2 \quad 4$$

کۆمبەکە یان لیدەرکە، و ئەنجامی لاسەر شیویدی گشتی
بنقیسە و پلە و ژمارا رادەپین وی بیژە.

$$(5x^3 - 3x^2 + x - 7) + (3x^2 - x - 6) \quad 5$$

$$(2x^5 + 9x^3 - 7x + 4) - (9x^3 + 3x^2 + 4) \quad 6$$

پارە پیدان: حکومەتا وەلاتەکی، سندوقەک دانە، دا
کرکاران ھانبدەت بۆ کۆمکرنا کۆژمەکی پارەری کو

ل دەمی پیربوونا وان ھاریکاریا وان بکەت. ل

دەستپیکا ھەر سالەکی، ھەر کرکارەک دی 5000

ھزار دیناران دانت. و پستی بوورینا سالەکی،

حکومەت دی 7% ژ سەرجمی پاری ھەر

کرکارەکی دسندوقیدا دەت، سەرجمی پاری

کرکارەکی دی بیتە چەند پستی دانا قستی پینجی؟

بژمیرا روونکرنی بکارینە بۆ وینەکرنا ھیلکاری ھەر

نەخشەییەکی. بەھاین مەزنتەر و بچووکتەر دیاریکە و بۆ

نیزیکترین دەھیک نیزیکبەکە، و ماویدی بەرەف زیدەبوون.

و بەرەف کیبوونا نەخشی دیاریکە.

$$f(x) = 2 - 2x - x^2 \quad 8$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 4 \quad 9$$

$$f(x) = x^4 - 3x^2 - 4 \quad 10$$

$$f(x) = 5 - 3x^2 - x^3 \quad 11$$

ھەر رادەدارەکی شیتەلبەکە.

$$5x^4 - 180x^2 \quad 12$$

$$4x^3 - 5x^2 - 8x + 10 \quad 13$$

$$2x^3 + 128 \quad 14$$

$$x^4 - 7x^3 + 12x^2 \quad 15$$

بکارینانا دابەشا ئەقلیدی دابەشیکە.

$$(2x+3) \text{ بەسەر } (2x^4 - 7x^3 - 15x^2 + 8x + 12) \quad 16$$

$$(x^2 - 2) \text{ بەسەر } (x^3 + 3x^2 - 2x - 6) \quad 17$$

بکارینانا دابەشا بژمیری دابەشیکە.

$$(x-3) \text{ بەسەر } (-x^3 + 6x^2 - 11x + 6) \quad 18$$

$$(x+3) \text{ بەسەر } (x^3 + 6x^2 - 27) \quad 19$$

پیشەسازی: نەخشەیا: $V(x) = x(14 - 2x)(32 - 2x)$ 20

قەبارەیی سندوقەکا روولاکیشەتەریب دنوینت.

قەبارەیی سندوقی وەک رادەدارەکا لاسەر شیوی

گشتی بنقیسە، پاشی قەبارەری بینەدەر دەمی $x=3$.

رەگین ھەر ھاوکیشەییەکی بینەدەر.

$$-2x^3 + 7x^2 + 3x = 0 \quad 21$$

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 14x = 0 \quad 22$$

$$x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \quad 23$$

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 14x = 0 \quad 24$$

وزە: تانکی غازا شل، ب شیوی لولەکەکییە کو ژ

ھەردوو سەران ب نیف گۆیەکی ب دوماھیک دەیت.

نەخشەیا $V(r) = 15\pi r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3$ قەبارەیی تانکی ب

مەترین سیجا دنوینت، کو r نیقتیری بئکەیی

لولەکییە ب مەتران. بەھایەکی نیزیککری بۆ

قەبارەیی تانکی بینەدەر، دەمی $r = 0.5m$.

نەخشەییەکا رادەدار بنقیسە ئەفان مەرجان بجهینت.

$$\text{پلە} = 2, 3, f(0) = 3 \text{ سفرین وی } 1 \text{ و } \frac{3}{7} \quad 26$$

$$\text{پلە} = 3, -18, f(0) = -18 \text{ سفرین وی } 3 \text{ و } -3 \quad 27$$

و -1

$$\text{پلە} = 3, 30, f(0) = 30 \text{ سفرین وی } -3, -1 \text{ و } 2. \quad 28$$

ئەزمۇنا كەلۈكى

- 1 كىز جوتى رىكخستى دېتە شىكار بۇ ھەردو لاسەنگەيان: $y \geq -x$ ۈ $y \geq 3x+2$
- ا $(1, -5)$ ب $(0, 5)$
- ج ا و ب پىكفە د نه ا و نه ب
- 2 لارى راستەھىلى $3x+4y=2$ چەندە؟
- ا 3 ب $\frac{3}{2}$
- ج $-\frac{3}{4}$ د 4
- 3 ھاوكېشەيا راستەھىلى د خالا $(1, -3)$ را د بوورت و ستوون بت دگەل $y=2x-2$ چىه؟
- ا $2y=-x+5$ ب $2y=-x-5$
- ج $y=-\frac{1}{2}x+6$ د $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$
- 4 كىز فان دېتە شىتەل بۇ x^2-5x+6 ؟
- ا $(x-2)(x-3)$ ب $(x+2)(x-3)$
- ج $(x+1)(x+6)$ د $(x-1)(x-6)$
- 5 سەرى كىز نهخشى دېتە مەنترىن بەھا؟
- ا $y=3x^2+5x$
- ب $y=7x+5x-3x^2$
- ج $y=3+5x+\frac{1}{3}x^2$
- د $y=\frac{1}{3}x^2$
- 6 ژمارا شىكارىن سىستەمى ھاوكېشەيىن سنووردایى چەندە؟
- ا سفر ب 1
- ج 1 كېماسى د ژمارەبەكا بى دوماھىك
- 7 ھەژماربەكە $|-2.5|-|3.2|$ ؟
- 8 ئىكدووېرپىنا راستەھىلى: $x-5y=15$ دگەل تەوهرى دووى چەندە؟
- ا 15 ب -1
- ج 3 د -3
- 9 كۆمەلا شىكارا لاسەنگى چىيە؟ $4x+2 < 2x+1$
- ا $x \geq 1$ ب $x > 2$
- ج $x < \frac{1}{3}$ د $x < -\frac{1}{2}$
- 10 كىز فان دېتە كۆمەلا شىكارا لاسەنگەيا $|x| \leq 5$ ؟
- ا $-5 \leq x \leq 5$ ب $2 \leq x \leq -2$
- ج $5 \leq x \leq -5$ د $-3 \leq x \leq 3$
- 11 شىكارا سىستەمى ھىلى چىيە؟ $\begin{cases} x+2y=4 \\ 2x+y=5 \end{cases}$
- ا $(2, 3)$ ب $(2, 1)$
- ج $(-3, 2)$ د $(0, 1)$
- 12 رادەدارا: $(x+1)(x+2)(x-4)$ ل سەر شىوھى گشتى بنقىسە.
- 13 نخشەيا دووجايى: $f(x)=2x^2-8x+9$ ب شىوھى بىنەرەتى بنقىسە.
- 14 كۆمبەكە: $(2x^3+3x^2+1)+(5x^2-2x+2)$
- 15 لىدەرەكە: $(5x^3+4x^2-x)-(x^2+2x-1)$
- بىرى دووجايى شىتەلبەكە. ھەكە د شىاندابىت.
- 16 $-3y^2-5y$
- 17 $x^2-5x-36$
- 18 $24x^2+5x-36$
- 19 $36x^2-46x-12$
- 20 ھاوكېشا $\frac{x+2}{2} = \frac{2x}{3}$ شىكاربەكە.

بهشی پینجی

بره و نهخشهیین

ریژهی

Rational Expressions
and Function

1. گوهورینا بهروفاژی و نهخشهیا هه لگه راو.

2. نهخشهیین ریژهی.

3. لیكدان ودابهشکرنا برهیین ریژهی.

4. کومکرن و لیدهرکرنا برهیین ریژهی.

5. هاوکیشه و لاسهنگهیین ریژهی.

6. نهخشهیا رهگی دووجایی.

پرۆزهیی بهشی

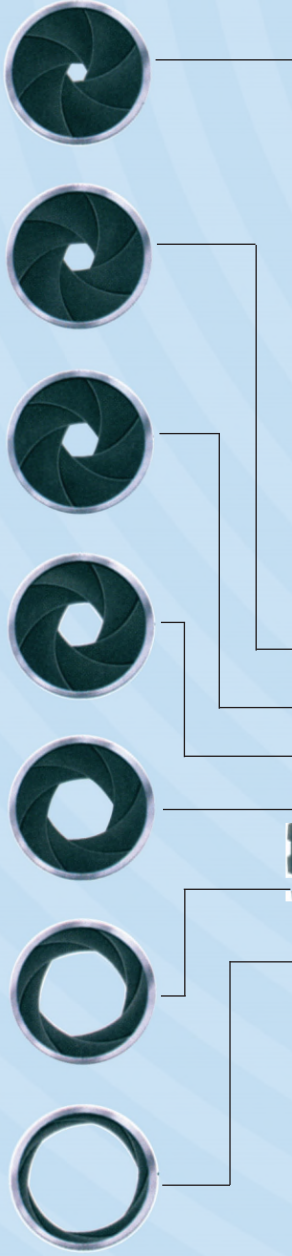
بره و نهخشه یین ریژهی

Rational Expressions and Function

ل فی بهشی دی بر و نهخشه یین ریژهی و نهخشه یا رهگی
دو جای خوینی، بره یین ریژهی نهو بره نه کولسه ر شیوی
ریژهی دو راده داران د ئینه نفیسین. لی نهخشه یین ریژهی نهو
نهخشه نه کو ب هوی برین ریژهی دهینه پیناسه کرن.
نهخشه یین ریژهی و نهخشه یا دو جای د بوارین جدا جدا دا
دئینه بکارئینان. وهکی. فیزیا و کیمیا و نه دنازی و بازرگانی و
ئابووری.

بهشی

5



بیبیکا چاقی ب ته نگرن و فرهه کرنا خو نهوی بری گورزین
تیشکین رووناهیی نهوا دچته دناف چاقیدا ریکدکته. هر
وهکی نامیری وینه گرتنی [کامیرا فوتوگرافی] کو کونا
هاوینا وی [فتحه العدسه] بری گورزی تیشکین رووناهیی
سنور دکته.



وانه

1. گوهورینا بهروقازی و نهخشه یا هه لگه راو.
 2. نهخشه یین ریژهی.
 3. لیكدان و دابه شکرنا بره یین ریژهی.
 4. کومکرن و لیده رکرن بره یین ریژهی.
 5. هاوکیشه
 6. ولاسه نکه یین ریژهی. دو جای.
- پرژهی بهشی



ل دۆر پرۆژەیی بەشی

گەلەك كەس دشیڭ ناقەندى كۆمەلەكا بەھايان بەھژمىرن بىي ناستەنگ، ناقەند دگەلەك بواراندا دئىتە بكارئىنان، وەكى گوھۆرپىنا بەھايىن پارەيىن بيانى دبنقاندا، و زىدەكرنا كرپيا كريكاران، و مەزاختنا سۆتەمەنيا ترۆمبيلان، و ناقەندىن لەزى. تۆ دكارى چەند جوړپىن جودا جودا ژناقەندان بژمىرى. دى دپروژەئى قى بەشيدا دوو جوړپىن ناقەندان ھەژمىرى. ناقەندى ژمىرەيى و ناقەندى گونجاي. دى پىدايىن پيشكيشكرى بۆ دياركرنا باشترين ناقەند بكارئىنى بۆ ھەر بارەكى.

پشتى ئەقى پرۆژى بدوماھيك بينى دى شىي ئەقان جەھيىنى:

- ھەژماركرنا ناقەندى ژمىرەيى و ناقەندى گونجاي بۆ كۆمەلەكى ژ پىدايىان.
- بۆ دياركرنا پەيوەندىي ل ناقەبەرا ناقەندى ژمىرەيى و ناقەندى گونجاي.
- بۆ دياركرنا باشترين ناقەند ئەوى دقئت بۆ ھەر كۆمەلەكى ژ پىدايىان بئىتە ھەژمارتن.

گوھورپنا بەرۇقاڭى و نەخشەيا ھەلگەراو

Inverse Variation and Inverse Function

وانەيا

1



نارمانچ

- نياسينا گوھورپنا بەرۇقاڭى و دياركرنا نەگورئ وئ.
- ھاوكيشەيا گوھورپنا بەرۇقاڭى دئ ھيټە نقيسين.
- شيكاركرنا وان پرسيارين گريداى دگەل ژيانئ و گوھورپنا بەرۇقاڭى تيدا ھەبيت.

بۇجى

ژ پەيوەنديين كو دوو گۇراوان پيگفە گريدەن. پەيوەنديەك ھەيە ريژە ل ناقەبەرا گۇراوئ بەستراو و گۇراوئ سەريەست يانەگۇرە. ھەرەسا ھندەك پەيوەنديين دى ھەنە كو نەنجامئ ليكدانا ھەردوو گۇراوئ وان يانەگۇرە. پەيوەنديا جورئ ئىكى نەخشەيا ھيلەيە. ويەيوەنديا دووئ جورەكە ژ نەخشەيەين ريژەيە. و نمونا وئ پەيوەنديا ل ناقەبەرا دەمئ پيڈقى بۇ دوماھيكتينانا پروژەكى و ژمارا كريكاران.

گەلەك جاران لاوئ خۇبەش دئ رابن ب چاندنا دارو درمختان بۇ شينكرنا دەقەريين رويت. ژمارا پشكداران بۇ چاندنا داران رولەكى گرنگ ھەيە بۇ دياركرنا دەمئ پيڈقى بۇ دوماھيكتينانا پروژەئ. چەند ژمارا پشكداران زيەتريبت دئ دەمئ پيڈقى كيتمريبت. ھەكە ھەردوو گۇراوا پيگفە ب پەيوەنديەكا بەرۇقاڭى گريدەي، چەند ئيك ژوان زيەتريبت دئ بيټە ئەگەري كيتموننا يئ دى، و بەرۇقاڭى قئ چەندئ ھەرچەنديئ ئيكي كيتمريبت يئ دووئ دئ زيەتريبت، ل قئ چالاكيئ دئ ئەف جورە پەيوەنديە بۇ تەروونبيت.

چالاسى 1

Exploring Inverse Variation

قەديتنا گوھورپنا بەرۇقاڭى

تيمەكا ديدەقانى دبهليئەكيدا بۇ چاندنا 500 داران بۇ شينكرنا جھەكى رويت، ھاتە دانان كۇ ھەر تيمەك دەھ داران د دەمژميرەكيدا بچينت.

1. چەند دەم پيڈقيت كۇ تيمەك بتنى ھەموو داران بچينت؟
2. چەند دەم پيڈقيت كۇ 50 تيم ب وى كارى رابن؟
3. چەند دەم بۇ 100 تيمان پيڈقيه؟
4. نەخشەيەكى بنقيسە، دەمئ پيڈقى ب دەمژميران (T) بيت و ژمارا تيمان (x) بيت، بۇ چاندنا ھەموو داران.

✓ خالا چاقديريئ

Inverse Variation گھوڑپنا بهرؤقاژی

هردو گوراو x ، y دگهل ئیکودو ب گھوڑپنهکا بهرؤقاژی دهینه گریدان دهی نهجامی لیکدانا هردووان یا نهگوربیت هه چهنده بهایی هردو گوراوان بهینه گھوڑپن. $xy = h$ دهی h ژمارهیهکا راستی بیت ژبلی سفری، و دبیزنی نهگوری گھوڑپنا بهرؤقاژی.

Constant of The Inverse Variation Relation

ئهف پهیوهندییه $xy = h$ ، رادگههینیت کو $h \neq 0$ و ههردو گوراو سفری ناوهرگرن. پهیوهندییه گھوڑپنا بهرؤقاژی یا بهری دهرپینی ژئهفی بنقیسینی دکته $y = \frac{h}{x}$.

چالاکسی 2

Exploring The Inverse

فهدیتنا نهخشهیا ههلهگهراو

1. ئهفی خشتی بنقیسه و تهمامبکه $y = \frac{1}{x}$

x	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5	6
y									
xy									

2. ل دووق شیوازهکی بگهری. دی بهایی (y) چ لیهیت دهی بهایی (x) زیدهبیت؟ دی بهایی

(y) چ لیهیت دهی بهایی (x) کیم ببیت؟

3. خالا ئیکی دووبارهبکه کو $y = \frac{2}{x}$ یا $y = \frac{4}{x}$. دی ته باوهری هه بیت کو شیوازی ته دهرئینای د

پرسیاریدا دی مینت یی دروست، دهی $y = \frac{3}{x}$ ؟ خالا ئیکی دووبارهبکه کو $y = \frac{3}{x}$.

4. دی چهوا $y = \frac{3}{x}$ هیته گھوڑپن کو $h > 0$ ، دهی بهایی x زیدهبین، و ههروهسا دهی کیم

بین؟

5. ههکه $y = \frac{h}{x}$ ، $h > 0$ ، ئهری دی چیبیت (x) بهایی سفری وهریکرت؟ ئهگهری دیاریکه.

شیکارکونا پرسیاران

خالهکا چافدیری

ههکه بهایی گوراوی x تهزانی و بهایی گوراوی y ئهوی بهرامبهری وی د پهیوهندییا گھوڑپنا بهرؤقاژیدا، قیجا تو دی دشیی نهگوری فی گھوڑپنی بزمیری و (y) پی گوراوی (x) وهک نهخشهیهک بنقیسی، و لسهر ئهفی شیوی $y = \frac{h}{x}$. بارا پتر بهایی هردو گوراوی x و y دپرسیاراندا د مووجهبن.

ههکه هردو گوراو x و y بهرؤقاژی بینه گھوڑپن، $y = 13.5$ دهی $x = 4.5$.

ا نهگوری گھوڑپنی دهرینه و هاوکیشهیا پهیوهندیی ئهوا x ، y پیکفه گریدهت بنقیسه.

ب بهایی y بوئهان بهایان دهرینه: $x = 0.5$ ، $x = 1$ ، $x = 1.5$ ، $x = 2$ ، $x = 2.5$.

شیکار

y	x
121.5	0.5
60.75	1
40.5	1.5
30.375	2
24.3	2.5

ا $h = xy = 4.5 \times 13.5 = 60.75$ قیجا تو دشیی،

$y = \frac{60.75}{x}$ بنقیسی.

ب بکارئینانا بزمیری، تو دشیی بهایی y دهرینی ئهوی

بهرامبهری بهایی x ئهوی دیارکری د پرسیاریدا. ئهف خشتی

بهرامبهری بهایی x و بهایی y ئهوی بهرامبهری وی دیارکته.

نمونه

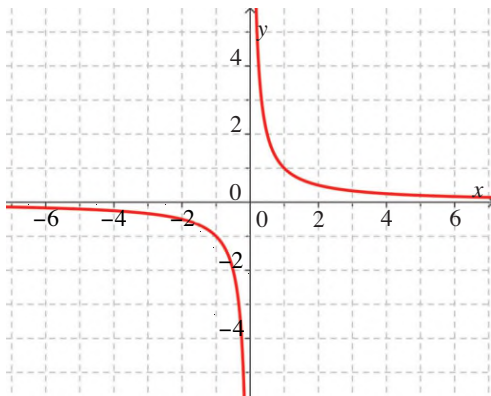
x و y دوو گۆرپاوین بهرۆقاژینه، $y = 120$ دهمی $x = 6.5$ نهگۆری گوهۆرپینی بینهدهر و هاوکیشا پهیوهندییا ل ناقبهرا x و y بنقیسه. پاشی بهایی (y) بههژمیره دهمی (x) فان بهاییان وهردگرت.

$x = 14$ $x = 12.5$ $x = 8$ $x = 4.5$ $x = 1.5$

Inverse Function **نهخشهیا ههلگهراو**

بهری چهندهکی ته هاوکیشهیا $y = \frac{h}{x}$ دیت، کو $h \neq 0$ ، پهیوهندییهکا گوهۆرپینا بهرۆقاژی ل ناقبهرا ههردوو گۆرپاوان x و y دهردبرت. ئەف پهوهندییا نهخشهیا (y) پی (x) دیاردکته. سادهترین جورئ قئ نهخشی ئەو نهخشهیه ئەوا کو نهگۆری گوهۆرپینی 1 بیت، و دئیتته نیاسین ب هاوکیشهیا $f(x) = \frac{1}{x}$.

Inverse Function **نهخشهیا ههلگهراو**
 نهخشهیا ههلگهراو ئەو نهخشهیه ئەوا ب هاوکیشهیا $f(x) = \frac{1}{x}$ دئیتته نیاسین.

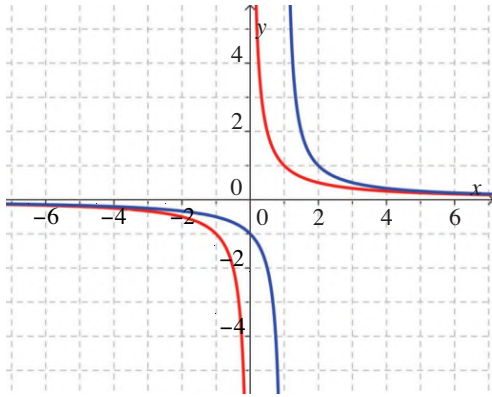


ئەف هیلکاری بهرامبهه نهخشهیا ههلگهراو دیار دکته. ههکه تو ب هووری بهرئ خو بدیهه هیلکاری روونکرنا قئ نهخشی، دئ تیپینیا فان خالان کهی:

1. تو دشئی بهایی y ئەوا بهرامبهه بهایی x دهربینی ههه چهند x بهاییان وهریگرت ژبلی سفری. بوارئ نهخشهیا ههلگهراو دبیتته کو مهلا ژمارین راستی ژبلی سفری.

2. ههه چهند بهایی x کیم ببین دئ بهایی y زیدهبن. ئەفه دهربرپینا وی چهندي دکته کو نهخشه بهرهف کیمبوونه.
3. دهمی بهایی گۆراوی (x) دمووجهب بن و زدببن، بهایی (y) دئ نیزیکی سفری بن و دئ مینن مووجهب. ئەفه دهربرپینا وی چهندي دکته کو (y) نیزیکی سفری دبیت ژلایی مووجهب ل دهمی x نیزیکی $+\infty$ دبیت.
4. دهمی بهایی گۆراوی (x) سالب بن و کیمببن، بهایی (y) دئ نیزیکی سفری بن و دئ مینن سالب. ئەفه دهربرپینا وی چهندي دکته کو (y) نیزیکی سفری دبیت ژلایی سالب دهمی x نیزیکی $-\infty$ دبیت.
5. y نیزیکی سفری دبیت دهمی بهایی روتی x هیدی هیدی زیدهبن. و دبیزن راستههیلی $y = 0$ ئانکو تهوهری x دهرکهناری ئاسویییه بو هیلکاری روونکرنا نهخشهیا ههلگهراو.
6. ههه چهند بهایی سالب گۆراوی (x) زیدهبن، دئ بهایی (y) کیمبن و دئ مینن سالب، و دئ بیزن (y) نیزیکی $-\infty$ دبیت دهمی (x) نیزیکی سفری دبیت ژلایی چهپی.
7. ههه چهند بهایی مووجهب گۆراوی x کیمببن. بهایی y دئ مینن مووجهب و دئ زیدهبن، و دئ بیزن (y) نیزیکی $-\infty$ دبیت دهمی (x) نیزیکی سفری دبیت ژلایی راستی.
8. بهایی روت یین (y) هیدی هیدی زیدهبن، دهمی بهایی روت یین x هیدی هیدی کیمببن، و دئ بیزن راستههیلی $x = 0$ ئانکو تهوهری (y) دهرکهناری ستونیه بو هیلکاری روونکرنا نهخشهیا ههلگهراو.

دئىك رووتەختى پۈتەنلىك ھىلكارى روونكرنا نەخشەيا ھەلگەراو ۋ ھىلكارى روونكرنا نەخشەيا $f(x) = \frac{1}{x-1}$ بىكىشە، ئەو چ جھگوھۆرکا ئەندازەبىيە كۆ ھىلكارى روونكرنا ئىكى بگوھۆرت بۇ ھىلكارى روونكرنا دووى؟



شىكار دوئەيى بەرامبەردا يا ديارە كو گوھۆرپن ژ ھىلكارى روونكرنا نەخشەيا ھەلگەراو بۇ ھىلكارى روونكرنا نەخشەيا دووى ب راکىشانەكا ئاسويى بۇ لايى راستى ب 1 يەكە ئەنجامدەت، تىبىنىي بگە كۆ راستەھىل $x = 1$ دىتە دەرکنارى ستوونى بو ھىلكارى روونكرنا نەخشەيا دووى، كو ئەو دىتە وئەنى دەرکەنارى ستوونى بى ھىلكارى روونكرنا نەخشەيا ھەلگەراو ب وى راکىشانە ئاسويى.

دئىك رووتەختى پۈتەنلىك ھىلكارى روونكرنا نەخشەيا ھەلگەراو ۋ ھىلكارى روونكرنا نەخشەيا $f(x) = \frac{1}{x+1}$ بىكىشە ئەو چ جھگوھۆرکا ئەندازەبىيە كۆ ھىلكارى روونكرنا ئىكى بگوھۆرپت بۇ ھىلكارى روونكرنا دووى؟

ھەولبەدە

راھىيان

بەردەوامبون د بىر كارىيدا

- 1 ھاوكىشەكى بنقىسە دەرپىنى ژ پىكقە گریدانا ھەردوو گۆراوان x ۋ y بگەت ب پەيوەندىيەكا بەرۇقاژى كو نەگۆرئ وى k بىت، ھاوكىشەيەكا دى بنقىسە ئەوى دەرپىت.
- 2 مەرەم ژ قى گوتنى چىيە كۆ پەيوەندى ل ناقبەرا لەزى ۋ دەمى گوھۆرىنەكا بەرۇقاژى، بەرسقا خو ب نمونەيەكى روونبەكە.
- 3 x ۋ y دوو گۆراوین بەرۇقاژىنە، $y = 3$ دەمى $x = 8$ ، چەوا بەھايى (y) دىنپەدەر دەمى $x = 2$ ؟

راھىنائىن ئاراستە كرى

x ۋ y دوو گۆراوین بەرۇقاژىنە، ھاوكىشەيەكى بنقىسە قى پەيوەندىيى بنوئنت.

- 4 $y = 12$ دەمى $x = 60$
- 5 $y = 3$ دەمى $x = 4$

ئەف خشتەيىن ل خواری بەھايىن گۆراوى (x) ۋ بەھايىن گۆراوى (y) ى بەرامبەر وان دياردكەت. ئەرى ھەردوو گۆراو بەرۇقاژى دەپنە گۆھورپن؟ ھويى بەرسقا خو روونبەكە، ئەوى ھاوكىشى بنقىسە كوھۆرىنا بەرۇقاژى بنوئنت (ھەكە ھەبىت).

60	20	15	4	x
2	6	8	30	y

7

4	3	2	x
6	8	12	y

6

75	25	15	5	x
3	9	15	45	y

9

5	4	3	2	x
7	8	9	10	y

8

کیز قان ھاوکیشەیان دەرپرینی ژ گوھۆرینا بەرۆقاژی دکەت ل ناقبەرا ھەردوو گوراوان x و y .

$\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ 13	$y = 10 - x$ 12	$y = \frac{-28}{x}$ 11	$xy = 400$ 10
$y = \frac{42}{x}$ 17	$x = y$ 16	$\frac{x}{5} = \frac{3}{y}$ 15	$x = 10y$ 14

ل راھینان 18 ھەتا 23، پەيوەندی ل ناقبەرا x و y پەيوەندییەکا بەرۆقاژییە.

$x = 12$	$x = 6$	$y = 8$	18
$x = 36$	$x = 12$	$y = 9$	19
$y = 4$	$x = 32$	$y = 3$	20
$y = -4$	$x = -8$	$y = 3$	21
$x = 2$	$x = -60$	$y = \frac{3}{5}$	22
$x = 27$	$x = 12$	$y = \frac{3}{4}$	23

24 ئەندازە: سیگوشەیکە کو رووبەری وئ

نەگوپیت، ئەو چ پەيوەندییە ناقبەرا بنکی وئ و بلنداھیا وئ گریدەت؟ ھەکە بلنداھیا سیگوشی 36cm بیت دەمی بنکی وئ 22cm بیت. ئەری دئ درێژیا بنکی وئ چەند بیت دەمی بلنداھیا وئ ببیتە 24cm؟

25 ئەندازە: لاکیشەیکە رووبەری وئ 36cm^2 ،

ئەری درێژیا لاکیشەیکە دئ چەند بیت کو ھەر ئەو رووبەرە ھەبیت و پانیا وئ 3cm بیت؟ دەمی رووبەری لاکیشەیی نەھیتە گوھۆرین، جوړی پەيوەندیی ل ناقبەرا درێژی و پانیا وئ دیاربکە.

26 میکانیک: پەيوەندی ل ناقبەرا لەزا زفراندنا

پەپکەکا ددانکری و ھەژمارا ددانین وئ، گوھۆرینەکا بەرۆقاژییە. لەزا پەپکەکا (20) ددان ھەبیت چەندە؟ ھەکە بزانی کو لەزا زفراندنا پەپکەکا خودان (16) ددان 500 خۆل بیت دئیک خۆلەکیدا.

گەشت: پەيوەندی ل ناقبەرا تیکراییی لەزا ھۆیکە فەگوھاستنی و دەمی پیدفی بو برینا دووریەکا دیارکری پەيوەندییەکا بەرۆقاژییە.

27 ریناسی دووراتیەک بری ب (6) دەمژمیران، و تیکراییی لەزاوی 80Km/h بوو. چەند دەم یئ پیدفیە بو برینا ئەوئ دووریی؟ ھەکە لەزا وی 90Km/h بیت؟

28 فرۆکەیکە پیدفی ب 2.7 دەمژمیرا ھەبە بو برینا دووریی ل ناقبەرا دوو باژیران ب تیکراییی $1\ 020\text{ km/h}$ فرۆکی پیدفی ب چەند دەمی ھەبە بو برینا وئ دووراتیی، ھەکە تیکراییی لەزا وی 810 km/h بیت.

گریدان



29 **فیزیا** پەيوەندیەکا گوھۆرینا بەرۆقنازی ل ناڤهرا درێژیا شەپۆلەکی ژ شەپۆلین رادیوی و لەرەلەرین وئ هەیه، درێژیا شەپۆلەکی کۆ لەرەلەرا وئ $2000Kh$ بیت چەندە، هەکە تو بزانی کۆ لەرەلەرا شەپۆلەکا درێژیا وئ $200m$ بیت دگەهیتە $3000kh$.

30 **موسیقیا** ب لەرزینا ژییی عۆدەکی، دەنگەك پەیدادبیت. پەيوەندیەکا گوھۆرینا بەرۆقنازی ل ناڤهرا لەرەلەرین ژیی و درێژیا وئ گرێدەت. درێژیا ژییەکی کۆ لەرەلەرا وئ 370 جار بیت د چرکەکیدا چەندە؟ هەکە تو بزانی کۆ لەرەلەرین ژییەکی ب درێژیا $28cm$ دگەهیتە 518 لەرەلەرە دچرکەکیدا؟

لینیرینەك بۆ پاش

هەر برەکی ب تۆنەکا مۆوجەب بنقیسە.

$$\begin{array}{lll} \left(\frac{x}{y}\right)^{-2} & \text{33} & ab^{-3} & \text{32} & x^{-1} & \text{31} \\ & & [(x^{-3})^{-2}]^{-3} & \text{35} & y^{-2}b^3c^{-5}d & \text{34} \end{array}$$

پۆتانی سەری برگەیی هاوتا و هاوکیشەیا تەوهری وئ دیاریکە.

$$\begin{array}{lll} y = -x^2 - 5x + 6 & \text{38} & y = x^2 + 2x - 3 & \text{37} & y = -3x^2 + 5 & \text{36} \\ y = 2x^2 - 3x + 2 & \text{41} & y = x^2 + x + 1 & \text{40} & y = x^2 + 2 & \text{39} \end{array}$$

پلەیا قی رادەدارئ چەندە؟

$$\begin{array}{lll} -5x^3 - x^4 + 1 & \text{44} & 2 - 5x + 7x^2 - x^3 & \text{43} & 3x^5 - 2x^4 + x^2 - 1 & \text{42} \end{array}$$

لینیرینەك بۆ پیش

45 خشتەیهکی بۆ بهایین نەخشەیا $f(x) = \frac{1}{x+2}$ دروستبکە ب پێدانا بهاییان بۆ x ژ -3 هەتا -1 ، ب پلەدارکرنەکی، هەر پینگاقەکا وی بگەهیتە 0.1 . ئەقئ خشتئ بۆ دیارکرنە بهایین (y) بکاربێنە دەمی بهایین (x) نیزیکی -2 دبن.



بۆجی

نەخشەییڭ رېژەیی بۆ نواندا گەلەك پەيوەندیان د ژياندا بكاردين. گەلەك جارن ئەقى نەخشەیی بۆ شىكاركرنا پرسىارين ب بەرھەمى ئاويته گريداي دئپته بكارنينان.

ئارمانج

- نەخشەییڭ رېژەیی دى نياسين و بەھايين وان دى ھەژميرين.
- ھىلكارى روونكرنا نەخشەيا رېژەیی دى كيشن و بواري وى و ھاوكيشا دەرکەناري وى دى دياركەن.

ئاسول تاقىگەھەكا كىمىيايى كار دكەت. گەلەك جارن كاري وى پيدقى ب راستقەكرنا رېژەيا خويى دئاويتهكيدا ھەيە. ئاسو دشيت نەخشەيەكا رېژەيا بكاريننت بۆ نواندا خويى د ئاويتهكيدا.

1 نونە

جيبەجى كردن
كىمىيا

لنك ئاسو 65 ml ژ ئاويتهيەكى كو رېژەيا خويى 10% ھەيە. x ml ژ ئافا دلوپكرى كرە دئافا بۆ دەستقەئنانا ئاويتهكى نوو.

ا نەخشەيەكى بنقىسە كو رېژەيا خويى دئاويتهيى نوو دا (s) پيى برى ئافا دلوپكرى (x) ئەوا ھاتىە زيدهكرن بنويننت.

ب رېژا خويى دئاويتهى نوودا چەندە؟ دەمى ئاسو 100 ml ژ ئافا دلوپكرى بکەتە دئافا؟

شىكار

ا برى خويى دئاويتهيى بنەرەتدا چەندە:

$$10\% \times 65 = 6.5$$

خويى ← $\frac{6.5}{65}$
ئاپتە ←

برى خويى د ئاويتهيى نوودا:

زيدهكرنا x ml ژ ئافا دلوپكرى

$$\frac{6.5}{65+x}$$

خويى ← $\frac{6.5}{65+x}$
ئاويته ←

نەخشەيا رېژا خويى د ئاويتهيى نوودا:

$$c(x) = \frac{6.5}{65+x}$$

ب بۆ ھەژمارتتا رېژا خويى پشتى زيدهكرنا 100 ml ژ ئافا دلوپكرى، بەھايى نەخشى كو x = 100 بەھژميرە.

$$c(100) = \frac{6.5}{65+100} \approx 0.039 \quad 3.9\%$$

بري ريڙهي Rational Expression ريڙهي ل ناقبرهرا دوو رادهداران. نهخشهيا ريڙهي
 Rational Function دهٿه پيناسهڪرن پي بري ريڙهي. نهخشهيا $c(x) = \frac{6.5}{65+x}$ د نمونهيا 1 دا،
 نهخشهيا ريڙهيا پي بري ريڙهي $\frac{6.5}{65+x}$ يا پيناسهڪريه.
 ٿري نهخشهيا $f(x) = \frac{x^2+2}{|x|}$ نهخشهيا ريڙهيا؟ روينبڪه.
 نهخشهيا هلهگهراو $f(x) = \frac{1}{x}$ سادهترين نهخشهيا ريڙهيا. دوانين بووريدا بهايي نهخشي نهدهاته
 ههژمارتن ههڪه $x=0$. ب شيويهڪي گشتي، بواري نهخشهيا ريڙهي دبته ههموو ژمارهين
 راستي ژبلي وان ژماران ٿوين زيڙهي دڪنه سفر. ٿو ژمارين زيڙهي دڪنه سفر دبڙني ژمارهين
 قهدهغڪري بو گوراوي x .

2 نمونه

بواري قي نهخشهيا دياربڪه $f(x) = \frac{x^2-12x+12}{x^2+9x+20}$.

شيكار

دهستپبڪه ژ بهايين قهدهغڪري بو x ٿو ٿي ب دهريئانانا رهگين هاوڪيشه $x^2 + 9x + 20 = 0$

$x^2 + 9x + 20 = 0$

$(x+4)(x+5) = 0$

$x = -4$ يا $x = -5$

قيجا بواري نهخشي دبته ههموو ژمارين راستي ژبلي 4- و 5-.

ههولبده

بواري قي نهخشهيا دياربڪه $f(x) = \frac{3x^2+x-2}{x^2+2x-3}$.

دهرڪنارين ستووني Vertical Asymptotes

ل بيرا خو بينه كو نهخشهيا هلهگهراو دهرڪناري ستووني ههيه هاوڪيشا وي $x=0$ ، ودهركنارهڪي
 ٿاسوي ههيه هاوڪيشا وي $y=0$. ب شيويهڪي گشتي، چيدبيت نهخشهيا ريڙهي دهرڪنارين
 ٿاسوي و دهرڪنارين ستووني ههبن. و ٿهف چهنده دقي چالاڪيڊا دي دياربيت.

چالاڪي

Exploring Vertical Asymptotes قهديتنا دهرڪنارين ستووني

1. ٿهقي نهخشهيا بڪاربينه $y = \frac{1}{x-2}$.

ا ٿهقي خشتهي بنقيسه، و بژميري بڪاربينه بو تهمامڪرنا وي.

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
y										

ب ٿهقي خشتهي بنقيسه، و بژميري بڪاربينه بو تهمامڪرنا وي.

x	3	2.9	2.8	2.7	2.6	2.5	2.4	2.3	2.2	2.1
y										

2. توچ دبیژنی بۆ (y) دەمی (x) نۆزیکى ژماره 2 دبیت ژ لایى چهی نۆزیکتر ونۆزیکتر دبیت بۆ ژماره 2؛ توچ دبیژنی بۆ y دەمی x نۆزیکى 2 دبیت ژ لایى راستى و نۆزیکتر ونۆزیکتر دبیت بۆ ژماره 2؛ توچهوا پۆشبینى دکهى بۆ بهایى y ههکه x بهایى 2 وهربگریت؟
3. قیگاقى نهخشهیا $y = \frac{1}{x+3}$ بکاربینه. بژمیری بکاربینه بۆ هژمارتنا بهایین y دەمی x نۆزیکى ژماره 3- دبیت ژ لایى چهی؛ پاشى ژ لایى راستى ب وهرگرتنا بهایین نۆزیکتر و هیشتا نۆزیکتر. توچهوا پۆشبینى دکهى بۆ بهایى (y) ههکه (x) بهایى 3- وهربگریت؟

ئهو ژمارین راستى ئهوین دبنه ئهگهرى نه پیناسهکرنا نهخشهیین ریژهیى دبیزنی ژمارین قهدهغهکری **Excluded Values** بۆ وئ نهخشى.

بوارى نهخشهیا ریژهیى دبیته ههمو ژمارین راستى ژبلى ژمارین قهدهغهکری بۆ وئ نهخشى.

$$y = \frac{x+3}{x^2-x-6}$$

بهایین قهدهغهکری یین قى نهخشهیی

چیدبیت نهخشهیهکا ریژهیى دهرکه نارهکی ستوونى هه بیت ل نک ژمارهیهکا قهدهغهکری، مهرجین ههبوونا وهکی قى دهرکه نارى ل خوارى دیاردبیت.

دهرکنارى ستوونى Vertical Asymptotes

ههکه $x = a$ کۆلکهک بیت ژ کۆلکین ژیرا نهخشهیهکا ریژهیى بى ئهو ببیته کۆلکهک ژ کۆلکین سهرى وئ، دى راستههیللى $x = a$ بیته دهرکنارهکی ستوونى بۆ وئ نهخشى.

ههمو دهرکنارین ستوونى بۆ نهخشهیا $y = \frac{2x}{x^2-1}$ دیاربکه

شیکار بۆ دیارکرنا دهرکنارى ستوونى ژیرهى شیتهلبکه.

$$y = \frac{2x}{x^2-1} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

ههر دوو ژمارین قهدهغهکری: -1 و 1 ، و چونكى چ ژ

ئهو ان کۆلکین سهرى نینن قیجا ههر دوو راستههیل

$x = -1$ و $x = 1$ دوو دهرکنارین ستوونینه بۆ نهخشهیی.

هیلکاری روونکرنا نهخشهیا $y = \frac{2x}{x^2-1}$ بکارئینانا

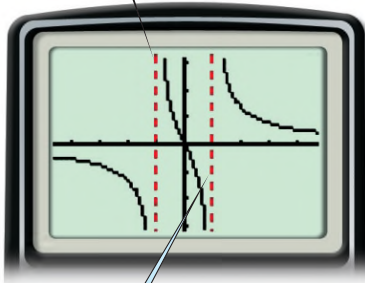
بژمیرا روونکرنى بکیشه. و دیاربکه کۆ ههر دوو راستههیل

$x = -1$ و $x = 1$ دوو دهرکنارین ستوونینه بۆ نهخشى.

ساخبکه: هیلکاری روونکرنا نهخشهیا $y = \frac{2x}{x^2-1}$ بکارئینانا بژمیرا روونکرنى بکیشه.

و دیاربکه کۆ ههر دوو راستههیل $x = -1$ و $x = 1$ دوو دهرکنارین ستوونینه بۆ نهخشى.

دهرکه نارى ستوونى
 $x = -1$



دهرکه نارى ستوونى
 $x = 1$

نموونه

3

ههمو دهرکنارین ستوونى بۆ ئهقى نهخشهیی $y = \frac{x}{x^2+5x+6}$ دیاربکه

ههولبده

نهخشهیهکا ریژهیى کۆ سهرى وئ 1 بیت بنقیسه دەمی ههر دوو راستههیل $x = 2$ و $x = -2$ دوو دهرکنارین ستوونى بن بۆ وئ.

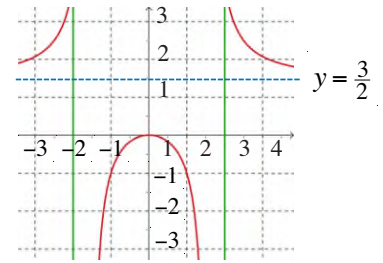
خالهکا چاقدیری ✓

Horizontal Asymptotes

دەركنارین ئاسۆی

دئ نەخشەیا $y = \frac{3x^2}{-5+2x^2}$ وەرگري بۆ دياركرنا دەركنارین ئاسۆی بۆ نەخشەیاكا ریزهیی. د
وینەیدا راستههیلی $y = \frac{3}{2}$ دەركنارهکی ئاسۆییه بۆ نەخشەیی.

ئەف هەردوو خشتهیپن ل خواری دياركهن كۆ بهایی (y) نیزیکی $\frac{3}{2}$ دبیت دەمی بهایی x ژ
سفری دوور بکهفیت بهرف $+\infty$ یان $-\infty$.



$$y = \frac{3x^2}{-5+2x^2}$$

x	y
-10	1.5385
-20	1.5094
-30	1.5042
-40	1.5023
-50	1.5015
-60	1.501
-70	1.5008

بهایین x ژ سفری
دوور دکهن
بهرف $-\infty$

نیزیکیبونا
بهایی y بۆ $\frac{3}{2}$

نیزیکیبونا بهایی y
بۆ $\frac{3}{2}$

x	y
10	1.5385
20	1.5094
30	1.5042
40	1.5023
50	1.5015
60	1.501
70	1.5008

بهایین x ژ سفری
دوور دکهن
بهرف $+\infty$

دەمی سەرە و ژیرهپین نەخشەیاكا ریزهیی هەمان پله هەبیت. تۆ دشیی کولکی سەرەکی یی هەر
ئیکی ژ ئەوان (3 بۆ سەرە و 2 بۆ ژیره) بکاربینی بۆ نفیسینا هاوکیشەیا دەركناری ئاسۆی بۆ بو
نەخشەیی، و ئەو دبته $y = \frac{3}{2}$.

Horizontal Asymptotes دەركنارین ئاسۆی

- دەمی پلهیا سەرە بچووکتربیت ژ پلهیا ژیرهیی، راستههیلی $y = 0$ دئ بیتە دەركناری
ئاسۆی بۆ نەخشەیی.
- دەمی پلهیا سەرە مەزنتربیت ژ پلهیا ژیرهیی، دەركنارین ئاسۆی بۆ نەخشەیی نابن.
- دەمی سەرە و ژیره هەمان پله هەبیت، و m کولکی سەرەکی یی سەرە بیت و n کولکی
سەرەکی یی ژیره بیت، دئ راستههیلی $y = \frac{m}{n}$ بیتە دەركناری ئاسۆی بۆ نەخشەیی.

هەموو دەركنارین (ئاسۆی و ستوونی) بۆ نەخشەیا $y = \frac{x}{x^2-2x-3}$ دياربکه.

4

نموونه

شیکار

1. ژیره شیتەلبکه بۆ دياركرنا دەركنارین ستوونی.

$$y = \frac{x}{x^2-2x-3} = \frac{2x}{(x-3)(x+1)}$$

چونکی چ کولکین ژیرهیی نە کولکین سەرەینە، قیجا نەخشەیی

دوو دەركنارین ستوونی هەنە ئەو ژی هەر دوو راستههیلن

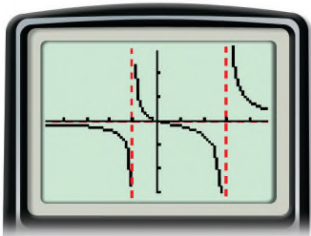
$$x = -1 \text{ و } x = 3$$

2. چونکه پلهیا سەرە بچووکتربیت ژ پلهیا ژیرهیی، قیجا نەخشەیی

بتنی دەركنارهکی ئاسۆی هەیه ئەو ژی راستههیلی $y = 0$.

ساخبکه

بژمیرا روونكرنی بۆ كیسانا هیلکاری روونكرنا نەخشەیا $y = \frac{x}{x^2-2x-3}$ بکاربینە و دەركناران
دياربکه.



بکارئینانا دهرکناران بو کیشانا هیلکاری روونکرنی

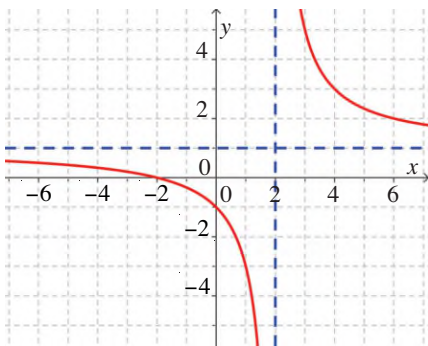
Using Asymptotes to Graph

د نمونهیا 5 دا دی فیری چهوا دهرکناران بکاربینی بو کیشانا هیلکاری روونکرنا نهخشهیهکا ریژهیی.

هیلکاری روونکرنا نهخشهیا $y = \frac{x+2}{x-2}$ بکیشه ب دیارکرنا هموو دهرکناران.

نمونه

شیکار هاوکیشهیین دهرکناران بنقیسه و پاشی وینهیین وان بکیشه. ئیک دهرکناری ستوونی هیهه کو هاوکیشهیا وی $x = 2$ وئیک دهرکناری ئاسویی هیهه کو هاوکیشهیا وی $y = 1$ ، خشتهیهکا بهایان دروستبکه بو دیارکرنا وان خالین دکهقنه سهر هیلکاری روونکرنا نهخشهیی.



x	-1	0	1	3	4	5
y	$-\frac{1}{3}$	-1	-3	5	3	$2\frac{1}{3}$

پاشی وان خالان لسهر رووتهختی پووتانی دیاربکه، پاشی وینهی بکیشه ب گهاندنا ناقهرا وان خالان ل ههرلایهکی ب چه ماوهیهکی گونجای.

راهینان

بهردهوامبوون د بیر کارپیدا

- 1 دئ چهوا ژمارین قهدهغهری لسهر نهخشهیهکا ریژهیی دیارکهی؟
- 2 دئ چهوا زانی کو کولکهی $x - a$ یی ژیرهی نهخشهیهکا ریژهیی دهرکنارهکی ستوونی بو وی دیاردکته بیان نه.
- 3 چهوا دهرکناران بو وینهکیشانا هیلکاری روونکرنا نهخشهیا $y = \frac{x-5}{x-3}$ دئ بکارئینی؟

راهیناتین ئاراسته کری



- 4 **کیمیا** ههکه ئهم قهگهرینه پرسیارا ریژهیا خویی د دستپیکا وانیدا، هاوکیشهیا وی نهخشی ئهوا ریژا خویی د ئاویتیهیی نوودا دیاردکته بنقیسه، ههکه ئاسو x ml ژ ئاقا دلویکری ل 90 ml ئاویتیهیهکی زیدهکر کو ریژهیا خویی 15% بیت.
- 5 بوارئ نهخشهیی $f(x) = \frac{2x^2-5}{x^2-7x+12}$ دیاربکه.

ریژهیا خویی ل ئاویتیهیی نوو دئ چهند بیت دهمی ئاسو 50 ml ئاقا دلویکری زیدهبکته لسهر ئاویتیهیی بنهپهتی.

هموو دهرکنارین نهخشی دیاربکه.

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x^2-5x+6} \quad 8$$

$$f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2-9} \quad 7$$

$$f(x) = \frac{3x-1}{4x^2-9} \quad 6$$

هیلکاری روونکرنا نهخشهیا $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ بکیشه ب دیارکرنا هموو دهرکناران. 9

راهیان و بجهئنان

ئەرى ئەف نەخشەىه رېژەىهە يان نە؟ دەمى يا رېژەىى بىت، بوارى دياربكه. و ههكه نە رېژەى بىت هوپى وى روونبكه.

$$f(x) = \frac{x+2}{2x} \quad 11 \qquad f(x) = \frac{x}{2x-7} \quad 10$$

$$f(x) = \frac{x}{(2x-7)(x+3)} \quad 13 \qquad f(x) = \frac{1}{x^2} \quad 12$$

$$f(x) = \frac{|x^2-4|}{|x+2|} \quad 15 \qquad f(x) = \frac{5^x}{x^5} \quad 14$$

هه موو دەرکنارین نەخشەىین رېژەىى دياربكه.

$$f(x) = \frac{x+2}{2x^2} \quad 17 \qquad f(x) = \frac{3x+5}{x-2} \quad 16$$

$$f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2+5x+6} \quad 19 \qquad f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-4x+4} \quad 18$$

$$f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2+x-2} \quad 21 \qquad f(x) = \frac{x^2-16}{4-5x+x^2} \quad 20$$

بواری و دەرکنارین فان نەخشەىان دياربكه، پاشى هيلكارى روونكرنى بو وان بکيشه بكارئینانا بزمیرا روونكرنى.

$$f(x) = \frac{2x}{2x(x-5)} \quad 23 \qquad f(x) = \frac{2x-2}{2x+2} \quad 22$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+4x-21} \quad 25 \qquad f(x) = \frac{(3x-1)(x+2)}{x+2} \quad 24$$

$$f(x) = \frac{7x+8}{x^2-10x+25} \quad 27 \qquad f(x) = \frac{3x-1}{9x^2-36} \quad 26$$

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4} \quad 29 \qquad f(x) = \frac{5x^2+1}{5x^2+3} \quad 28$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^3-27} \quad 31 \qquad f(x) = \frac{x(x^2-4)}{x^2-7x+6} \quad 30$$

وان نەخشەىین رېژەى بنقیسه كو ئەف دەرکناره ههبن.

$$y=0 \text{ و } x=-2 \quad 33 \qquad y=3 \text{ و } x=2 \quad 32$$

$$y=-1 \text{ و } x=-3 \text{ و } x=2 \quad 35 \qquad y=2 \text{ و } x=-1 \text{ و } x=1 \quad 34$$

بهايى b د $f(x) = \frac{1}{x^2-3x+a}$ دا دياربكه، دەمى نەخشى بئنى ئىك دەرکنار هه بىت. دەمى

نەخشەىى دەرکنار نە بىت بهايى b دياربكه.

ئەندازه ب ههقكاريا لاكيشهيا بهرامبه. 37

$$2x+1$$



أ نەخشەىا رېژەى بنقیسه كو رېژا چپوهى بو رووبهري بنوونت. 38

ب دقيت بهايين x چەند بىت؟ دا ههژمارتئا چپوه و رووبهري دشاندا بىت.

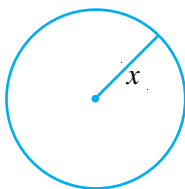
بواری وى نەخشەىا تە نقىسى دياربكه.

ئەندازه: ل بازنا بهرامبه. 38

أ نەخشەىا رېژەى بنقیسه كو رېژا چپوهى بو رووبهري بنوونت.

ب دقيت بهايين x چەند بىت؟ دا ههژمارتئا چپوه و رووبهري دشاندا

بىت بواری ئەوى نەخشا تە نقىسى دياربكه.



به رنگارى

گریدان

39 **کيميا** دېړنې $x \text{ ml}$ ژ ئاڤا دلۆپکری زېدهکر لسەر 72 ml ئاویتهیهکی کو ریژا خویې تېدا 8% .



ا) نهخشهیهکا ریژهی بنقیسه کو ریژهیا خوییا ئاویتهیهی نوو بنوینت.

ب) ریژهیا خوییا ئاویتهیهی نوو چهنده، بۆ

زانین کو دېړنې 720 ml ژ ئاڤا

دلۆپکری لسەر زېدهکر بیت.

40 **ئابووری** ئارازی بازارهکی فرۆتئا گولان

ههیه. خهرجیا نهگۆرا بازاری 950 هزار

دینارن دهفتییدا، و خهرجیا دهستکی

گۆلان 42.45 هزار دیناره.

ا) نهخشهیا g ئهوا دبیته خهرجیا گشتی

ددهمی هفتیهکیدا بنقیسه، ههکه

بازاری x دهستکین گۆلان فرۆتیبیت.

ب) نهخشهیهکی بنقیسه کو خهرجیا گشتی

بۆ ههر دهستکهکی گۆلان د ماوی هفتیهکیدا بنوینت.

41 **فیزیا** ههر چهند مروّف بلندبیت د بوشاییدا دی کیشا وی کیمبیت.

زانایان پهیوهندی ل ناقبهرا کیشا مروقی لسەر رویی ئهردی W_0 وکیشا وی د بوشاییدا ل

$$W(h) = W_0 \left(\frac{6400}{6400+h} \right)^2$$

بلنداها h کیلۆمهتران دیارکریبوو کو دبیته

ا) نهخشهیا w نهخشهیهکا ریژهیه. ئهوی روونبکه.

ب) کیشا مروقی لسەر رویی ئهردی 75 Kg، خشتهیهکی دروستبکه کوکیشا مروقی ل

بلنداها 10Km و 20Km و 100Km بنوینت.

ج) ل کیژ بلنداھیی کیشا مروقی دی بیته نیقا کیشا وی لسەر رویی ئهردی؟

لینیرینهك بۆ پاش

شیکاریکه.

$|x+5| \geq 7$ 43 $|5x-6| > 2$ 42

$\left| \frac{3}{2} - \frac{5}{2}x \right| \geq -\frac{7}{2}$ 45 $\left| \frac{3}{2} - \frac{5}{2}x \right| \leq \frac{7}{2}$ 44

ههر برهکی لسەر شیوهیی گشتی یی برهیی دوو جایی $ax^2 + bx + c$ بنقیسه.

$(4-5x)(x-9)$ 48 $(3x-1)(6x-7)$ 47 $-12x(3x-2)$ 46

$-4(x-3)^2$ 51 $(3x-4)(3x+4)$ 50 $(x-5)(2x+3)$ 49

ههر برهکی شیکاریکه.

$9x^2 - 49$ 54 $1 - 25y^2$ 53 $3x^2 - 6x$ 52

$x^2 - 16x + 64$ 57 $x^2 + 12x + 36$ 56 $x^2 - 5x - 24$ 55

لینیرینهك بۆ پیش

ههر برهکی ب سادهترین شیوه بنقیسه.

$\frac{x^2+4x+4}{x+2}$ 60 $\frac{x^2}{x}$ 59 $\frac{9}{3}$ 58

ليكدان و دابه شكرنا برين ريژهي

Multiplying and Dividing Rational Expressions

وانهيا 3

نارمانج

- ليكدان و دابه شكرنا برين ريژهي، نهجامدهن.
- نقيسنا برين ريژهي ب ساده ترين شيوه.

بوچي

شيكاركرنا هندهك پرسياران پيدفي ب ليكدان و دابه شكرنا برهين ريژهي ههيه، وهك تيچوون و داهاتي ناھنگهكا خيرخوازيي بو كومكرنا يارمه تيي.



ب ههلكهفتا نيزيكبوونا ههيفا رهمزانا پيروز قوتابخانهكا، نامادهي رابوو بكيپانا ناھنگهكا خيرخوازيي بو خرپهكرنا چهند پارهي، و پاشي بهلافكرنا وي لسره ههژاران. قوتابيي نهف ناھنگه ريكخستين برپاردان بو نامادهكرنا شالان دا بفروشنه ميقدانداران. ب مەرما ههژمارتنا پارين داهاتي ژ ناھنگي، نهف ريژه وان بكارئينا:

نرخي فروتنا ئيك شال

تيچوويا نامادهكرنا ئيك شال

قوتابي گههشتنه وي چهندي كو بهايي بهرهمي x شالان دبته $0.8x + 25$ قيچا وان برپاردا كو بهايي هر شالهكي 3 هزار ديناربت. دقيت چهند شال بهينه فروتن داريزا نخي ئيك شال بو تيچوويا نامادهكرنا ئيك شالي ژ 1.5% كيتر نهبيت. بو بهرسفدانا في پرسيار، دي برهكي ريژهي نقيسي و سادهكي.

جهننان

كارين خيرخوازيي

Simplifying Rational Expressions

سادهكرنا برهين ريژهي

بو سادهكرنا برهكي جهبري، سهره و زيژهي دابه شبكه لسره مهنترين كولكهي هاوبهشي هر دووان، دقي بارهيدا دبزن نهف بر ب ساده ترين شيويه.

نهفي بري $\frac{x^2+5x-6}{x^2-36}$ ب ساده ترين شيوه بنقيسه.

شيكار

سهره و زيژهي شيتهلبكه.
سهره و زيژهي دابه شي كولكي هاوبه شبكه.

$$\begin{aligned}\frac{x^2+5x-6}{x^2-36} &= \frac{(x+6)(x-1)}{(x-6)(x+6)} \\ &= \frac{-(x+6)(x+1)}{(x-6)(x+6)} \\ &= \frac{x-1}{x-6}\end{aligned}$$

بهري خو بدی كو ههردو ژماره 6 و -6 دبنه ژمارين قهدهغكري بو بري بنهپتي.

نموننه

1

نهف برهبي $\frac{b^2-49}{b^2-8b+7}$ سادهبكه.

ههولبده

لیکدانا دوو برین ریژہی وہکی لیکدانا دوو ژمارین ریژہینہ.

لیکدانا برین ریژہی

$$\frac{15}{x^2} \times \frac{4x^4}{21} = \frac{3 \times 5}{x^2} \times \frac{4x^4}{3 \times 7} = \frac{20x^2}{7}$$

لیکدانا ژمارین ریژہی

$$\frac{15}{4} \times \frac{14}{9} = \frac{3 \times 5}{4} \times \frac{2 \times 7}{9} = \frac{35}{6}$$

ب سادہترین شیوہ بنقیسہ.

$$\frac{3}{4x^2} \times \frac{4x^3}{21} \times \frac{14}{4x^5}$$

شیکار

$$\frac{3}{4x^2} \times \frac{4x^3}{21} \times \frac{14}{4x^5} = \frac{3 \times 4 \times 2 \times 7}{4 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2} \times \frac{x^3}{x^4} = \frac{1}{2x^4}$$

2 نمونہ

ہولبده ئەقی بری $\frac{28}{4b^3} \times \frac{4b^5}{21} \times \frac{3}{49b^4}$ ب سادہترین شیوہ بنقیسہ.

بۆ لیکدانا دوو برین ریژہی، یاسایین لیکدانا کەرتان بکاربینە.

$$d \neq 0 \quad b \neq 0 \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

تۆ دشی ئەنجامی لیکدانی سادەبکە ب ژبیرنا کۆلکین ھاوبەش دناقبەرا سەر و ژبیرەیدا.

ههولبده

ب سادہترین شیوہ بنقیسہ.

$$\frac{x+1}{x^2+2x-3} \times \frac{x^2+x-6}{x^2-2x-3}$$

شیکار

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{x^2+2x-3} \times \frac{x^2+x-6}{x^2-2x-3} &= \frac{x+1}{(x+3)(x-1)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+1)} \\ &= \frac{x-2}{(x-1)(x-3)} = \frac{x-2}{x^2-4x+3} \end{aligned}$$

3 نمونہ

ہولبده ئەقی بری $\frac{x^2-25}{x^2-5x+6} \times \frac{x^2-4}{x^2+2x-15}$ ب سادہترین شیوہ بنقیسہ.

دلیری بری $\frac{2x+3}{5y+3}$ کورتکر ب فی شیوہی $\frac{2x}{5y}$ ئەری ئەقە یا دروستە یان نە؟ روونبکە.

هزرەکا رەخنەگر

دابەشکرنا دوو برین ریژہی وہکی دابەشکرنا دوو ژمارین ریژہینہ.

دابەشکرنا برین ریژہی	دابەشکرنا دوو ژمارین ریژہی
$\frac{6}{x^3} \div \frac{12}{x^5} = \frac{6}{x^3} \times \frac{x^5}{12} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x^2$	$\frac{6}{8} \div \frac{12}{32} = \frac{6}{8} \times \frac{32}{12} = \frac{6}{8} \times \frac{32}{12} = \frac{4}{2} = 2$

بۆ دابەشکرنا برەکی ریژہی لسەر برەکی دی، بری ئیکی

$$d \neq 0 \quad c \neq 0 \quad b \neq 0 \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

تۆ دشی ئەنجامی لیکدانی سادەبکە ب ژبیرنا کۆلکین ھاوبەش دناقبەرا سەر و ژبیرەیدا.

نمونہ 4

بریں $\frac{x-4}{(x-2)^2} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2-4}$ سادہ بکھ.

شیکار

دگھل ھلگھراوی لیکبده

کولکھ یین ھاوبھش ژیبھ

$$\begin{aligned} \frac{x-4}{(x-2)^2} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2-4} &= \frac{x-4}{(x-2)^2} \times \frac{x^2-4}{x^2-3x-4} \\ &= \frac{x-4}{(x-2)(x-2)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-4)} \\ &= \frac{x+2}{(x-2)(x+1)} \text{ یان } \frac{x+2}{x^2-x-2} \end{aligned}$$

ھولبده

بریں $\frac{(x+3)^2}{(x-5)} \div \frac{x^2-9}{x^2-8x+15}$ سادہ بکھ.

ئارامی ئف بره $\frac{1}{x-5} \div \frac{x-5}{7} = 1 \div 7 = 1 \times \frac{7}{1} = 7$. ب قی شیوهی کورتکر. ئه ری ئف ھاوبھش ډروسټه؟ روونبکھ.

ھزکرنه کا رھخنه گر

شیکار کرنا پرسپاران

تو دکاری ھیلکاری روونکرئی بکاربینی دا بزانی کا راده داره ک شیتله دبیت یان نه. دا بزانی کا ئف راده داره $x^2 - x + 1$ شیتله دبیت یان نه، ھیلکاری روونکرنا نه خشه یا

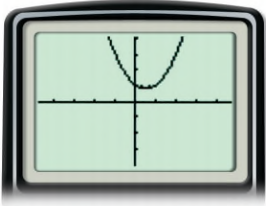
$y = x^2 - x + 1$ بکیشه، و ساخبکھ کا ئه ھیلکاره ته وهری ئیکئی

(ته وهری x) دبرت یان نه. چونکی ئف ھیلکاره ته وهری ئیکئی نابرت

قیجا نه خشه یا $x^2 - x + 1$. ھیچ سفره ک نینه د کوملا ژمارین

راستیدا وشیتله نابیت. و ژقی دیار دبیت کو بری ریژہ

سادتر نابیت $\frac{x-4}{x-1} \times \frac{x^2-x+1}{x^2}$



Complex Rational Expressions

برین ریژہ یین ئالوز

برین ریژہ یین ئالوز ئه برین ریژہ یینہ کو سره یان ژیرہ یی وان یان ھردوو برین ریژہ یی بخوقه دگرن

بریں $\frac{4a^2-1}{\frac{a^2-4}{2a-1} \div \frac{2a-1}{a+2}}$ سادہ ترین شیوه بنقیسه.

شیکار

سهری دابه شی ژیرہ یی بکھ.

یی ئیکئی دگھل ھلگھراوی دووی لیکبده

شیتله بکھ

کولکھ یین ھاوبھش کورتبکھ

$$\begin{aligned} \frac{4a^2-1}{\frac{a^2-4}{2a-1} \div \frac{2a-1}{a+2}} &= \frac{4a^2-1}{\frac{a^2-4}{2a-1}} \div \frac{2a-1}{a+2} \\ &= \frac{4a^2-1}{\frac{a^2-4}{2a-1}} \times \frac{a+2}{2a-1} \\ &= \frac{(2a-1)(2a+1)}{(a-2)(a+2)} \times \frac{a+2}{2a-1} \\ &= \frac{(2a-1)(2a+1)(a+2)}{(a-2)(a+2)(2a-1)} \\ &= \frac{2a+1}{a-2} \end{aligned}$$

ھولبده

برہ یی $\frac{(x+2)^2}{x-3}$ سادہ بکھ.

ھزکرنه کا رھخنه گر

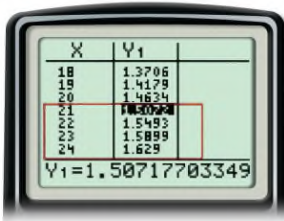
ھه ژمارتنا ھزری بکاربینه بو سادھ کرنا بری $\frac{x+y}{x-y} \cdot \frac{x-y}{y+x} \cdot \frac{y+x}{y-x}$

هەكە ئەم قەگەرئینە پرسیار ل دەستپێكا وانى هاتى، قوتابى پېدقى فرۆتتا چەند شالانە بۆ وئى چەندى كۆ ریزەيا نرخی شالەكى بۆ بهایی تیچوويا ئامدەكرنا شالەكى كیتر نهبيت ژ 1.5 ؟

شیکار

$$\frac{3}{0.8x+25} = \frac{\text{نرخی فروتتا شالەكى}}{\text{بهایی تیچوويا ئامدەكرنا شالەكى}}$$

ئەقى برى ئالۆز سادەبەكە: $\frac{3}{0.8x+25} = 3 \times \frac{x}{0.8x+25} = \frac{3x}{0.8x+25}$
 نەخشەيا $y = \frac{3x}{0.8x+25}$ دېژمیرا روونكرنیدا تۆماربەكە.
 و دختشیدا دیاردبیت، كو دقیت قوتابى ب كیماتی 21 شالان بفرۆشت.



راهینان

بەردەوامبوون د بیر کاربیدا

1 لیكدانا برین ریزهیی و لیكدانا ژمارین ریزهیی ب چ لیکدچن؟

2 دابه شکرنا برین ریزهیی و دابه شکرنا ژمارین ریزهیی ب چ لیکدچن؟

3 دى چهوا برهكى ئالۆز وهكى $\frac{x^2-1}{x}$ ب سادەترین شیوه بنقیسه؟

بەراوردی بکە ل ناقبەرا کۆمەلا ژمارین قەدەغەکری بۆ x دئەقى بریدا و کۆمەلا ژمارین

قەدەغەکری بۆ x د برى سادەکریدا.

راهینان ئاراسته کرى

هەر برهكى ریزهیی ب سادەترین شیوه بنقیسه.

5 $\frac{4x^2}{5} \times \frac{30}{x^4} \times \frac{30x^3}{60}$ 4 $\frac{x^2-25}{x^2-10x+25}$

7 $\frac{x^2-2x+1}{x^2+6x+8} \div \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$ 6 $\frac{x^2+8x+12}{x^2+2x-15} \times \frac{x^2+8x+15}{x^2+9x+18}$

8 $\frac{2x-6}{x^2+9x+20} \div \frac{x^2-9}{x^2+5x+4}$

راهینان و بجهینان

هەر برهكى ریزهیی ب سادەترین شیوه بنقیسه.

10 $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$ 9 $\frac{4x^2+8x+4}{x+1}$

12 $\frac{36x}{9x^2} \times \frac{12x^7}{2x} \times \frac{5}{x^2}$ 11 $\frac{15}{x^2} \times \frac{x^5}{12} \times \frac{4}{x}$

$$\frac{-x^2-x+6}{x^2-5x+6} \quad 14$$

$$\frac{x^2-10x+9}{x^2+2x-3} \quad 13$$

$$\frac{-5}{x^3} \times \frac{-x^5}{3} \times \frac{-4}{x} \times \frac{20}{x^3} \quad 16$$

$$\frac{x}{9x^8} \times \frac{x^7}{2x} \times \frac{45}{x^4} \quad 15$$

$$\frac{x^2-9}{x^2-4x+4} \times \frac{x^2-4}{x^2-x-6} \quad 18$$

$$\frac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2} \times \frac{x^2-4}{x^2-3x-10} \quad 17$$

$$\frac{4x^2+20x}{9+6x+x^2} \div \frac{x+5}{x^2-9} \quad 20$$

$$\frac{2x^2-2x}{x^2-9} \div \frac{x^2+x-2}{x^2+2x-3} \quad 19$$

$$2xy \div \frac{2x^2}{y} \div \frac{2y^2}{x} \quad 22$$

$$\frac{x^2}{4} \times \left(\frac{xy}{6}\right)^{-1} \times \frac{2y^2}{x} \quad 21$$

هەر برهکی ب سادەترین شیۆه بنقیسه.

$$\frac{x^2-4}{x^2-9} \quad 24$$

$$\frac{(x+2)^2}{(x+3)^2} \quad 23$$

$$\frac{(x-2)^2}{(x-3)^2}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x^2+6x+8} \quad 26$$

$$\frac{x^2-9x+14}{x^2-6x+5} \quad 25$$

$$\frac{x^2+9x+18}{x^2+7x+10}$$

$$\frac{x^2-8x+7}{x^2-7x+10}$$

$$\frac{x+3}{x-1} \quad 28$$

$$\frac{2x+3}{x-1} \div \frac{x}{3x} \quad 27$$

$$x(x-1)^{-1}$$

$$\frac{2x+3}{2x+3}$$

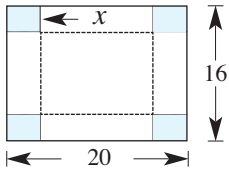
$$\frac{1+12x^{-1}+27x^{-2}}{x^{-1}+9x^{-2}} \quad 30$$

$$\frac{1-7x^{-1}-18x^{-2}}{1-4x^{-2}} \quad 29$$

برهکی ریژهیی n بنقیسه کو پلهیا سه ره و ژیرهیی 2 بیت، و هاوکۆلکی سه رهکی ل سه رهیی و ژیرهیی 1 بیت، و ئەقی پهیوهندیی ساخبکهت:

$$\frac{10+3x+x^2}{15-18x+x^2} \times R = \frac{x-2}{x-3}$$

ئه اندازه: ریبهری دقیت عهلبهکه کا سه ره قه کری ژ کارتونی دروستبکهت، بکارئینانا پارچهیه کا کارتونی لسه ره شیوی لاکیشهیه کی کو دریژیا وی 20cm و فرهیا وی 16cm بیت. دقیت ئەو چارگۆشهیه کا بچوو



کۆلایه کی وی x cm بیت ژ هه ره کۆژهیه کی لاکیشهیی بپرته، پاشی هه ره چار لایبان بچه مینت.

ا دیاربه که کۆ ئەف بره $x(20-2x)(16-2x)$ دبیته قهباری ئەقی عهلبکی (ئهوا سه ره قه کری).

ب دیاربه که کۆ ئەف بره $320-4x^2$ دبیته رووبه ری ژناقهنه دایی گشتی یی عهلبکی.

ج بره کی بنقیسه کۆ ریژهیا قهباری عهلبکی بو رووبه ری ژناقدا دیاربه کهت. ئەقی بری ب سادەترین شیۆه بنقیسه.

د ئەف ریژا ته ب دهستخوقه ئینای د پسارا بووریدا چهوا دی ئیته گوهورین، ده می x زیده بیته ژ سفری بو 4 ؟

به رهنگاری

گریدان

400 000 هزار دینار د ههيقڏا بڻو کارڪرنا وي دڦڻن. و تچوويا ههه لهفهڪي 4.45 دیناره.

ا ٽهڦي ليستا نرخان بڪاربينه بڻو دهرئنانا نافهندي بهايي فروٽنا ههه لهفهڪي.

ب دههيقا بووريدا ٽالانى x لهفه فروٽن. بري گشتي (m) بنقيسه، ڪو پهيوهنديا ل ناقبهرا تچوويا گشتي و تچوويا لهفان بنويٽ.

ج برهڪي بنقيسه ريٽهيا قازانجا ٽالانى ل فروٽنا x لهفان بڻو تچوويا گشتي دياربڪهت.



لينڀرينهڪ بڻو پاش

هاوڪيشهيهڪي بنقيسه لسهر شيوي لاري - نيكو دووبريني بڻو راستههيلي د خالا پيدايرا دبووريت و ستوون بيت لسهر راستههيلي ديارڪري.

$y = -6x - 1$; (8, -4) **34** $y = \frac{1}{5}x - 11$; (3, 5) **35**

ههه برهڪي ٽفان لسهر شيوي گشتي بي رادهداري بنقيسه.

$x^2(x^3 - x^2 - 6x + 2)$ **36** $(x - 2)(3x^3 - 6x - x^2)$ **37**

ٺهفان بران شيتهلبڪه.

$8x^2 - 4x$ **38** $12x^2 - 3x + 6$ **39** $12 - 4x - 22x^2$ **40**
 $x^3 - 1$ **41** $125x^3 + 27$ **42** $x^3 - 6x^2 - 8x$ **43**

لينڀرينهڪ بڻو پيش

ٺهفان سادهبڪه.

$\frac{5}{8} + \frac{1}{8}$ **44** $\frac{3}{x} + \frac{1}{x}$ **45** $\frac{3}{2x} + \frac{1}{x}$ **46** $\frac{3}{2x} + \frac{1}{3x}$ **47**

وانهيا 4

كۆمكرن و ليدەركرنا برين ريژەيى Adding and Subtracting Rational Expressions



بۆچى
پرسىارېن ژيانى يىن رۇژانە پېدقى
كۆمكرن و ليدەركرنا برين ريژەيىنە،
وەكى ھەژماركرنا تېكرائى لەزى د
گەشتەكىدا.

نارمانج

- كۆمكرن و ليدەركرنا برين ريژەيى ونقىسىنا ئەنجامى ب سادەترين شىۋەيى.

بجھنئان گەشت

تەكسىيەكى گەشتيارەك ژ فروكەخانى برە مال، تېكرائى لەزا ويى 55km/h بوو، ول زقريناوي بۇ فروكەخانى تېكرائى لەزا ويى 45km/h بوو ژ ئەگەرى قەلەبالغى. تېكرائى گشتى يى لەزا تەكسىيى (ل چوون و زقرينى) چەندە؟ بەرسف نابيتە ناھەندى ھەر دوو لەزان ئەوا تو ھزر دكەي. بۇ دەرئىنانا بەرسقى، دقئيت تۇ ھەردوو برين ريژەيى كۆمبەكى. كۆمكرنا دوو برين ريژەيى كۆ ھەمان ژيەرە ھەبن وەكى كۆمكرنا دوو ژمارين ريژەيىنە كو ھەمان ژيەرە ھەبن.

برين ريژەيى

$$\frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^2} = \frac{3+5}{x^2} = \frac{8}{x^2}$$

ژيەرەيى ھاوبەش

ژمارەيىن ريژەيى

$$\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1+3}{7} = \frac{4}{7}$$

ژيەرەيى ھاوبەش

ھەر برەكى ب سادەترين شىۋە بنقىسە.

نمونە

$$\frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x+3} \quad \boxed{ا}$$

شىكار

$$\frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x+3} = \frac{2x+5}{x+3} \quad \boxed{ا}$$

يا ديارە كو ژمارە 3
ژمارەكا قەدەغەكرىە بۇ
گوراوى x د برەيى
سەرەكىدا.

$$\frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3} \quad \boxed{ب}$$

$$\frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3} = \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x-3} = x+3 \quad \boxed{ب}$$

ھەر برەكى ب سادەترين شىۋە بنقىسە.

ھەولبەدە

$$\frac{2x}{x-5} - \frac{10}{x-5} \quad \boxed{ب}$$

$$\frac{3x-1}{2x-1} + \frac{5+2x}{2x-1} \quad \boxed{ا}$$

بۆ كۆمكرنا دوو برين رېژەيى ژېرە جياوان، دثيئت تو ژېرەيەكى ھاوبەش بۇ وان ھەردوو ژېرەيان بېنەدەر، بچوكترين ژېرەيى ھاوبەش بۇ دوو برين رېژەيى دبېتە بچوكترين چەند جارئ ھاوبەش بۇ ھەردوو ژېرەيان، و ئەو دبېتە رادەدارەكى خودان بچوكترين پلە كو دابەش دبېت لەسەر ھەردوو ژېرەيان. دەرئىنانا بچوكترين ژېرەيى ھاوبەش بۇ دوو برين رېژەيى وەكى دەرئىنانا بچوكترين ژېرەيى ھاوبەشە بۇ دوو ژمارين رېژەيى، بەراورديا بكارئىنانا فى كردارى بگە بۇ ژمارين رېژەيى و برين رېژەيى.

$$\begin{aligned} \text{برين رېژەيى} \\ \frac{7}{3x^2} + \frac{1}{9x} &= \frac{7}{3x^2} \times \left(\frac{3}{3}\right) + \frac{1}{9x} \times \left(\frac{x}{x}\right) \\ &= \frac{21+x}{9x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ژمارەيىن رېژەيى} \\ \frac{7}{300} + \frac{1}{90} &= \frac{7}{300} \times \left(\frac{3}{3}\right) + \frac{1}{90} \times \left(\frac{10}{10}\right) \\ &= \frac{21+10}{900} = \frac{31}{900} \end{aligned}$$

بچوكترين ژېرەيى ھاوبەش

بچوكترين ژېرەيى ھاوبەش

كۆمكرن و ليدەركرنا برين رېژەيى

Adding and Subtracting Rational Expressions

بۇ وئ چەندى كو دوو برين رېژەيى كۆمبەكى يان ژيگ دەرەكى، بچوكترين ژېرەيى ھاوبەش بېنەدەر، و ھەردوو بران بنقىسە بكارئىنانا بچوكترين ژېرەيى ھاوبەش، پاشى ھەردوووان كۆمبەكى يان ليكەدەرەكى، وئەنجامى بدەستكەفتى، ب سادەترين شيۆە بنقىسە.

نمونە

نەقى برى $\frac{x}{x-2} + \frac{-8}{x^2-4}$ ب سادەترين شيۆە بنقىسە. شىكار

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-2} + \frac{-8}{x^2-4} &= \frac{x}{x-2} + \frac{-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x}{x-2} \times \frac{x+2}{x+2} + \frac{-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x(x+2)-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x^2+2x-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{(x+4)(x-2)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x+4}{x+2} \end{aligned}$$

بچوكترين ژېرەيى ھاوبەش $(x-2)(x+2)$

ھەردوو بران كۆمبەكى

سەرەى لەسەر شيۆى گشتى بنقىسە

سەرەى شيتەلبەكى

سادەبەكى

ھەولبەدە فى برى $\frac{x}{x+5} + \frac{-50}{x^2-25}$ ب سادەترين شيۆە بنقىسە.

دى چەوا شيتەلكرنا رادەداران ھاريكاريا تەكەت بۇ كۆمكرن يان ليدەركرنا دوو برين رېژەيى؟ ئەقى چەندى ب كردار دياربەكە دەمى تو فى برى $\frac{x}{x-3} + \frac{5}{x^2-6x+9}$ ب سادەترين شيۆە بنقىسى.

خالا چاقدېرىي ✓

نمونہ 3

تہقی بری $\frac{6x}{3x-1} - \frac{4x}{2x+5}$ ب سادہترین شیوہ بنقیسہ.

شیکار

$$\begin{aligned} \frac{6x}{3x-1} - \frac{4x}{2x+5} &= \frac{6x}{3x-1} \times \frac{(2x+5)}{(2x+5)} - \frac{4x}{2x+5} \times \frac{(3x-1)}{(3x-1)} \\ &= \frac{6x(2x+5)}{(3x-1)(2x+5)} - \frac{4x(3x-1)}{(3x-1)(2x+5)} \\ &= \frac{12x^2+30x}{(3x-1)(2x+5)} - \frac{12x^2-4x}{(3x-1)(2x+5)} \\ &= \frac{34x}{(3x-1)(2x+5)} = \frac{34x}{6x^2+13x-5} \end{aligned}$$

بچوکتیرین ژیرہیی ھاوبہش دبیتہ
(3x-1)(2x+5)

خالہکا چاقدیری

ژمارہیین قہدغہکری بو گورپاوی دبری بنہرتیدا، و ژمارہیین قہدغہکری دبری سادہکریدا دیاریکہ.

هہولبدہ

$$\frac{6}{x^2-2x} - \frac{1}{x^2-4}$$

ھندہک جاران دقیت تو برین ئالوز لسہر شیوہیی برین ریژہی بنقیسی دا بشی وان کومبکہی یان لیکدہر بکہی. وھکی یا دیار د نمونہیا (4) دا.

نمونہ 4

تہقی بری $\frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-\frac{1}{a}}$ ب سادہترین شیوہ بنقیسہ.

شیکار

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-\frac{1}{a}} &= \frac{1}{\frac{a+1}{a}} + \frac{1}{\frac{a-1}{a}} \\ &= 1 \times \frac{a}{a+1} + 1 \times \frac{a}{a-1} \\ &= \frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1} \\ &= \frac{a}{a+1} \times \frac{(a-1)}{(a-1)} + \frac{a}{a-1} \times \frac{(a+1)}{(a+1)} \\ &= \frac{a^2-a}{(a+1)(a-1)} + \frac{a^2+a}{(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{2a^2}{a^2-1} \end{aligned}$$

دھہر ژیرہیہکیدا کومکرن و لیڈہرکرنی بکہ

ھہر برہکی ئالوز بگوھورہ بو برہکی ریژہیی

بچوکتیرین ژیرہیی ھاوبہش دبیتہ
(a+1)(a-1)

هہولبدہ

$$\frac{a}{a-\frac{1}{a}} - \frac{a}{a+\frac{1}{a}}$$

ہم نے فکریہ نمونہ ل دستپکا وائی ہائی، تیکرای لہزا تہکسیی د ہموو گہشتیدا چہندہ (چوون و ہاتن)؟

شیکار بلا d ہیما ی دووراتیال ناقہرا فروکہخانی و مالا کہشتیاری بیت، و t_1 دەمی فہکیشای بو گہشتی ژ فروکہخانی بو مالا گہشتیاری و t_2 دەمی فہکیشای بو گہشتی ل دەمی فہگہریای بو فروکہخانی بیت.

$$d = 45 \times t_2 \quad \text{وہرہسا} \quad d = 55 \times t_1$$

$$t_2 = \frac{d}{45} \quad \text{و} \quad t_1 = \frac{d}{55}$$

بو ہہژمارتنا تیکرای گشتی بو لہزی، دووریا $2d$ لہسر دەمی فہکیشای $(t_1 + t_2)$ دابہشیکہ:

$$\frac{\text{دووریا گشتی}}{\text{دەمی گشتی}} = \text{تیکرای لہزا گشتی}$$

بہایی t_1 و t_2 ل جہی وان دانہ

$$v = \frac{2d}{t_1 + t_2}$$

بچووکترین ژیرہی ہاوبہش دبیتہ 495

$$= \frac{2d}{\frac{d}{55} + \frac{d}{45}}$$

دگہل ہلگہراوی لیکبہ

$$= \frac{2d}{\frac{9d+11d}{495}}$$

$$= \frac{2d}{\frac{20d}{495}}$$

$$= 2d \times \frac{495}{20d}$$

$$= 49.5$$

قیجا، تیکرای لہزا تہکسیی چوون و ہاتن دبیتہ 49 h/mk .



ہزرکرنہکا رخنہگر و ہسا دانہ کو لہزا ترومیلی ل چوونی akm/h بیت و لہزا وی ل ہاتنی bkm/h بیت دیاریکہ کو تیکرای لہزا گشتی نابتہ $\frac{a+b}{2}$ نیبہ.

راہینان

بہردہ و امبون د بیر کاریدا

1 دی چہوا بچووکترین ژیرہی ہاوبہش ئینیدہر دا $\frac{x+5}{x^2-7x+6} + \frac{x-1}{x^2-36}$ کومبکہی؟

2 دوو برین یہکسان ژ ناف ئہقان ہر چار بران دیاریکہ.

$$\frac{3}{x^2+4} + \frac{7}{x^2+4} \quad \boxed{د}$$

$$\frac{3}{x^2} + \frac{7}{4} \quad \boxed{ج}$$

$$\frac{10}{x^2} + \frac{10}{4} \quad \boxed{ب}$$

$$\frac{3+7}{x^2+4} \quad \boxed{ا}$$

راهبنان ناراسته كرى

هه برهكى ب سادهترین شیوه بنقیسه.

$$\frac{12}{x^2-1} + \frac{4}{x+1} \quad \mathbf{5}$$

$$\frac{3x+5}{x+2} - \frac{x+1}{x+2} \quad \mathbf{4}$$

$$\frac{3x}{x-1} + \frac{2}{x-1} \quad \mathbf{3}$$

$$\frac{1}{1-\frac{1}{a}} \quad \mathbf{7}$$

$$\frac{x+1}{2x-1} - \frac{2x+1}{x-1} \quad \mathbf{6}$$

8 گهشت فهگهريانهك بو پرسيارا د دهستیكا وانهییدا هاتی، تیكرایی لهزا گشتی یا تهكسیی چهنده، ههكه تیكرایی لهزا وی دچوونیدا 52Km بیت، و تیكرایی لهزا وی دهاتنیدا 38Km بیت.

راهبنان و بجهئنان

هه برهكى ب سادهترین شیوه بنقیسه.

$$\frac{n+9}{4} + \frac{n-3}{2} \quad \mathbf{11}$$

$$\frac{7x-13}{2x-1} + \frac{x+9}{2x-1} \quad \mathbf{10}$$

$$\frac{2x-3}{x+1} + \frac{6x+5}{x+1} \quad \mathbf{9}$$

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{x-3}{x^2+6x+9} \quad \mathbf{14}$$

$$\frac{x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} \quad \mathbf{13}$$

$$\frac{x+7}{3} - \frac{4x+1}{9} \quad \mathbf{12}$$

$$\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} \quad \mathbf{17}$$

$$\frac{2}{x+2} - \frac{6}{x-2} \quad \mathbf{16}$$

$$\frac{-4}{x-5} + \frac{5}{x+3} \quad \mathbf{15}$$

$$\frac{x+2}{2x-1} - \frac{2x}{x-1} \quad \mathbf{20}$$

$$\frac{2x+3}{x+3} + \frac{x}{x-2} \quad \mathbf{19}$$

$$\frac{8}{3x-5} + \frac{7}{2x+3} \quad \mathbf{18}$$

$$2x^2 - 1 - \frac{x-1}{x+2} \quad \mathbf{23}$$

$$\frac{x+1}{(x-1)^2} + \frac{x-2}{x-1} \quad \mathbf{22}$$

$$x^2 + \frac{2x}{3x-5} \quad \mathbf{21}$$

$$\frac{\frac{4}{x-1}}{2} + \frac{3}{x-1} \quad \mathbf{26}$$

$$\frac{1}{\frac{3x+1}{2}} \quad \mathbf{25}$$

$$\frac{3}{\frac{2x-1}{x}} \quad \mathbf{24}$$

$$\frac{\frac{2x+10}{x-1}}{\frac{x+5}{x^2-1}} - \frac{4}{x+1} \quad \mathbf{29}$$

$$\frac{\frac{x+2}{x+5}}{\frac{x-1}{x+5}} + \frac{1}{x+1} \quad \mathbf{28}$$

$$\frac{\frac{4}{x+2}}{\frac{x+2}{3}} - \frac{3}{x+2} \quad \mathbf{27}$$

$$\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2} + 2(xy)^1 + \frac{1}{y^2}} \quad \mathbf{32}$$

$$\frac{x-y}{x^{-1}-y^{-1}} \quad \mathbf{31}$$

$$\frac{1-xy^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}} \quad \mathbf{30}$$

برئ بگوهوره بو برهكى ریژهیی، و ب سادهترین شیوه بنقیسه.

$$\frac{7x}{x^2-1} + \frac{x}{x^2-1} - \frac{6}{x^2-1} \quad \mathbf{34}$$

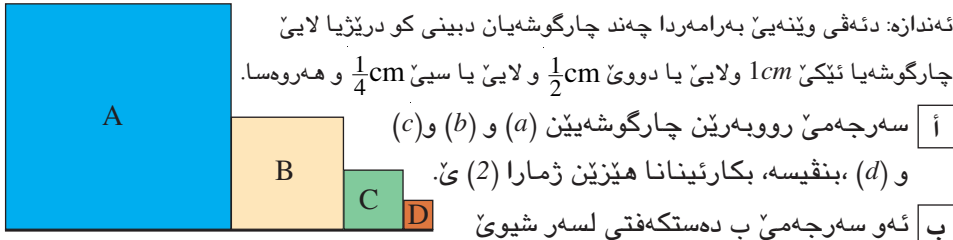
$$\frac{3x}{x-1} + \frac{5x+2}{x-1} - \frac{10}{x-1} \quad \mathbf{33}$$

$$(x-y)^{-1} - (x+y)^{-1} \quad \mathbf{36}$$

$$\frac{7}{x+7} + \frac{-x}{x-7} - \frac{2x}{x^2-49} \quad \mathbf{35}$$

$$\frac{x}{x-y} - \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} + \frac{y}{x+y} \quad \mathbf{38}$$

$$(x-y)^2 - (x+y)^{-2} \quad \mathbf{37}$$



ئەندازە: دئەقى وئىنەيى بەرامەردا چەند چارگوشەيان دىبىنى كو درىژيا لايى چارگوشەيا ئىكى 1cm ولايى يا دووى 1/2cm ولايى يا سىيى 1/4cm و ھەروەسا.

ا) سەرجمى رووبەرئىن چارگوشەيىن (a) و (b) و (c) و (d)، بنقىسە، بكارئىنانا ھىژىن ژمارا (2) ئى.

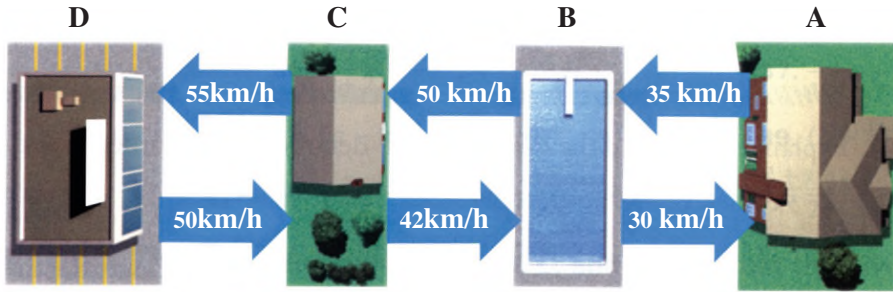
ب) ئەو سەرجمى ب دەستكەفتى لسەر شىويى ژمارەيەكا رىژەيى بنقىسە.

ج) ھەكە دوو چارگوشەيىن نوو (e) و (f) زىدەبىن لسەر شىووى. سەرجمى رووبەرئىن ھەر شەش چارگوشەيان ژ (a) ھەتا (f) لسەر شىووى ژمارەيەكا رىژەيى بنقىسە.

د) بەرسقىن ھەردوو پرسىاران ب و ج بگوھۆرە بو ژمارەيىن دەھى ھەر ئىك ژ 4 رەنوسان پىكھاتىبىت پشتى فارىزى. ئەرى تۆدشىي ژمارەيەكى بخەملىنى كو سەرجمى رووبەرئىن چارگوشەيان نىژىكى ئەوى ببىت ھەر چەند ئەم لسەر ئەقى شىوازي د بەردەوامبىن؟ ئەف ژمارە چەندە؟



گەشت ئەف وئىنەيى ل خوارى قوناغىن گەشتەكى ب ترومبىلى دياردكەت. دوورىن ل ناقبەرا (a) و (b) و ل ناقبەرا (b) و (c) و ل ناقبەرا (c) و (d) يەكسانن. ئەف وئىنەيە تىكرائى لەزا ترومبىلى دەھر قوناغەكيدا دياردكەت.



- ا) تىكرائى گشتى يى لەزى بو گەشتەكى ژ (a) بو (c) بو (a) بىنەدەر.
- ب) تىكرائى گشتى يى لەزى بو گەشتەكى ژ (b) بو (d) بو (b) بىنەدەر.
- ج) تىكرائى گشتى يى لەزى بو گەشتەكى ژ (a) بو (d) بو (a) بىنەدەر.

لئىرىنەك بو پاش



بھايى برى جوداكر بو فان ھاوكيشەيان بھەژمىرە، و ژمارا رەگان دكۆمەلا ژمارەيى راستىدا ديارىكە، و وان ھاوكيشەيان شىكارىكە:

$-2x^2 - 5x + 12 = 0$ 43 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 42 $0 = x^2 - 3x + 4$ 41

لئىرىنەك بو پيش



44 ھەموو شىكارىن ھاوكيشەيا $1.4 = \frac{(x+3)(x-1)}{x^2-1}$ ديارىكە. ژبىرنەكە ژمارەيىن قەدەغەكرى بو x دقى برى رىژەيدا لا بدە.

هاوكيشه و لاسهنگين ريژهي

Rational Equations and Inequalities

وانهيا

5



نارمانچ

- هاوكيشه و لاسهنگين ريژهي ب جهرى و روونكرنى دى شيكاركن.
- پرسياران بكارئنانا هاوكيشه و لاسهنگهين ريژهي دى شيكاركن.

بوچى

گهلهك بارهين جياواز ههته، ب هاوكيشهيان و لاسهنگهين ريژهي د هينه نواندن تو دشى بو نمونه هاوكيشهياكا ريژهي بو دهرئنانا تيكرايى لهزا گشتى د بهريكانهكا سپيانيدا بنقىسى.

ژيارى د دوو دهزمير و نيقادا بهريكانا سپيانى ئهوا (مهلهقانى و سواربوونا پايىسكى و غاردان) ئى بخوفه دگرت بدوماهيك ئينا، تيكرايى لهزا وى ل سواربوونا پايىسكى 6 جارن هندى تيكرايى لهزا وى بوو د مهلهقانياندا. و تيكرايى لهزا وى د غاردانيدا زيدهتر بوو ژ تيكرايى لهزا وى د مهلهقانياندا ب 5 Km/h . تو دشى هاوكيشهياكا ريژهي بنقىسى دا تيكرايى گشتى بو لهزا ژيارى د بهريكانا سپيانيدا بينيهدر. هاوكيشهين ريژهي ئهوا هاوكيشهنه ئهوين برهكى ريژهي بتنى بكيماسى بخوفه دگرت.

بجهئنان

بهريكانا سپيانى

دهم	لهزاتى Km/h	دورى Km	
t_s	x	$d_s = 0.5$	مهلهقانى
t_b	$6x$	$d_b = 25$	سواربوونا پايىسكى
t_r	$x+5$	$d_r = 6$	غاردان

تيكرايى گشتى بو لهزا ژيارى بههزميره.

شيكار

1 برينا دهمى بو ههر قووناغهكى بههزميره.

نورنه

قووناغا غاردانى
دورى = لهز \times دهم
 $6 = (5+x)t_r$
 $\frac{6}{x+5} = t_r$

قووناغا سواربوونا پايىسكى
دورى = لهز \times دهم
 $25 = (6x)t_b$
 $\frac{25}{6x} = t_b$

قووناغا مهلهقانيان
دورى = لهز \times دهم
 $0.5 = xt_s$
 $\frac{0.5}{x} = t_s$

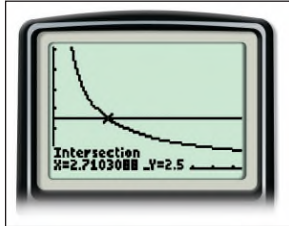
2. برہکی ریڑھی بنفیسہ کو دہمی گشتیٰ فہکیشای ل بہریکانی پی تیکرای لہزا ژیاری (x) ل مہلہفانیان دہریبیرت.

بچوویکتیرین ریڑھی
ہاوبہش دیتہ
 $6x(x+5)$

$$T(x) = t_s + t_b + t_r = \frac{0.5}{x} + \frac{25}{6x} + \frac{6}{x+5}$$

$$= \frac{0.5}{x} \times \frac{6(x+5)}{6(x+5)} + \frac{25}{6x} \times \frac{(x+5)}{(x+5)} + \frac{6}{x+5} \times \frac{6x}{6x}$$

$$= \frac{64x+140}{6x(x+5)}$$



ئہقیٰ ہاوکیشہیی $\frac{64x+140}{6x(x+5)} = 2.5$ شیکاریکہ. بژمیڑا روونکرئی بو
وینہکرنا ہیلاکاری روونکرنا نہخشہیا $y = \frac{64x+140}{6x(x+5)}$ و بو راستہہیلی
 $y = 2.5$ بکاریبہ.

پوینن خالین ٹیکودووبرینا ہر خالہکی دیاریکہ.
تیکرای گشتی بو لہزا ژیاری نیڑیکی 2.7 Km/h بو.

ہزرکرنہکا رخنہگر دئی چہوا ہاوکیشہیا $\frac{64x+140}{6x(x+5)} = 2.5$ بکاریئانانا یاسایا شیکارکرنا ہاوکیشہیا دووجایی شیکارکھی؟

نمونہ

ئہقیٰ ہاوکیشہیی $\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$ شیکاریکہ.

شیکار

ریا ٹیکی: ب جہبری

$$x \neq 4 \quad x \neq 6$$

$$\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$$

$$x(x-4) = 1 \times (x-6)$$

$$x^2 - 4x = x - 6$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x = 3 \quad x = 2$$

ساخیکہ

ہکہ $x = 3$ قیجا

$$\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$$

$$\frac{3}{3-6} = \frac{1}{3-4}$$

$$\text{راستہ} \quad -1 = -1$$

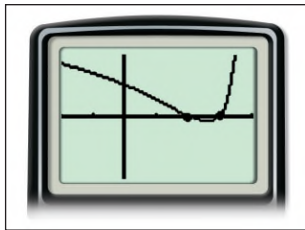
ہکہ $x = 2$ قیجا

$$\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$$

$$\frac{2}{2-6} = \frac{1}{2-4}$$

$$\text{راستہ} \quad -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

قیجا 2 و 3 ہر دوو شیکارن بو ہاوکیشہیی



ہہولبدہ ئہقیٰ ہاوکیشہیی $\frac{x}{3} = \frac{1}{x-2}$ شیکاریکہ. ہندہک جاران ل شیکارکرنا ہاوکیشہیی ریڑھی، شیکارین نامو دیاردبن و ہاوکیشہیا سہرہکی ساخ ناکن. ل قیدہری ساخرن یا فہرہ بو ہر شیکارہکا بدہستخوفہبینی بو دیارکرنا شیکارا دروست بو ہاوکیشہیا بنہرہتی.

تہقیٰ ہاؤکیشہیی $\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$ شیکارہکے

شیکار

ریئا ٹیکی: ب جہبری

ہردوو لایین ہاؤکیشہیی لیکبہ ب بچوویکترین ژیری ہاوبہش $(x-3)(x+3)$ یان $x^2 - 9$.

$$\begin{aligned} \text{دہمی } x \neq \pm 3 \quad \frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} &= \frac{18}{x^2-9} \\ \frac{x}{x-3} \times (x-3)(x+3) + \frac{2x}{x+3} (x-3)(x+3) &= \frac{18}{x^2-9} (x-3)(x+3) \\ x(x+3) + 2x(x-3) &= 18 \\ x^2 + 3x + 2x^2 - 6x &= 18 \\ 3x^2 - 3x - 18 &= 0 \\ 3(x^2 - x - 6) &= 0 \\ 3(x-3)(x+2) &= 0 \\ x = -2 \text{ یان } x = 3 \end{aligned}$$

ساخیکہ

چونکی ہردوو ژمارہ 3 و -3 د قہدہغہکرینہ بؤ x ، قیجا تہف شیکارہ 3 $x = 3$ شیکارہکا نامویہ، و دقیت بئیتہ دوورئیکستن.

ل دہمی $x = -2$ دی

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} &\stackrel{?}{=} \frac{18}{x^2-9} \\ \frac{-2}{-2-3} + \frac{2(-2)}{-2+3} &\stackrel{?}{=} \frac{18}{(-2)^2-9} \end{aligned}$$

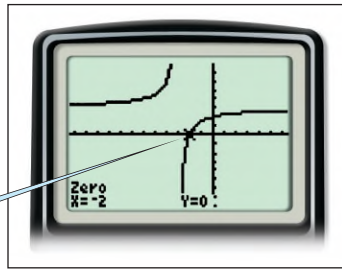
دروستہ $-\frac{18}{5} = -\frac{18}{5}$

ریئا دووی: ب روونکرنی

چونکی یا گرانہ کو خالین ٹیکو دووبرینا ہردوو نہخشہیین $y = \frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3}$ و $y = \frac{18}{x^2-9}$ بہینہ

دیتن، دقیت ریہہکا دی بہیتہ بکارئینان. بنقیسہ $\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} - \frac{18}{x^2-9} = 0$

پاشی ہیلکاری روونکرنا نہخشہیا $y = \frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} - \frac{18}{x^2-9}$ بکیشہ.



بنتی خالا ٹیکو دووبرینی
دگہل تہوہری ٹیکی
دبیتہ $(-2, 0)$.

قیجا ہاؤکیشہیی شیکارہکا ٹیکانہ یاہہی تہو ژی $x = -2$.

ہہولبدہ

تہقیٰ ہاؤکیشہیی $\frac{x}{x-2} + \frac{x}{x-3} = \frac{3}{x^2-5x+6}$ شیکارہکے

بؤچی ل نمونہیا 3 شیکارہکا نامو دیاربوو؟ ہوئی وی روونکہ.

ہزرکرنہکا رخنہگر

لاسهنگه یین ریژہی Rational Inequalities ئەو لاسهنگه نہ کو ب کیماسی برہکی ریژہی تیدا
ہہ بیت.

چالاکی

Solving Rational Inequalities

شیکارکنا لاسهنگه یین ریژہی

✓ خالہ کا چاقدیری

1. دروتہختہکی پوتانیدا ہیلکاری روونکرنا ہر دوو نہخشہیان بکیشہ.

$$y_1 = \frac{x+2}{x-4} \text{ و } y_2 = 2x-11 \text{ بکیشہ.}$$

2. کیژ بہایین x پاسہدانی $y_1 = y_2$ ؟ $y_1 < y_2$ ؟ $y_1 > y_2$ ؟ دکہن

3. دی چہوا ب روونکرنی ئەقی لاسهنگه یی $\frac{x+2}{x-4} < 2x-11$ و لاسهنگه یا $\frac{x+2}{x-4} > 2x-11$ شیکارکە؟

نەقی لاسهنگه یی $\frac{x}{2x-1} \leq 1$ شیکارکە.

4

نمونہ

شیکار

رییا ئیکی: ب جہبری

بزاقی بکہ ب لیکدانا ہر دوو لایین لاسهنگه یی ب $2x-1$ داخو ژ ریژہی رزگار بکہی. لی چیدبیت
ئاراستہیی لاسهنگی بہیتہ گوہورین ب لیکدانا ہر دوو لایین لاسهنگه یی ب ژمارہکی. ژبہر قی
چہندی دقیت لیکولینہک لسہر بہیتہ کرن، دەمی $2x-1$ یی موجهب بیت و دەمی $2x-1$ سالب یی بیت.

$$\frac{x}{2x-1} \leq 1 \text{ ہکہ } 2x-1 < 0 \text{ یی سالب بیت}$$

$$x \geq 2x-1 \text{ (ہاتہ گوہورین بو)}$$

$$-x \geq -1$$

$$x \leq 1 \text{ (ہاتہ گوہورین بو)}$$

دقی باریدا دەمی $2x-1 < 0$ دی $x < \frac{1}{2}$
بہایین x ئەوین لاسهنگه یی ساخدکەن، دقیت
قان ہر دوو لاسهنگه یان $x < \frac{1}{2}$ و $x \leq 1$
پیکفہ ساخبکەن.
{کومہلا شیکاری دقہ باریدا دبیتہ کومہلا
ژمارہیین راست ئەوین $x < \frac{1}{2}$ ساخدکەن}

$$\frac{x}{2x-1} \leq 1 \text{ ہکہ } 2x-1 > 0 \text{ یی موجهب بیت}$$

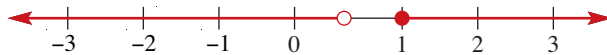
$$x \leq 2x-1$$

$$-x \leq -1$$

$$x \geq 1 \text{ (ہاتہ گوہورین بو)}$$

دقی باریدا دەمی $2x-1 > 0$ دی $x > \frac{1}{2}$ بہایین
 x ئەوین لاسهنگه یی ساخدکەن دقیت قان ہەر
دوو لاسهنگه یان $x > \frac{1}{2}$ و $x \geq 1$ پیکفہ ساخبکەن.
{کومہلا شیکاری دقہ باریدا دبیتہ کومہلا
ژمارہیین راستی کو $x \geq 1$ ساخدکەن}

قیجا کومہلا شیکاری دبیتہ ئەو کومہلا ژمارہیین راستی ئەوین $x < \frac{1}{2}$ یان $x \geq 1$ ساخدکەن.

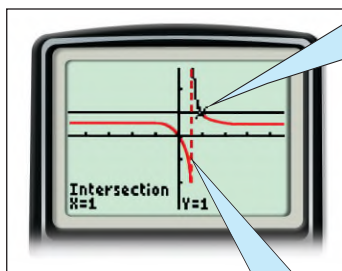


رییا دووی: ب روونکرنی

دئیک روتہختی پوتانیدا ہیلکاری روونکرنا

ہر دوو نہخشہیان $y_1 = \frac{x}{2x-1}$ و $y_2 = 1$ بکیشہ، و بہایین
 x دیارکہ دەمی ہیلکاری روونکرنا نہخشہیا ئیکی دکہ قیتہ
ژریا ہیلکاری روونکرنا نہخشہیا دووی.

کومہلا شیکاری یا پیکہاتہ ژ بہایین x ئەوین
 $x < \frac{1}{2}$ یان $x \geq 1$ پاسہداندکەن.



راستہہیلی $x = \frac{1}{2}$ دەرکناری ستونییہ

شیکارکە $\frac{x-1}{x+2} < 3$

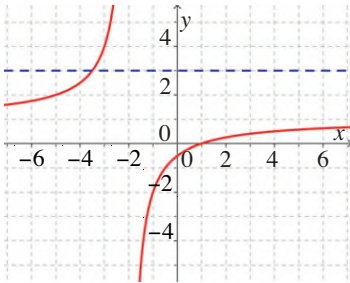
ہہ ولبدہ

بەردەوامبوون د بىر كارىيدا

1 رامانا وى چىيە كو ئىك ژ شىكارىن هاوكيشەيەكا ريژەيى يا نامۆيە؟ و چەوا دى پىناسەكەي؟

2 دى چەوا هىلكارىن روونكرنى بكارىنى بو پشتراستبوونى ژ دروستيا ئەوي شىكارا تە ب

جەبرى بدەستخۆقە ئىنانى؟



3 دى چەوا هىلكارى روونكرنا نەخشەيا $y_1 = \frac{x-1}{x+2}$

د هىلكارى روونكرنا نەخشەيا $y_2 = 3$ ل وىنى

بەرامبەر دى بكارىنى بو شىكاركرنا لاسەنگەيا
 $\frac{x-1}{x+2} > 3$ ؟

راهینان ئاراستە كرى

4 **وهرزىش** قەگەريانەك بو پرسىيارا د دەستپىكا وانىدا هاتى، لەزا ژيارى ل هەر ئىك ژ مەلقانیا و

سواربوونا پايسكى و غاردانى بههژمىره، هەكە وى بەرىكان ب دوو دەمژمىران تاممكربىت.

شىكارىكە.

$$\frac{2}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{-4}{x^2-1} \quad \text{6}$$

$$\frac{2x-1}{x} = \frac{3}{x+2} \quad \text{5}$$

شىكارىكە.

$$\frac{1}{x+2} < \frac{1}{x+3} \quad \text{8}$$

$$\frac{2x-3}{x} \geq 2 \quad \text{7}$$

راهینان و بجهینان

شىكارىكە، پاشى شىكارى ساخبەكە.

$$\frac{4}{n+4} = 1 \quad \text{11}$$

$$\frac{2y-1}{4y} = \frac{4}{6} \quad \text{10}$$

$$\frac{x+3}{2x} = \frac{5}{8} \quad \text{9}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{3} = \frac{8}{3a} \quad \text{14}$$

$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{8} = \frac{4}{3x} \quad \text{13}$$

$$\frac{-6}{m-3} = 1 \quad \text{12}$$

$$\frac{x+3}{x} + 1 = \frac{x+5}{x} \quad \text{17}$$

$$\frac{2n+1}{3n+4} = \frac{2n-8}{3n+8} \quad \text{16}$$

$$\frac{y+3}{y-1} = \frac{y+2}{y-3} \quad \text{15}$$

$$\frac{3}{x+2} - \frac{x}{1} = \frac{4}{3} \quad \text{20}$$

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{2}{x} = \frac{x}{x+1} \quad \text{19}$$

$$\frac{2x}{x+3} - 1 = \frac{x}{x+3} \quad \text{18}$$

$$\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+2} = \frac{1}{4} \quad \text{22}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{x} = \frac{4}{3x^2} \quad \text{21}$$

$$\frac{x-4}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{17}{x^2-4} \quad \text{24}$$

$$\frac{2x+3}{x-1} - \frac{2x-3}{x+1} = \frac{10}{x^2-1} \quad \text{23}$$

$$\frac{3x}{x-1} + \frac{2x}{x-6} = \frac{5x^2-15x+20}{x^2-7x+6} \quad \text{26}$$

$$\frac{a}{a+3} - \frac{a}{a-2} = \frac{10}{a^2+a-6} \quad \text{25}$$

$$\frac{x+2}{2x-3} - \frac{x-2}{2x+3} = \frac{21}{4x^2-9} \quad \text{28}$$

$$\frac{3}{x+2} + \frac{12}{x^2-4} = \frac{-1}{x-2} \quad \text{27}$$

شيكاريكه، پاشى شيكاري ساخبكه.

$$\frac{x-5}{3x} < -3 \quad 31 \quad \frac{y+5}{4y} > 3 \quad 30 \quad \frac{x+3}{3x} > 2 \quad 29$$

$$3 < \frac{3x+4}{1+2x} \quad 34 \quad \frac{2x+1}{x-2} > 4 \quad 33 \quad \frac{x-5}{3x} < 3 \quad 32$$

$$\frac{7x}{3x+2} < 2 \quad 37 \quad -\frac{1}{2} \geq \frac{1}{x-4} \quad 36 \quad \frac{x+1}{x} \leq \frac{1}{2} \quad 35$$

بژميركا روونكرنى بۇ شيكاركرنا ئەقان لاسهنگهيان بكاربينه. بهرسفا خو نيزيك بكه بۇ نيزيكترين دههيك.

$$\frac{x-2}{x-1} \geq 2x \quad 40 \quad \frac{1}{x} \leq x^2 - 1 \quad 39 \quad x^2 < \frac{1}{2} \quad 38$$

$$41 \quad \text{ب هزرى شيكاريكه } \frac{3}{(x-1)^2} < 0.$$

42 **دروازهيك ل سهر رهوشهنبيريا هندي:** د چهرخى نوزديدا زانايى بيركارى يى هندي

(ماهاقيرا) ئەف پرسياره دارشت: چار بوړى ئاقى دكهنه دبركه كيذا. يا ئيكي بنتى بركى ب نيغ دهمژميرى پردكته، يا دووى ب سيئيك دهمژميرى، يا سيى ب چاريكا دهمژميرى، و يا چارى ب پينجنئيك دهمژميرى. چهند دم يى پيدقيه بو هممو بوړيان پيكفه كو بركى پر بكن؟ و هه ئيك دى چهند ئاقى كهته بركى؟

43 ئەندازه دريژيا لايكشهكى ب 5 مهتران زيدهتره ژ پانيا وي. دريژى و پانيا لايكشهكى

دياربكه دهمى ريژهيا دريژيا وي بو پانيا وي كيتر نهبيت ژ 1.5 و زيدهتر نهبيت ژ 3.

44 **وهرش** ئارازى بهشدارى د بهريكانهكا سيانيدا كر. 0.6Km مهلهقانى كر و 15Km

سواربوونا پايسكى بوو، 8Km غاردان كرتيكرايى لهزا وي لسهر پايسكى 9 جارن هندي تيكرايى لهزا وي د مهلهقانياندايه. و تيكرايى لهزا وي د غاردانيدا ب 6Km/h زيدهتره ژ لهزا وي ل مهلهقانى.

ا) نهخشهيكه ريژهيى بنقيسه پى لهزا وي دمهلهقانييدا كو نهوى دهمى ئارازى بوړاندى

بو برينا دووريا بهريكانى بنوينت.

ب) تيكرايى لهزا ئارازى د مهلهقانياندا و د غاردانيدا و لسهر پايسكى چهند بوو، ههكه

تهزانى ب دهمژميرهك و نيقي ئەف بهريكانه بدوماهيك ئينابوو؟

45 **فيزيا** ئەف نهخشه $w(h) = w_0 \left(\frac{6400}{6400+h} \right)^2$ كيشا لهشهكييه ب بلنداهايا h Km د بوڭشاييا

عسمانيدا. w_0 كيڭشاهيا ئەفى لهشيه لسهر ئوردى. بلنداهايا ئەوى ههيفا دستگرد بينهدر

كو كيڭشا وي 200 Kg دبوڭشاييا عسمانيدا و 3500 Kg لسهر ئوردى بيت.

لينيرينهك بو پاش

بهايى هه برهكى بژميره.

$$27^{\frac{1}{3}} \quad 49 \quad 9^{\frac{3}{2}} \quad 48 \quad 13^0 \quad 47 \quad 81^{\frac{1}{2}} \quad 46$$

لينيرينهك بو پيش

50 بژميرا روونكرنى بو وينهكيڭشانا نهخشهيا $f(x) = \sqrt{x}$ بكاربينه. وينهئى قى روونكرنى ب

وينهدانهوه لدور تهوهرى ئيكي دروستبكه. تو چى تيپينيى دكهى؟

نەخشەيىن رەگى دووجاى

Radical Functions



وانهيا

6

نارمانچ

- نەخشەيا رەگى دووجاى و روونكرنا وئ دياردكەت.
- بهايى برى رەگى دووجاى دههژميريت.

بوچى

نەخشەيا رەگى دووجاى بكاردينن بۇ نواندنا گەلەك ژ پەيوەنديان د ژيانا رۇژانەدا وەگى، پەيوەنديا گریددەت ل ناقبەرا دريژيا بەندولى و دەمى پىدقى بۇ تاماكرنا لەرەيەكى.

بجھنينان

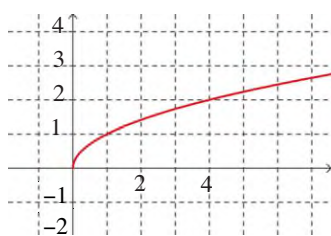
فيزيا

نەسرینی تئینادەرى کو لەرەيەكا بەندۆلەكا دريژ پىدقى ب دەمەكى زیدەترە ھەيە ژ دەمى لەرەيەكا بەندۆلەكا كورت. دبیژنە ئەوى دەمى كو بەندۆل پىدقى بۇ تاماكرنا لەرەيەكى خولا بەندولى. ئەف نەخشەيە $t(x) = 2\pi\sqrt{\frac{x}{9.8}}$ خولا بەندولى د چركەكیدا پى دريژيا وئ ب (مەتران) دنوینت، خولا بەندۆلەكا دريژيا وئ $0.1m$ و $0.2m$ و $0.3m$ چەندە؟

Square - Root Function

نەخشەيا رەگى دووجاى

ل بيرا خو بينە كو رەگى دووجاى ژمارا x ژمارەيەكە ھەكە دگەل خو ھاتە ليكدان دى ژمارا x بەدەست كەفیت. چارەكا دى ل بيرا خو بينە كو ژمارەيا سالب رەگى دووجاى نینە د كۆمەلا ژمارەيىن راستیدا و ل دوماھيى ل بيرا خو بينە كو ھەر ژمارەكا مووجەب x دوو رەگىن دووجاى ھەنە ئىك يى

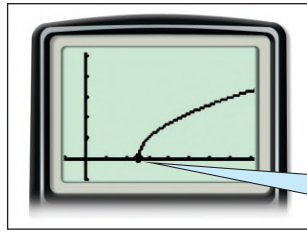


مووجەبە و \sqrt{x} بۇ دەھیتە نقيسين، و يى دى يى سالبە و $-\sqrt{x}$ بۇ دەھیتە نقيسين. نەخشەيا رەگى دووجاى ئەو نەخشەيە كو ب ھاوكيشەيا. $f(x) = \sqrt{x}$ دەھیتە نياسين. ل دوو ف بابەتین بوورين، بواری ئەقى نەخشەيى كۆمەلا ژمارەيىن راستى نەيىن سالب، و مەودايى وئ ھەر ئەو كۆمەلا ژمارايە. لى ھىلكارى روونكرنا قى نەخشى ل وینەى بەرامبەر يى ديارە.

نمونہ

1 بواری قی نہخشی $f(x) = \sqrt{2x-5}$ دیاریکہ.

شیکار
بواری قی نہخشی ژوان هموو ژمارهیین راستی پیکدهیت نهوین بهایی برهیی $2x-5$ نهکتهه
سالب. بو دیارکرنا قی بواری، دقیت تو قی لاسهنگهیی $2x-5 \geq 0$ شیکاریکهیی.



$$2x - 5 \geq 0$$

$$x \geq \frac{5}{2} = 2.5$$

ساخبکه بواری نهخشهیا $f(x) = \sqrt{2x-5}$ دبیته
 $x \geq \frac{5}{2}$.

نمونہ

2 شهگهریانک بو پرسیارا بهندولی نهوال دهستپیکا وانهی هاتی، خولا بهندولهکا دریژیا وی $0.1m$
و $0.2m$ و $0.3m$ بههژمیره.

شیکار
قی نهخشهیی $y = 2\pi\sqrt{\frac{x}{9.8}}$ بکه د بژمیرا روونکرنیدا، و کارئ خشتهیی بکاربینه.

X	Y1
0	0
1	.6347
2	.8976
3	1.0993
4	1.2694
5	1.4192
6	1.5517
X=0	

خولا بهندولهکا دریژیا وی 0.1 بیت 0.6 چرکه ب نیزیکی

خولا بهندولهکا دریژیا وی 0.2 بیت 0.9 چرکه ب نیزیکی

خولا بهندولهکا دریژیا وی 3.0 بیت 1.1 چرکه ب نیزیکی

Simplifying Radical Expressions (رهگذار)

برین رهگی Radical Expressions نهو برهنه کو ب کیماسی ئیک بری ل ژیر رهگی دووچای
بخوقه بگرت.

ل بیراته بیت کو

$$\sqrt{b^2} = |b|$$

3 نهقی بری رهگی $\sqrt{49a^2b^5x^6}$ ب سادهترین شیوه بنقیسه.

شیکار

$$\sqrt{49a^2b^5x^6} = \sqrt{7^2a^2b^5x^6} = 7|a|b^2|x^3|\sqrt{b}$$

ههولبده نهقی بری رهگی $\sqrt{64a^4bx^3}$ ب سادهترین شیوه بنقیسه.

Radical Equations هاوکیشهیین رهگی

4 نهقی هاوکیشهیی $2\sqrt{x+5} = 8$ شیکاریکه، بهرسفا خو ساخبکه.

شیکار

$$2\sqrt{x+5} = 8$$

$$\sqrt{x+5} = 4$$

$$(\sqrt{x+5})^2 = 4^2$$

$$x+5 = 16$$

$$x = 11$$

ب دووچا کرنا ههردوو لایین هاوکیشهیی

$$2\sqrt{x+5} = 8 \quad \text{ساخېکه}$$

$$2\sqrt{11+5} = 8$$

$$2 \times 4 = 8 \quad \text{دروسته}$$

ههولېده ئەفې ھاوکېشه یې $3\sqrt{2x-1} = 6$ شیکارېکه.

ل دهمی شیکارکرنا هندهک ھاوکېشه یې رېگی، شیکارین نامۆ بۆ وان دهردهکن، قیجا، دقیت وان شیکاران ساخېکه دا ئەشان جورین شیکاران دورر بئین.

ئەفې ھاوکېشه یې $\sqrt{x+1} + 3 = 2x$ شیکارېکه، و شیکاری ساخېکه.

5 نمونه

شیکار

$$\sqrt{x+1} + 3 = 2x$$

$$\sqrt{x+1} = 2x - 3$$

رېگی ل لایهکی دانه

$$(\sqrt{x+1})^2 = (2x-3)^2$$

$$x+1 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$4x^2 - 13x + 8 = 0$$

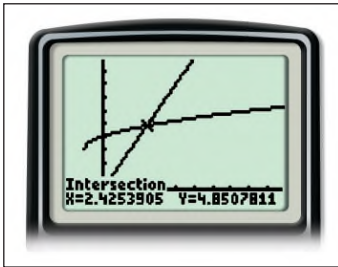
ھاوکېشه یا دوو جایی لسه ر شپۆ گشتی بنقیسه

$$x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{13^2 - 4 \times 4 \times 8}}{2 \times 4}$$

یاسایا شیکارکرنا ھاوکېشه یې دوو جایی بکاربینه

$$x = \frac{13 - \sqrt{41}}{8} \approx 0.82 \quad \text{یا} \quad x = \frac{13 + \sqrt{41}}{8} \approx 2.43$$

ساخېکه



هیلکاری روونکرنی بۆ هردوو نهخشه یان $y = \sqrt{x+1} + 3$ و $y = 2x$ بکېشه. و ل دوو ف پۆی خالین ئیکودووبرینا وان بگه ره، ئیک خالا ئیکودووبرینی هیه کو پۆی وئ دبیته $x \approx 2.43$ قیجا قی ھاوکېشی ئیک شیکار هیه، دبیته $x = \frac{13 + \sqrt{41}}{8} \approx 2.43$ وشیکارا دووی ئەوا ته ب جهری دهرئینای شیکارهکا نامۆیه.

ههولېده ئەفې ھاوکېشه یې $\sqrt{x-1} = -x+2$ شیکارېکه، و بهرسفا خو ساخېکه. هندهک ھاوکېشه یې رېگی شیکارنیزن، وهکی قی نمونه یی.

ئەفې ھاوکېشه یې $\sqrt{x-1} = \sqrt{2x+1}$ شیکارېکه، بهرسفا خو ساخېکه.

6 نمونه

شیکار

$$\sqrt{x-1} = \sqrt{2x+1}$$

$$(\sqrt{x-1})^2 = (\sqrt{2x+1})^2$$

$$x - 2\sqrt{x+1} = 2x + 1$$

$$-2\sqrt{x+1} = x + 1$$

دوو جایی هردوو لایان وهرېگره

$$(-2\sqrt{x+1})^2 = (x+1)^2$$

$$4x = x^2$$

ساده بکه

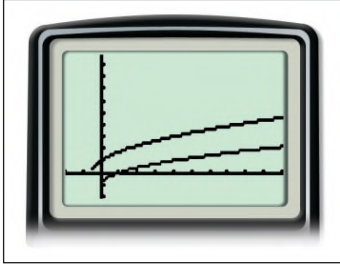
دوو جایی هردوو لایان وهرېگره.

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x = 4 \text{ يان } x = 0$$

ساخېکه



$$\sqrt{4-1} \stackrel{?}{=} \sqrt{2 \times 4 + 1} \quad \sqrt{0-1} \stackrel{?}{=} \sqrt{2 \times 0 + 1}$$

$$1 = 3 \quad \text{نهيا دروسته} \quad -1 = 1 \quad \text{نهيا دروسته}$$

تو د شپي ب روونکرنی بهرسفا خو ساخېکه، روونکرنا نهخشه يی $y = \sqrt{x} - 1$ و روونکرنا نهخشه يی $y = \sqrt{2x+1}$ دروستېکه، دئ بينی کو ههردوو نیکو دوونا بړن.

ههولېده $\sqrt{3x} + 2 = 3\sqrt{x}$ شیکارېکه، بهرسفا خو ساخېکه.

راهینان

بهرده و امبوون د بیر کار پیدا

- 1 چهوا ئهقی بری پهگی $\sqrt{4x^3}$ ب سادهترین شیوه دئ نقیسه.
- 2 دوریین جیاواز بو شیکارکرنا هاوکیشه په کا پهگی بکاربینه، وهکی $\sqrt{x} = 3\sqrt{x-4}$.
- 3 دهمی هاوکیشه په کا پهگی ب جهری شیکار دکهی، بچی دقیت وان شیکارین بدهست ته کهفتین ساخېکه؟
- 4 چهوا ب جهری و روونکرنی دئ دیارکهی کو ئهقی هاوکیشی $\sqrt{x} = \sqrt{x+1}$ شیکار نینه؟

راهینان ناراسته کری

- 5 ئهقی بری $\sqrt{128ab^2x^5}$ ب سادهترین شیوه بنقیسه.
- 6 ئهقی بری $\frac{12\sqrt{15x^3}}{(3x)^{\frac{1}{2}}}$ ب سادهترین شیوه بنقیسه و هسا دانه کو x بهایین موجهب وهردگرت.
- 7 ئهقی بری $3\sqrt{2x-5} = 20$ شیکارېکه، بهرسفا خو ساخېکه.
- 8 ئهقی بری $\sqrt{5x+7} - 2 = x$ شیکارېکه، بهرسفا خو ساخېکه.
- 9 ئهقی بری $2\sqrt{x+1} = \sqrt{x} - 3$ شیکارېکه، بهرسفا خو ساخېکه.

راهینان و بجهینان

هر برهکی ب سادهترین شیوه بنقیسه.

- | | | |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------|
| $\sqrt{27x^3y^4}$ 12 | $\sqrt{18x^3}$ 11 | $\sqrt{32x^3}$ 10 |
| $(40a^7)^{\frac{1}{3}}$ 15 | $(16x^6)^{\frac{1}{4}}$ 14 | $\sqrt{50a^3b^4}$ 13 |
| $\frac{x}{4+\sqrt{3}} - (-1+3\sqrt{2})$ 17 | $\frac{x}{3-5\sqrt{2}} - (2+3\sqrt{2})$ 16 | |

بواری ھەر نہخشہیہکی دیاریکھ.

$$f(x) = \sqrt{3x-2} \quad 19$$

$$f(x) = \sqrt{12x+24} \quad 18$$

$$f(x) = \sqrt{3(x+2)-1} \quad 21$$

$$f(x) = \sqrt{3(x-2)} \quad 20$$

$$f(x) = \sqrt{3-2(x-4)} \quad 23$$

$$f(x) = \sqrt{2-3(x+1)} \quad 22$$

$$f(x) = \sqrt{9x^2-16} \quad 25$$

$$f(x) = \sqrt{x^2-25} \quad 24$$

$$f(x) = \sqrt{x^2+10x-25} \quad 27$$

$$f(x) = \sqrt{x^2+5x+6} \quad 26$$

$$f(x) = \sqrt{3x^2+7x+2} \quad 29$$

$$f(x) = \sqrt{2x^2+5x-12} \quad 28$$

$$f(x) = \sqrt{8x^2-10x-3} \quad 31$$

$$f(x) = \sqrt{6x^2-13x+5} \quad 30$$

32 بواری نہخشہیا $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$ دیاریکھ. ھیلکاری روونکرنا وی بکپشہ بو ساخرنا بہرسفا خو.

33 **رودانین ھاتن و چوونی:** لیکۆلینہرین رودانین ھاتن و چوونی مفایئ ژ نہخشہیی

دبین ب دیارکرنا لہزا ترومبیلی د دەمی رودانیدا، ب پیقانا دریزیا شوینوارین تایی ترومبیلی لسەر ریکی، ژ ئەنجامی خشاندا تیران. ئەف نہخشہیہ $y = \sqrt{80x}$ بو روژین ساھیہ کو y ھیمایی لہزا ترومبیلی دنوینت ب کیلومەتران دەمژمیرەکیدا و x ھیمایی دریزیا شوینواری تایی ترومبیلی دنوینت ب مەتران.

ا) نہخشہیا پیشتەر ب سادەترین شیوہ بنقیسە، بکارئینانا رگی دوو جایی، پاشی بنقیسە بکارئینانا ژمارەیی دەھی.

ب) لیکۆلینہری خشاندا تایی پیقا و دیت 200m بو. لہزا ترومبیلی بو نیزیکتین کیلومەتر دەمژمیرەکیدا بەژمیرە.

ج) ئەری دی لہزا ترومبیلی بیتە دوو جاران ھەکە دریزیا خشاندا تایی دوو جاران ببیت؟ بہرسفا خو روونبکە.

لینیرینەك بو پاش



ھەر برەکی ب سادەترین شیوہ بنقیسە. وەسا دانە کو سفر بەھایەکی قەدەغەکریہ بو ھەموو گۆراوان.

$$\left(5x^{-2}y^4\right)^{-1} \quad 36 \quad 2x^4\left(-3xy^2\right)^3 \quad 35 \quad \left(-2y^3y^5\right)^2 \quad 34$$

$$\left(\frac{3m^4n^2}{2m^0n^{-3}}\right)^{-2} \quad 39 \quad \left(\frac{-4m^4n^{-2}}{m^2n^{-2}}\right)^{-1} \quad 38 \quad \left(\frac{-3xy^3}{x^{-4}y^5}\right)^3 \quad 37$$

سفرین ھەر نہخشہیہکی دیاریکھ.

$$f(x) = x^2 - 3x - 18 \quad 42 \quad f(x) = x^2 - 2x - 8 \quad 41 \quad f(x) = x^2 + 9x + 18 \quad 40$$

لینیرینەك بو پیش

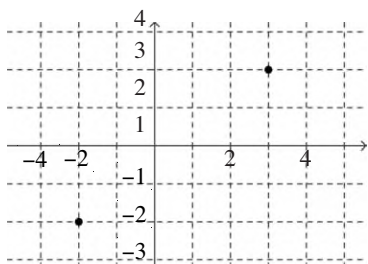


43 سەلمینراوا فیساکورسی بکارینە بو

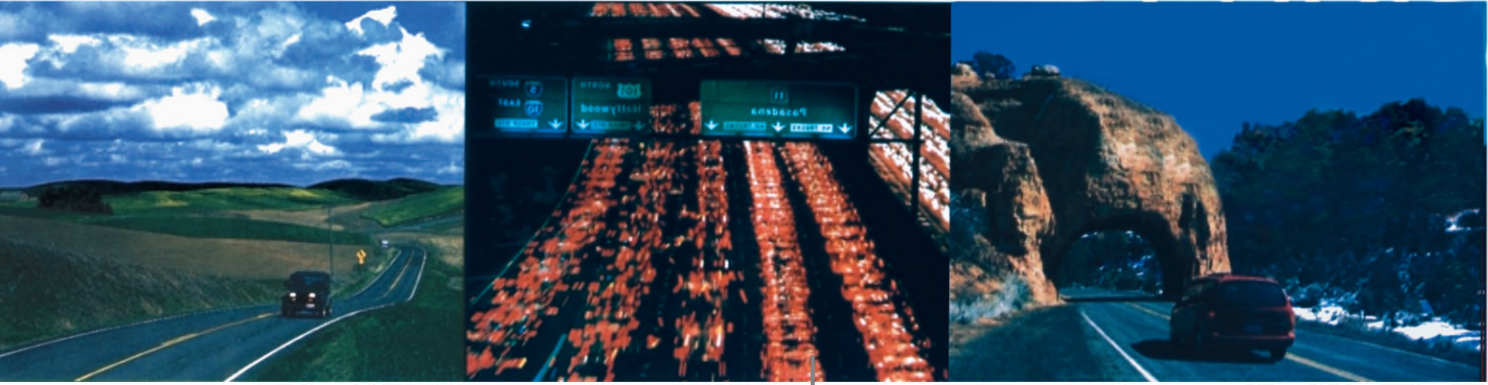
دەرئینانا دووریال ناقبەرا وان

ھەردوو خالیئ لسەر شیوہیی بەرامبەر

دیارکرین.



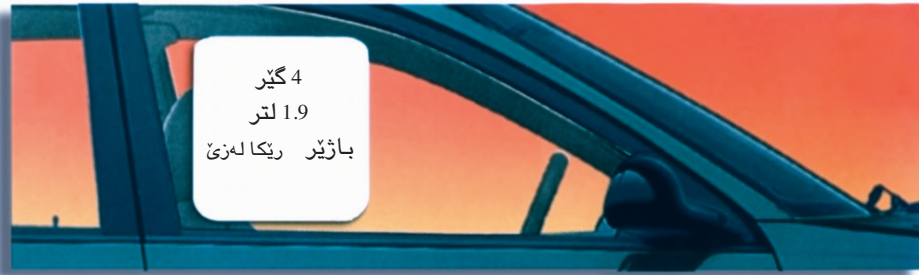
كىز ناڧەندى دى ھەلبزىرى؟



فرهيا ماكينا وى 1.9 بيت، ئىك گالون پەنزىن بۇ 39 كىلومەتران ل ناڧ باژىرى دىمەزىخت و ئىك گالون پەنزىن بۇ 54 كىلومەتران لسەر رىكا بلەز دىمەزىخت. وەزارەتا وزەى ل ھندەك وەلاتان، رابەرەكى سالانە بەلاقەكەت كو ھارىكارىيا وان كەسان دكەت ئەوین ترومبىلین نووبكپن. ئەڧ رابەرە مەزاختنا برى سۆتەمەنىي ژلايى ھەر جوړەكى ترومبىلین نوو دىاردكەت، و برى كاربۇنا پەيدادكەت دخەملىنت، و ئەڧ رىبەرە ئاگەھداريا بكارھىنەران دكەت.

ئامار ناس ناڧەندى ژمارەيى و ناڧەندى گونجاي بكاردئىن بۇ كۆمەلەكا بەھايان. ناڧەندى ژمارەيى بۇ دوو ژمارەيان a و b دىبىتە $\frac{a+b}{2}$ لى ناڧەندى گونجاي بۇ دوو ژمارەيان a ، b دىبىتە $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ بۇ شىكاركرنا ھندەك پرسىاران ئەم پىشتبەستدبىن ب ناڧەندى ژمارەيى، لى بۇ شىكاركرنا ھندەك پرسىارىن دى ئەم پىشتبەستبىن ب ناڧەندى گونجاي. پىشتبەستن ب ئىك ژ ئەڧان ھەر دوو ناڧەندان كارەكى سەرەكە، چونكى ئەنجام ب تەمامى چىدبىت يى جىاواز بيت ل ھەردوو حالەتان. ب مەرەما پىداننا پىقەرەكى بۇ ھەر كەسەكى كو رىبىدەت بۇ بەراوردكرنا مەزاختنا سۆتەمەنىان ژلايى ترومبىلین نوو، دەزگەھىن پاراستنا ژىنگەھى بەلاقۇكان ب فەرمى لسەر پەنچەرین تومبىلان دەھلاويسن بۇ دىاركنا مەزاختنا برى سۆتەمەنىي ژلايى ترومبىللى بۇ نمونە، دەزگەھ دخەملىنت كو ترومبىلا 4 گىر ھەبن و

ئاگەھدارى بۇ خودانىن ترومبىلان ھىقى دكەين ئاگەھدارىن كو ناڧەندىن بكارچوونا ترومبىلان دخەملىن ل ناڧ باژىران يان لسەر رىكىن لەزى چىدبىت بىبىتە خەملاندنەكا نەيادروست بۇ تىچوونا سالانەيا ترومبىللى.



4 گىر
1.9 لتر
باژىر رىكالەزى

- 2 ناڧەندى گونجاي بۇ مەزاختنا سۆتەمەنى بۇ ترومبىلا دىاركرى د وینەئى سەرىدا ل ھەموو رىقەچوونىن وئ.
- 3 ھەردوو ناڧەندان پىشكىنېكە، و ئاگەھداريا درىبەرىدا ھاتى روونېكە.

چالاکى 1

- 1 ناڧەندى ژمارەيى بۇ مەزاختنا سۆتەمەنى بۇ ترومبىلا دىاركرى د وینەئى سەرىدا ل ھەموو رىقەچوونىن وئ.



چالاكى 2

چېدبىت دەرپرېنى ژ مەزاختنا سالانە بۆ ترومبېلەكى بکەين ب ھاریکاریا برهکی رېژهیی. ناڤەندئ مەزاختنا سالانە.

$$a(d) = \frac{\text{ژمارا کیلومەترین سالانە}}{\text{ژمارا گەلەنئین سالانە}} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{39} + \frac{d_2}{54}}$$

1 وەسا دانە کو تە ئەف جوړئ ترومبېلئ کری. ناڤەندئ مەزاختنا سوۋتەمەنیئ دسالئدا چەندە، ھەکە 800Km تە دناڤ باژئریدا برین و 400Km لىسەر رېکئین لەزئ؟

2 بەھایئین سوۋتەمەنیا ترومبېلئ دسالئدا بېنەدەر، ھەکە بەھایئ گەلەنەکا سوۋتەمەنیئ 700 دینار بیت.

چېدبىت ژمارا کیلومەترین ترومبېلەك دناڤ باژئریدا دېرپت یەكسان نەبت ب ژمارا کیلومەترین ھەمان ترومبېل لىسەر رېکا لەزئ دېرپت. ئەف چەندە دبیتە ئەگەر کو ھەژمارکرنا ناڤەندئ سالانە یئ گران بەیتە ھەژمارتن بۆ دیارکرنا ھزرەكى لىسەر مەزاختنا سالانە. ھیمایئ گوږاوی d_1 بۆ ژمارا کیلومەترین ل ناڤ باژئری دانە، و ھیمایئ گوږاوی d_2 بۆ ژمارا کیلومەتران لىسەر رېکئین لەزئ دانە، د سالەکیڈا. بۆ ھەژمارکرنا ژمارا گەلەنئین ھاتینە مەزاختن دسالەکیڈا، ب ئەفان ھەژمارکرنا دئ رابئ:

$$\text{دناڤ باژئریدا: } (d_1 \text{ km}) \left(\frac{\text{Galon}}{39 \text{ km}} \right) = \frac{d_1}{39} \text{ gal}$$

$$\text{لىسەر رېکئین لەزئ: } (d_2 \text{ km}) \left(\frac{\text{Galon}}{54 \text{ km}} \right) = \frac{d_2}{54} \text{ gal}$$

چالاكى 3

1 لەزا پئدئى بۆ ھوگري کو لىسەر بچت د کیلومەترا دووئدا بژمئیرە، دا ناڤەندئ لەزا وی د ھەردوو کیلومەتراند بېیتە 15Km/h .

ھوگري 2Km ب پايىسکلى برین. لەزا وی 20Km/h د کیلومەترا ئیکئېدا بوو، و 10Km/h د کیلومەترا دووئدا بوو، ژبەر ماندىبوونئ.

1 ئەرئ ناڤەندئ ژمارئ ھەردوو لەزان دەرپرېنى ژ ناڤەندئ لەزا ھوگري دھەردوو کیلومەتراند دکەت؟ بەرسفا خو ررونبکە.

پیداچوونا بهشی

$$\frac{9y+3}{y^2-11y+18} + \frac{y+3}{y-9} \quad 17$$

$$\frac{2x-3}{x^2-3x} - \frac{9x+1}{x-3} \quad 18$$

$$\frac{3y-39}{y^2-7y+10} - \frac{3}{y-2} \quad 19$$

$$\frac{x}{3+\frac{5}{x}} - \frac{4}{1+\frac{2}{x}} \quad 21$$

$$\frac{2}{4} + \frac{5}{3} \quad 20$$

هر هاوکيشهيهكى شیکاريکه

$$\frac{4}{x^2+1} = 1 \quad 23$$

$$\frac{1}{x^2-1} = 1 \quad 25$$

$$\frac{1}{x} = \frac{x+2}{x+1} \quad 27$$

$$\sqrt{x} = 2x \quad 29$$

$$\frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{2} \quad 22$$

$$\frac{3x-1}{x^2+2x} = -1 \quad 24$$

$$\frac{2}{1-x^2} = \frac{x^2}{x^2+1} \quad 26$$

$$\sqrt{x+2} = -2 \quad 28$$

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{x} - 2 \quad 30$$

هر لاسهنگهكى ب جهبرى شیکاريکه

$$\frac{1}{x} \geq 2 \quad 32$$

$$\frac{1}{x^2+1} \geq \frac{1}{3} \quad 34$$

$$\frac{2x+1}{2x-1} < 2 \quad 36$$

$$\frac{1}{x} < 1 \quad 31$$

$$\frac{1}{x^2+1} < \frac{1}{2} \quad 33$$

$$\frac{x+1}{2x+3} < 1 \quad 35$$

هر لاسهنگهكى ب روونكرنى شیکاريکه

$$\frac{1}{x^2+2x+1} > 2 \quad 38$$

$$\frac{1}{x^2-x+2} < x \quad 40$$

$$\frac{1}{x} \geq x \quad 37$$

$$\frac{1}{x} < 2x \quad 39$$

بواری هر نهخشهيهكى دیاريکه

$$f(x) = \sqrt{2x-3} \quad 41$$

$$f(x) = \sqrt{x} - 5 \quad 42$$

$$f(x) = 5\sqrt{3(x-1)} + 1 \quad 43$$

1 گۆراوى m راستهوانه دگهل گۆراوى a دهیته گوهورین و بهرؤقاژى دگهل گۆراوى b بهایى m چهنده؟ دهمی $a=9$ و $b=12$ و بزانه کو $m=6$ دهمی $a=7$ و $b=4$ ؟

2 گۆراوى y راستهوانه دگهل گۆراوى x دهیته گوهورین، و بهرؤقاژى دگهل گۆراوى z بهایى y چهنده دهمی $x=20$ و $z=2$ و بزانه کو $y=3$ دهمی $x=18$ و $z=2$ ؟

بواری هر نهخشهيهكى دگهل دهرکنارین وى دیاريکه

$$f(x) = \frac{2x-3}{x^2-8x+12} \quad 3$$

$$f(x) = \frac{3x-5}{x^2-25} \quad 4$$

$$f(x) = \frac{x^2+4x-12}{3x^2-12} \quad 5$$

$$f(x) = \frac{x^2-9}{3x+5} \quad 6$$

$$f(x) = \frac{2x}{6x^4-18x^3} \quad 7$$

هر برهكى ب سادهترین شیوه بنقیسه

$$\frac{x^2+6x}{10} \times \frac{4}{x^2-36} \quad 8$$

$$\frac{x^2+10x-8}{3x^2-17x+10} \times \frac{2x^2+9x-5}{x^2+3x-4} \quad 9$$

$$\frac{4x+8}{5x-20} \div \frac{x^2+3x-10}{x^2-4x} \quad 10$$

$$\frac{2x^2-9}{6} \div \frac{4x-12}{x} \quad 11$$

$$\frac{\frac{a+1}{a^2}}{\frac{(a-1)^2}{a}} \quad 13$$

$$\frac{\frac{4x^2}{6x-3}}{\frac{15x}{2x-1}} \quad 15$$

$$\frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+2}{x}} \quad 12$$

$$\frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{(x+1)^2}{x+2}} \quad 14$$

هر برهكى ب سادهترین شیوه بنقیسه

$$\frac{3x-5}{3x-6} + \frac{4x-2}{5x-15} \quad 16$$



ئەزمۇنا بەشى

ھەممۇ ژمارەيىن قەدەغەكرى دگەل دەرکناران بۇ ھەر
نەخشەيەكى ديارىكە.

$$f(x) = \frac{x-4}{x^2-16} \quad 1$$

$$h(x) = \frac{x^2+2x-15}{2x^2-18} \quad 2$$

$$g(x) = \frac{2x^3-16}{x^3-2x^2-9x+18} \quad 3$$

ئافاكرن: شيانا بارى سلنگەكى راستەوانە دگەل

پانيا وى دەيتە گوھورپن و بەرؤقاژى دگەل
سچايا بلنديا وى. ھەكە پانيا سلنگى 10m و
بلنديا وى 20m بىت و بارەك ھەلگرد ب 1200Kg.
دى سلنگ ب پانيا 8m و بلنديا 25m چەند بارى
ھەلگرت؟

ھەر برەكى ب سادەترين شيؤە بنقيسە.

$$\frac{x^2-9}{2x^2-8x+6} \times \frac{4x^2-12x+36}{x^3+27} \quad 5$$

$$\frac{x^3}{3x^2-12} \quad 6$$

$$\frac{x^3+5x^2}{3x^2+9x-30} \quad 7$$

$$\frac{3x}{x-2} \div \frac{6x^2}{2x^2-8} \times \frac{5x+1}{2x+4} \quad 8$$

$$\frac{4}{x^2-4} + \frac{x+3}{x+2} \quad 9$$

$$\frac{x-37}{x^2-2x-15} - \frac{5}{x+3} \quad 10$$

ئەندازە: رووبەرى دەقەرا

رەنگكرى لايى رووبەرى

سيگوشيا ھەرە مەزن (x)

بەھژميرە.

ھەر ھاوكيشەيەكى يان لاسەنگەكى شيكارىكە.

$$\frac{a-4}{a+2} + \frac{a-5}{a-4} = 1 \quad 12$$

$$\frac{x+3}{x-1} = 2 \quad 11$$

$$\frac{3}{x+4} < \frac{5}{x+7} \quad 14$$

$$\frac{3}{x+4} \leq 5 \quad 13$$

ئەوى جھگوھوركا ئەندازەيى ديارىكە ئەوا رىكى ددەت بۇ
قەگوھاستنى ژ روونكرنا نەخشەيا بنەرەت $y = \sqrt{x}$ بۇ
روونكرنا نەخشەيا:

$$y = -\sqrt{x} + 3 \quad 16$$

$$y = \sqrt{x-4} \quad 15$$

x بى y بەھژميرە.

$$y = x^2 + x \quad 17$$

$$y = 5x^2 - 3x - 4 \quad 18$$

بھايى ھەر برەكى بينەدەر.

$$(3\sqrt[4]{81})^2 - 31 \quad 19$$

$$\frac{1}{5} \left[(\sqrt{9})^3 - (\sqrt[3]{64})^2 + 2 \right] \quad 20$$

ھەر برەكى ب سادەترين شيؤە بنقيسە وەسادانە كو ھەر
گوپراوہك بھايىن موجدەب وەردگرت.

$$5\sqrt{8x^3y^6} \times (2x^5y)^{\frac{1}{2}} \quad 21$$

$$\frac{8\sqrt{5x^7y^9}}{\sqrt{25x^3y^5a}} \quad 22$$

$$(5 - \sqrt{12}) - (2\sqrt{27} + 8) \quad 23$$

$$(2 + \sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) \quad 24$$

ھەر برەكى ب سادەترين شيؤە بنقيسە كو ژيرەيىن وان
ريژەيى بن.

$$\frac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \quad 26$$

$$\frac{4}{\sqrt{11}} \quad 25$$

$$\frac{2\sqrt{7}-\sqrt{35}}{35} \quad 27$$

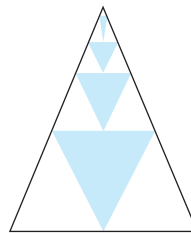
ھەر ھاوكيشەيەكى يان لاسەنگەكى شيكارىكە.

$$\sqrt{2x+7} = -3 \quad 28$$

$$\sqrt[4]{3x} = \sqrt[4]{4x-7} \quad 29$$

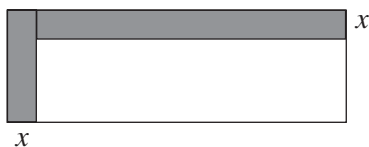
$$\sqrt{x-7} < 0 \quad 30$$

$$\sqrt[3]{2x+1} \geq 3 \quad 31$$



ئەزموننا كەلۈكى

- 8 ھاوكېشەيەكى بۇ وى راستەھىلى ئەوا دئەقان ھەردوو خالانرا $(-3, 8)$ ، $(-4, 9)$ دبوروت بنقىسە. ئەقى برى شىتەلبكە $25x^2 - 60x + 30$ ئەقى $\frac{x+1}{x^2+4x-4} \div \frac{x^3}{x^2+4}$ ب سادەترىن شىۋە بنقىسە. ئەقى $\frac{8}{5-3\sqrt{2}}$ ب سادەترىن شىۋە بنقىسە پىشتى رىژەكرنا ژىرەيى.
- 11 **پەرەبھا:** بەلكەفتا چەژنا نەورۇژى، بازىرقانیا بازىرەكى رابوو بەقاقتىنا تىرەيىن ناگرى ب لەزا $75m/s$ بلندترىن بلندامى كۆ ئەف تىرە گەشتىبى بىنەدەر، و دەمى پى ھاتىە برىن، بەھژمىرە ھەكە بزانى كۆ $h(s)=75s-4.8s^2$ كۆ h بلندامى ب مەتران و s دەمە ب چركەيان.
- 12 مەزنترىن ژمارەيا تەواو كۆ ئەقى لاسەنگەيى $-6x-1 > 10$ ساخدكەت چەندە؟
- 13 ئەقان شىكارىكە.
- 14 $2\sqrt{x-4} = \sqrt{x-2}$
- 15 $1-2x=5$
- 16 $-5x+3 = \frac{1}{2}x-1$
- 17 **بۇ خۇشى:** درىژاھيا دەپى شانويەكى $38m$ و پانیا وى $20m$. پارچەيەك ژ دەپى ھاتە برىن، ھەر وەكى ديار دوينەيدا. بەھيى x چەندە ھەكە بزانى كۆ ئەقى برىنى $265m$ مەترىن دووجا ژ روبەرى تەختى شانويى كىمكرن.



1 كىژ ئەقان ب تەمامى نەيا دروستە ھەكە $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ بيت؟

ج $ad = cb$ ا $ad = bc$

د $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ب $\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$

2 ئەقى $(2\sqrt{2}+1)(6\sqrt{8}-6\sqrt{2})$ ب سادەترىن شىۋە بنقىسە

ج $6\sqrt{2}+24$ ا $6\sqrt{2}-24$

د $6\sqrt{2}-23$ ب $12\sqrt{2}-23$

3 ھەژمارا شىكارىن قى سىستەمى $\begin{cases} y=3x+2 \\ y=3x-2 \end{cases}$ چەندە؟

ج 1 ا 0

د بى دوماھىك ب 2

4 ب دابەشكرنا $2x^2-5x+8$ لسەر $x+4$ دى چەند مینىت؟

ج -44 ا 60

د 20 ب سفر

5 ئەقى $(x^3y^{-2})^{-2}$ ب سادەترىن شىۋە بنقىسە.

ج $\frac{1}{x^2y}$ ا $\frac{y^4}{x^6}$

ب x^2y ب $\frac{x^6}{y^4}$

6 كىژ ئەقان نە رەگى ھاوكېشەيە.

$x^3+x^2-9x-9=0$

ج -1 ا -3

د 1 ب 3

7 دقئىت كىژ ژمارى بۇ x^2-10x زىدەبكەى بۇ

بەدستكەفتنا دووجايەكا تەواو.

ج -25 ا 5

ب 25 ب -5

بەشى شەشى

ئەگەر و ئامار

Probability and Statistics

1. دەستپىكەك بۇ ئەگەرى.

2. گۆرىن و رىزبەندى.

3. گونجىن.

4. كۆمكرنا ئەگەران.

5. روودانىن سەربەخۇ.

6. پىقەرەن پرتبىونى.

پروژەيى بەشى

ئەگەر و ئامار

Probability and Statistics

ئەگەر روودانەكى ئامازە ب پېشېنیا هاتنا وئ روودانى دكەت، و نەدشياندايە ئەجامين وئ دياربەن دگەل ئەوئ ئىكى كو ب چەند مەرچين دياركرى يا پئناسەكرىبت. ئەگەرئ گەلەك بكارئىنان هەنە، وەكى ل كۆمپانىين دابىنكرنى، و ل دەزگەهين ليكۆليني وەكى ليكۆليني نۆژداريى، و ل جيبەجىكرني ياسايان و ل زانستين مروقاتيى.

بەشى

6

وانە

1. دەستپىكەك بو ئەگەرى.
 2. گۆرىن و رىزبەندى.
 3. گونجىن.
 4. كۆمكرنا ئەگەران.
 5. روودانين سەربەخو.
 6. پىقەرین پرتبوونى.
- پروژەيى بەشى





لدۆر پروژى بەشى

پېشېبىنيا رەوا بۇ ئەنجامىن رودانىن ھەرپەمەكى رولەكى مەزن دىبىنىت بۇ ورگرتنا بىرىاردانى، ھەكە يا ئاسان بت يان يا ئالوزىبىت. دگەلەك بوارانداچىدبىت ئەگەرا ھاتنا رودانەكا ھەرەمەكى بەھتە دىاركرن، ب رىكا تاقىكرنى، ئەو ژى ب ژمارا جارین كو ئەو رودانە تىدا دىار دبىت، لى چىدبىت ئەقە گەلەك يا ب زەحمەت بىت ھەكە رودان يا ئالوزىبىت. دئەقان بواراندا، مروڤ پەنايى دى بەتە نواندى. ئەقى رىكى دى بكارئىنى دەمى تو د پروژەيى بەشيدا كاربەكى. پىشتى تو ئەقى بەشى بدوماھىك دئىنى، تو دشى ب ئەقان كاران رابى:

- دوستكرنا سامپلان (نمونەيان) بۇ نواندا رودانىن ھەرپەمەكى.
- بكارئىنانا وان پىدايىن كو نواندن پەيداكەت، بۇ خەملاندنا ئەگەرا رودانەكى.

دەستپىكەك بۇ ئەگەرى

Introduction To Probability

ۋانەي

1

بۇچى؟
گەلەك جانان تىشتىن ژيانا
رۇژانە دەيتە بكارنىنان بۇ خواندنا
ئەگەرى ۋەكى بەركى زارى يان
پارچەكا دراقتى كانزايى.



ئارمانچ

- بكارنىنانا زاراقتىن تايىبەت بۇ ئەگەرى.
- بكارنىنانا ياسايا ھەژمارتانا بنەرەتى.
- نياسينا يەكسانبونى د ئەگەراندانا.
- دياركرنا ئەگەر تىورى بۇ روودانەكى.

كارىن كۆمپانىيىن بازىرگانى، ۋەكى كۆمپانىيىن دابىنكرنى دگرىداينه دگل ھندەك تىشتان كو پىشبينيا ئەنجامى وان نەياساناھيە. بۇمە ماف ھەيە ئەم پىرسيارىكەين چەوا ئەف كۆمپانىيە مفاى دكەن؟ ب راستى ئەو چىدبىت ب دياركرنا ھاتانا روودانەكى ب چاقتىرىكرنا ئەنجامىن گەلەك بارەيىن دبنەھۆيى ھاتناۋى. ۋەكى، دياركرنا ھويى مرنا جگاركىشەكى ل دووڧ چاقتىرىكرنا رىژەيا ئەو كەسىن ب ئەگەرى جگاركىشەكى دمرن، ۋ ئەو رىژەيەكا بلندە ل دووڧ قەكۆلىنيىن نۆژدارىي. كۆمەلەكا زاراقتان بۇ خواندانا ئەگەرى دەينە بكارنىنان ۋ دقتى قوتابى فىرى وان ببىت ۋ بزانت ب شىۋەكى دروست بكارىبىنيت ئەف خىشتەيى ل خوارى پىناسىن ھندەك زاراقتان دياردكەت ۋ رووندكەت ب نمونەيا ھەلدانا بەركى زارى.

نمونە	پىناسە
ھەلدانا بەركى زارى	كارى ھەرەمەكى Trial : كارەكە كو ئەنجامى ۋى ل دەستپىكى نەيى ديارە
ھەلدانا بەركى زارى 10 جاران	تاقىكرنا ھەرەمەكى Experiment : كارەكى ھەرەمەكىە يان دووبارەكرنا كارەكى ھەرەمەكىە گەلەك جاران.
{1, 2, 3, 4, 5, 6}	كۆمەلا ئەنجامان Sample Space : ئەو كۆمەلە پىكدىت ژ ھەموو ئەنجامىن دشاندا بۇ كارەكى ھەرەمەكى.
دەستكەفتن 3 يان دەستكەفتن 3 ژمارەكا كت.	روودان Event : ئەنجامەكى دشاندايە يان كۆمەلەكە ژ ئەنجامىن دشاندا.

دبىژنا ئەنجامىن كارەكى ھەرەمەكى ئەگەرا يەكسان **equiprobable** ھەكە شيانا دياربوننا ھەموو ئەنجامان يا يەكسان بىت. ب راستى سەلماندا ئەقى چەندى دژيانا رژانەدا گەلەك يا ئالۇزە لى ئەم دشىين ۋەسا دانىيىن، بۇ نمونە ئەم دشىين ئەنجامىن ھەموو كارىن ھەرەمەكى ل خوارى ب ئەكەرا يەكسان دانىيىن: ھەلدانا بەركى زارەكى، ھەلدانا پارچەكا دراقتى كانزايى، ئەنجامىن چەرەكەكى مىلدار، رەگەزى ژ دايكبوونەكى.

نمونہ

1
ئەگەر چاکبوونا ئیکۆ توشبووی ب پەنجەشیرا سیهۆ چەندە؟
هەکە بزانی کو خواندەنەک لسهەر 5000 توشبوویان هاتەکرن، بتنی 250 ژ وان چاکبوونەهە

شیکار

تو دشی کۆمەلا ئەنجامین 5000 توشبوویان، $5000 - 250 = 4750$
چاک نەبووینە، و 250 چاکبووینە ئەگەر کو ئەف نەخوشە چاکبیت:

$$P(c) = \frac{250}{5000} = \frac{1}{20} = 0.05 = 5\%$$

هیمایی c بو چاکبوونا نەخۆشی.

نمونہ

2
ئەقینی زارەک هەلدا. ئەگەر بو دەریابوونا ئیک ژ چەند جاریا (3) چەندە؟

شیکار

کۆمەلا ئەنجامان (بو شایا نمونۆ): {1, 2, 3, 4, 5, 6}. روودان یا دروستە هەکە ئەقینی
3 یان 6 بەدستقەئینا. ئەقە وی چەندی دگەهینیت کو ئەگەر روودانی (2) یە ژ (6)، ئانکو:

$$P(M3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0.3333 \approx 33.33\%$$

هیمایی M3 بو دەستقەئینانا چەندجاریا 3.

بەرھنگاری

سەرہستی گۆیەک ژ تویرکەکی کو 4 گۆیین سۆر و 7 گۆیین پەش تیدانە پاکیشا. ئەگەر
کو ئەو گۆیا یان شین بیت چەندە؟

ئەگەر Probability

پیقانا ئەگەر روودانەکی ژمارەیکە راستیە و دگەقیتە ناقبەرا سفر و ئیکۆ.

هەکە روودان یا ستەم بیت Impossible ئەگەر دیاربوونا وی = 0.

هەکە روودان یا مسوگەر بیت Certain ئەگەر دیاربوونا وی دئ = 1.

سەرچەمی ئەگەرین هەموو ئەنجامین پیشبینکری = 1

نہگہرا تیوری Theoretical Probability

نہگہرا روودانہ کی ژ روودانین تاقیکرنہکا نہجامین وی نہگہر یہکسان دبتہ ژمارہکا راستی و یہکسانہ ب فی کہرتی۔

$$P(A) = \frac{\text{ژمارا ہموو نہجامین روودانی ساختکہن}}{\text{ژمارا ہموو نہجامین دشیاندا}}$$

نہگہریک



مہریوانی پہپکہ ژ عہلبکہ کی کو 2 د سور، و 4 دشین و 3 زہر تیدانہ پراکیشا۔

نہگہرا کو پہپکی پراکیشای بی زہر

بیت چہندہ؟

شیکار

نہجامین فی تاقیکرنا ہہرہمہکی ہمان نہگہر ہنہ۔

دشپین کومہلا نہجامان بو فی کومہلی بنقیسین:

$$\{R_1, R_2, B_1, B_2, B_3, B_4, Y_1, Y_2, Y_3\}$$

3 نہجام نہفی روودانی ساختکہن ژ 9. ٹانکو:

$$P(Y) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

نہگہرا کو پہپکی پراکیشای بی زہر بیت (3) یہ ژ (9)، یان: $P(Y) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

ہیمای بی Y بو نہگہرا «راکیشانا پہپکہکا زہر»۔

کامیرانی پہپکہ ژ عہلبکہ کی راکیشا کو 3 دسور و 5 دشین و 7 زہر تیدا بوون۔ نہگہرا کو

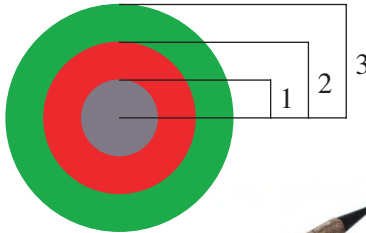
پہپکی پراکیشای یا شین بیت چہندہ؟

کومہلا نہجامان (بوشایا نمونی) دنمونہیین بووریدا ژ چہند دانہیان پیکدہیت۔

لی ہندہک تاقیکرنین ہہرہمہکی ہنہ کو ٹہف کومہلہ تیدا نہیا بدوماہیکہ۔

نمونہ 3

ہہولبدہ



سامانی تیرہک ہافیتہ تہختہ کی بازنہی ب دیواریقہ

ہہلاویستی۔ نہگہرا کو ٹہف تیرہ ل

دہقہرا کہسک بچہقیٹ چہندہ؟

شیکار

ہہر خالہک ژ خالین تہختی دبیتہ نہجامہ کی دشیاندا، دفی

بووریدا دی بیژین کومہلا نہجامان نہیا بدوماہیکہ infinite.

خالین کو روودانی ساختکہن ٹہو خالین دہقہرا کہسکہ۔ بو ہہژمارکرنا

نہگہرا روودانا پیدفی، رووبہری دہقہرا کہسک دابہشی رووبہری ہہموو

تہختی بکہ۔

$$P(G) = \frac{\text{رووبہری دہقہرا کہسک}}{\text{رووبہری ہہموو تہختی}} = \frac{\pi(3)^2 - \pi(2)^2}{\pi(3)^2} = \frac{5\pi}{9\pi} = \frac{5}{9} = 0.556 = 55.6\%$$

ہیمای بی G بو روودانا دہقہرا کہسک

نمونہ 4



گریڈان

نہاندازہ

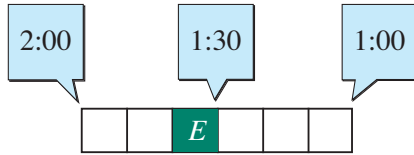
ہہولبدہ

نہگہرا چہقاندنا تیری ل دہقہرا سور چہندہ؟

شہمال روڑانہ بہریٰ خو ددہتہ پوستیٰ خوئیٰ ٹہلکترؤنی، ل ناقبہرا دہمژمیر 1:00 و دہمژمیر 2:00 پشتی نیقرو۔ ٹہگہرا ٹہو ب فی کاری رابت ل ناقبہرا 1:30 و 1:40 چہندہ؟

شیکار

بو شایا نمونی پیکدہیت ژ ہہردہمہکی ل ناقبہرا 1:00 و 2:00 لی رودان دبیتہ کومہلا وان دہمیں دکہقنہ دناقبہرا 1:30 و 1:40 دا۔ بو ہہژمارکنا ٹہگہرا ٹہقی رودانی دی ٹہقی ماوہیی دناقبہرا 1:00 و 2:00 دا دابہشکہین بو ماوہیین دریزیا ہہر ٹیکی ژ وان 10 خولہک بت (دریزیا ماوہیی ل ناقبہرا 1:30 و 1:40 رودانی دنوینت).



ماوہیی کسک رودانی دنوینت۔ ٹہگہرا فی رودانی دبیتہ ماوہیہک ژ 6 ماوہیان، ٹانکو:

$$P(E) = \frac{1}{6} = 0.167 = 16.7\%$$

کو E ہیمائی رودانی بیت (سہکرنا شہمالی بو پوستیٰ خوئیٰ ٹہلکترؤنی دناقبہرا 1:30 بو 1:40)

ہہولبدہ ٹہگہر دی چہند بیت کو شہمال ب فی کاری رابیت دناقبہرا 1:30 و 1:35 دا؟

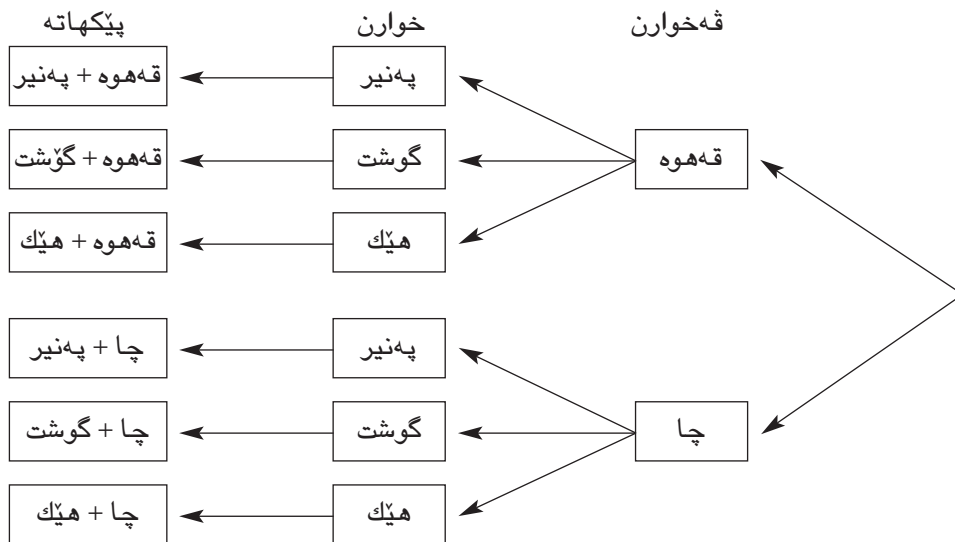
Fundamental Counting Principle

یاسایا ہہژمارتنا بنہرہتی

دہمی تو رودانہکی بخوینی بو دہرئینانا ٹہگہرا وی، دی تو پیتقی ٹہقان بی:

1. ہہژمارتنا ہہموو ٹہجامین دشیاندا.
2. ہہژمارتنا ٹہجامین رودانی ساخدکن۔ تو دشیی ہیلکاری داری بکاربینی بو ٹہجامدانا وی کاری.

بو نمونہ خوارنا تیشتی ل ٹوتیلہکی۔ ماٹ بو میقانی ہہیہ بو خو چایی یان قہہوی ہہلبزیرت ول ناقبہرا سی جورین خوارنی: پهنیر و گوشت و ہیک جورہکی خوارنی ہہلبزیرت۔ ٹہف ہیلکاری ل خوارنی ریکین دشیاندا بو پیکہاتہیا تیشتی دیاردکہت.



نمونہ

7 تابلویا ترؤمبیلان ژ سی پیتان کو سی رهنوس ل دووف دھین پیکدھیت. ئەگەر کو پیتین تابلویا ترؤمبیلان ته ژ پیتین ئیکی بن ژ ناقي تهیی سیانی دی چند بیت؟ (هژمارا پیتین ئەبجە دی یین عەرەبی 28 پیتن).

شیکار

دانەیین بۆشایا نمونی:

پیتا ئیکی	پیتا دووی	پیتا سییی	پیتا ئیکی	پیتا دووی	پیتا سییی	پیتا دووی	پیتا سییی
28	28	28	10	10	10	10	10

هژمارا تابلویین دشیاندا دی بنه $28^3 \times 10^3 = 21\ 252\ 000$ تابلۆ.

پاشی هژمارا وان تابلویین مەرجی بجه دئینن بینەدەر.

پیتا ئیکی	پیتا دووی	پیتا سییی	پیتا ئیکی	پیتا دووی	پیتا سییی	پیتا دووی	پیتا سییی
1	1	1	10	10	10	10	10

ئیجا هژمارا تابلویین مەرجی بجه دئینن دی بنه $10^3 = 1\ 000$ تابلۆ.

ئەگەر پیتین تابلویا ترؤمبیلان ته ژ پیتین ئیکی بن ژ ناقي تهیی سیانی ل دووف ئیک دی

بیتە $\frac{1000}{21\ 952\ 000} = 0.000045$ ، ئانکو 45 ژ مەلیونی.

بجهینان

بازرگانی

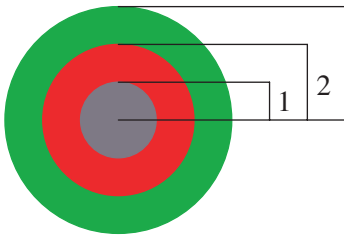
راھینان

بەردەوامبوون د بیر کاربیدا

- 1 سی نمونەیان لسەر رووانەکی بینە کو ئەنجامین وان نەبنە ئیک ئەنجام.
- 2 ب چ ئەگەر تیوری و ئەگەر تاقیکرنی د هاوبەشن؟ ب چ ژیکجودانە؟
- 3 چەوا رووبەران بکار دئینی بو هژمارتانا ئەگەران؟
- 4 چەوا هیلکاری داری هاریکاریا ته دکەت بو تیگەهشتنا یاسایا هژمارتانا بنەپەتی؟

راھینا تین ئاراستە کری

- 5 دارای تەپەکا شووشە ژ تویرکەکی کو 5 تەپین شین، و 3 تەپین سۆر، و تەپەکا سپی تیدانە راکیشا. ئەگەر دی چەند بیت کو ئەف تەپا راکیشای یا سۆر بیت؟
- 6 ریژینی تیرەک هاقیتە تابلویەکا دەپی کو یا ب دیواریفه 3 هەلاویستیه. ئەگەر دی چەند بیت کو ئەف تیرە ل بازنەیا بچووک بکەفیت؟



- 7 هیژا رۆژانە سەحەکەتە پۆستی خویی ئەلکترۆنی، د ناقبەرا دەمژمیر حەفت و دەمژمیر هەشتی سپیدیدا ئەگەر چەندە ئەو ب فی کاری رابیت ل ناقبەرا 7:30 و 7:45 ؟



8 ههكاری دقیت په یقا نهیڼی یا تایبهت ب خوځه ههلبژږت بو چونا د ناف ئینته رنیتیدا. ئەف په یقا ژ 3 پیتین ئنگلیزی پیکدهیت و سی رهنوس ل دووځ دهین. دی شیت چند په یقین نهیڼی دروستبکهت، بو زانین ئەو نه شیت پیتا O و رهنوسا O بکاربنیت؟

راهینان و بجهینان

تویرکهکی 3 پلینین سپی و دوو پلینین رهش و 5 پلینین سوړ تیدانه، هه موو د هاوشیوه نه. زانای پلینتهک راکیشا. دی نهگه ر چند بیت نهو پلینا هاتیه راکیشان یا:

9 سپی بیت؟ 10 رهش بیت؟ 11 سوړ بیت؟

نهگه را هه ر ئیک ژ نهقان روودانان چهنده، ده می هه لانا زاری بتنی جارهک بیت؟

- 12 دستفه ئینانا ژمارهیا 1 13 دستفه ئینانا ژمارهیا 4 .
 14 دستفه ئینانا ژمارهکا جوت 15 دستفه ئینانا ژمارهکا کت
 16 دستفه ئینانا ژمارهکا مهزنتر ژ 3 . 17 دستفه ئینانا ژمارهکا مهزنتر ژ 3 .
 18 دستفه ئینانا ژمارهکا مهزنتر ژ 6 . 19 دستفه ئینانا ژمارهکا بچووکتر ژ 7 .

پاس دناقههرا ده مژمیر 8:00 و 8:05 ی سپیدی د گههته جهی راوهستیانی ل نه نیشنا مالا دانای. نهگه را سواربوونا دانای بو پاسی دی چند بیت ههکه پاس ل نهقان ده مان گه هشته جهی راوهستیانی:

20 8:04 21 8:02 22 8:01 23 8:03

ل ههردوو راهینانان 25 و 26 هیلکاری داری کو هه موو نهجامین دشیاندا تیدا بهینه روونکر دروست بکه.

24 تو مارکر د چالاکیین دهره کیدا (چالاکیهک ژ هه ر چشهکی).

وهرزش : تهپا پی، تهپا باسکی، تهپا میزی.

هونه ر : موسیقه، نهخش کیشان.

پانه : زانست، بیرکاری.

25 ئارهزوو (ئارهزوویک ژ هه ر چشهکی).

د مالدا : خواندن، سهکرنا تله فزیونی، گوهدانا موسیقی.

دهرقهی مال : غاردان، سهیران، چوونا یانی.

هه ژمارا په یقین نهی کو پیکئینانا وان دشیاندا بت دیار بکه، هه موو پیتین ئنگلیزی و هه موو رهنوسان د هه ر باره کیدا بکاربنه.

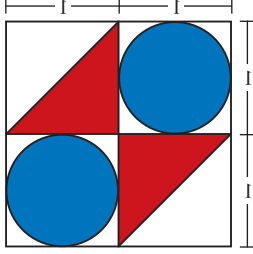
26 دوو رهنوس کو سی پیت ل دووځ بهین و ئیک رهنوس ل دووځ نهوان بهیت.

27 سی رهنوس کو دوو پیت ل دووځ بهین و ئیک رهنوس ل دووځ ههردووان بهیت.

28 سی پیتین ژیکجودا کو سی رهنوس ل دووځ بهین.

29 دوو پیت کو چار رهنوس ل دووځ بهین.

ئەندازە كامپىرانى تىرا خۇ ھاقىتە تابلۇيەكا دەپى ئەوا ديار دويىنى بەرامبەردا: ئەگەرا ھەر ئىك ئۇ ئەقان روودانان بىنەدەر.



30 ئەو تىرە ب دەقەرا بازنەيى بکەقیت.

31 ئەو تىرە ب ئىك ئۇ ھەردوو سيگوشەيىن سۆر بکەقیت.

32 ئەو تىرە ب ئىك ئۇ ھەردوو سيگوشەيىن سېى بکەقیت.

33 ئەو تىرە ب دەقەرا سېى بکەقیت.

دیمۆگرافيا ئەف خشتەيى ل خوارى ھەژمارا ئاکنجیىن باژىرکەكى، ژبلى زارۆکان ديار دکەت، ل دووڤ ژى و رەکەزى.

مى	نیر	ژى
93	83	14 - 17
1 416	1 224	18 - 19
1 414	1 294	20 - 21
1 263	1 260	22 - 24
1 058	950	25 - 29
811	661	30 - 34
1 824	955	35 و زیدەتر

سەروكى جقاتا باژىركى رابوو ب ھەلبىژارتنا ئىك ئۇ ئاکنجیان. دى ئەگەر چەند بیت كو ژىي ئەقى كەسى ئۇ ئەقى چەشنى بیت:

34 18 - 24 **35** 25 - 29 **36** 30 - 34 **37** 30 بەرھوژوور

38 **ئاسایش:** ئىك ئۇ بسپۆرىن کاروبارىن ئاسایشى دقیت کلیلەكى چىبکەت بۇ سیستەمەكى ئاسایشى، ئەف کلیلە ئۇ سى پیتان A, B, C پىکدەيىت. دبیت ھەر پیتەك زیدەتر ئۇ جارەكى دووبارەببیت. ئەقى بسپۆرى دقیت ئەگەرا سەرکەفتنى ئۇ بزاقىن قەکرنا ئەقى کلیلى کیمتر بیت ئۇ 0.001. کیمترین ھەژمارا پیتان بۇ ئەقى کلیلى چەندە؟

لېنېرىنەك بۆپاش



بلەيا ھەر رادەداركى چەندە؟

$$x^3 + 4x^5 - 6x^2 + x - 10 \quad 39$$

$$x + 3x^5 \quad 40$$

ھەر ھاوكېشەيەكى يان لاسەنگەيەكى شىكارىكە.

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \quad 41$$

$$x^2 - 3x + 2 > 0 \quad 42$$

43 ئىك ز پېشەسازكاران ئەقى نەخشەيى $C(x) = 0.1x^2 + 5x + 40$ بكار دئىنيت بۆ تېچوويا بەرھەمئىنانى، دئەقى نەخشەيىدا (x) ھىمايى ھەژمارا يەكېن بەرھەمىنە، و C ھىمايى تېچوويا بەرھەمىيە ب دىناران. تېچوويا بەرھەمئىنانا 10 متايان چەندە؟
ژ لايەكى دى، پېشەسازكارى برىاردىكو بەرھەمى خۆ ب 60 ھزار دىناران بۆ ھەر يەكەيەكى بفروش. ھەژمارا يەكەيان دى چەند بيت كۆ ئەو بلندترىن مفاى ب دەستخوقە بىنت؟

بجھئىنان

نابوورى

لېنېرىنەك بۆپېش



44 سامانى دقيا دوو پىتان ژ ئەقان پىتان A, B, C, D ھەلبىزىرت. شىكارىن دىياندا دى بنە چەند، ھەكە سامانى كرنكى ب رېزبەندى دا بۆ پاكېشاننا ھەردو پىتان (ئانكو شىكارا A, B نە وەكى شىكارا A, B يە).
و ھەكە گرنكى ب رېزبەندى نەدا (ئانكو ھەردو شىكارا A, B و \bar{A}, \bar{B} ئىك شىكارن).

گۆرپن و ریزبەندی

Permutations and Arrangements



پوچى؟
گەلەك بارەيىن مەين گرنىگى
ب رىكخستنا ژمارەكا دياركوى ژ
دانهيىن كۆمەلەكى ب شيۆەيهكى
ريزكوى ددەن.

وانەيا 2

نارمانج

- پرسيارين گۆرپن تيدا مەبن شىكار دكەت، و ژمارا گۆرپين كۆمەلەكا ژ n دانهيان دياردكەت.
- پرسيارين ريزبەندی تيدا مەبن شىكار دكەت و مەموو ريزبەندیين m دانه ژ n دانهيان دياردكەت.

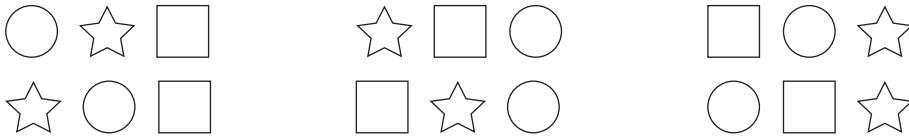
ئەرنولد شوينبرگ موسيقەك دا هينا كو ژ 12 ئاوازان پىكها تبوو، دقیت هەر نۆتەك ژ نۆتین پەيسكا مۆسقىي ب كىمى جارەكى بكاربەيت، بەرى لەرینا هەر ئىك ژوان. دبیژنه هەر كۆمەلەكى ژ 12 ئاوازن ناوازا ریز Tone Row. چەند ئاوازين ریز ژىكجودا تو دشیى بنقیسی؟

permutation

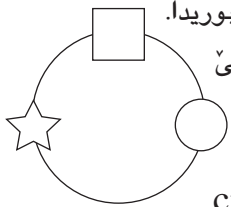
گۆرپن

گۆرپن permutation رىكخستنه بو ژمارەكا تستان دریزكرنەكا دياركریدا.

1 **نمونە**
هەموو گۆرپينين ئەفان تستان بکيشه: $\square \quad \circ \quad \star$
شىكار



تو دشیى ئەفان تستان لەسەر راستەهیلەكى رىكبىخى، هەر وهكى دنمونەيا بوریدا.
و هەر وەسا تو دشیى لەسەر بازنەكى رىكبىخى، هەر وهكى ديار د ئەقى وینەيى
بەرامبەردا.



رىكخستنا تستان د بارى ئىكيدا دبیتە گۆرپنا هیلى linear permutation
و دیا دوویدا گۆرپنا بازنەییە circular permutation.

نمونہ

شیکارا پرسیاران

دروستکرنا لیستہ کا ریختہ یی ل خوارئ ہموو گورپینن دشیاندا بو پیتنن لاتینی A, B, C, D دیاردکت. دی چہوا یاسایا ہہژمارتنا بنہرہتی بو دیارکرنا ئەقان گورپینان بکارئینی؟

$DABC$	$CABD$	$BACD$	$ABCD$
$DACB$	$CADB$	$BADC$	$ABDC$
$DBAC$	$CBAD$	$BCAD$	$ACBD$
$DBCA$	$CBDA$	$BCDA$	$ACDB$
$DCAB$	$CDAB$	$BDAC$	$ADBC$
$DCBA$	$CDBA$	$BDCA$	$ADCB$

شیکار

تو دشیی ژمارا فان گورپینان دیاربکە ی بکارئینانا یاسایا ہہژمارتنا بنہرہتی، ہەر وەکی یا دیار:

دبیت پیتا چارئ ہەلبژیری ژ	دبیت پیتا سئئ ہەلبژیری ژ	دبیت پیتا دووئ ہەلبژیری ژ	دبیت پیتا ئیکئ ہەلبژیری ژ
1	2	3	4

ژمارا ہموو گورپینان یەکسانە ب $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ئانکو 24 گورپین.

بو دەرپرینەکا کورت بو ئەنجامئ ئەقی لیکدانئ، $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ بکاربینە.

لیکدراوی n factorial

ہەکە n ژمارە یەکا راستی نہیا سالب بیت، لیکدراوی n ب $n!$ دئئتہ نقیسین:

$$n! = \begin{cases} 1 & : n = 0 \\ 1 \times 2 \times \dots \times n & : n > 0 \end{cases}$$

نمونہ

راستی و کاروانی و ہەکاری بەریکانا غاردانئ کرن. ئەنجامئ دشیاندا بو قئ بەریکانئ چەندن؟ ژمارا وان چەندە؟ ئەگەرا کو ہەکاریئ ئیکئ بیت چەندە؟

شیکار

ئەنجامئ دشیاندا بو قئ بەریکانئ دبنە:

ئیکئ	راستی	راستی	کاروان	کاروان	ہەکار	ہەکار
دووئ	کاروان	ہەکار	راستی	ہەکار	راستی	کاروان
سیئئ	ہەکار	کاروان	ہەکار	راستی	کاروان	راستی

ژمارا ئەنجامئ دشیاندا 6.

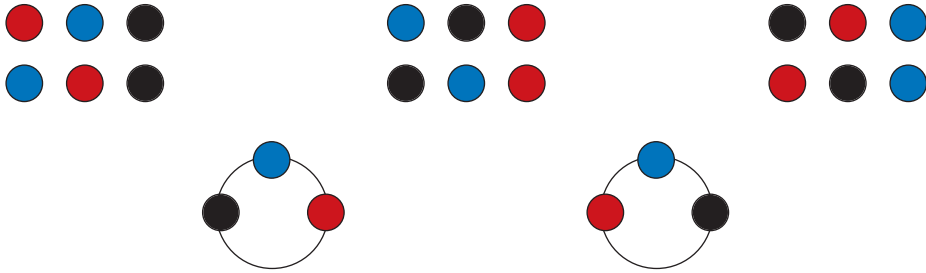
ژمارا وان ئەنجامئ قئ روودانی ساخدکەن (کو ہەکاریئ ئیکئ بیت) دبیتہ 2. لسەر ئەقی

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.3333 = 33.33\% \text{ چەندئ، ئەگەرا کو ہەکاریئ ئیکئ بیت ئەقیہ:}$$

تو دشیی چەند ژماران ژ 4 رەنوسان پیکبینی بکارئینانا ئەقان رەنوسان 1, 2, 3, 4 بی
ہەولبەدە دووبارەبوون؟ ئەوان ژماران بنقیسە.

شيكار

ههكه تو بهرئ خو بدهيه گۆرپنئ هئلى بۆ ئەفان هەرسى كورسيكان، دئ ئەقى چەندئ بىنى:



بەرئ خو بده گۆرپنئ هئلى د ريزا ئيكيذا (شين، رهش، سور)، ئيك گورينا بازنهى پيكنينايه. و گۆرپنئ هئلى د ريزا دوويذا (شين، رهش، سور) گورينهكا بازنهى يا پيكنيناى. قيچا بۆ روناكى دوو هەلبژارتن هەنە بۆ دانانا كورسيان لدۆر ميژئ.

هەولبده ته چەند هەلبژارتن هەنە، بۆ ريزكرنا 4 جوړين فيقى د سينهكهكا بازنهيدا؟

راهينان

بهرده وامبوون د بير كاربيدا

- 1 دئ چهوا ياسايا هەژمارتنا بنهپهتى هاريكاريى كهت بۆ دياركرنا هەژمارا گورينان بۆ چار تستان؟
- 2 دئ چهوا ياسايا هەژمارتنا بنهپهتى هاريكاريى كهت بۆ دياركرنا هەژمارا ريزبەنديان بۆ چار تستان ژ پينچين بنهپهتى؟

راهينان تاراسته كرى

- 3 تو دشئى چەند ژماران بنقيسى بكارئينانا شەش رهنوسين پيدايين بئ دووبارهكرن؟
- 4 ته چەند هەلبژارتن هەنە بۆ سهكرنا 3 كاسيئين فيديوئى ل دووف ئيك ژ 7 كاسيئين بنهپهتى؟
- 5 21 كەسان چەند هەلبژارتن هەنە ژ بۆ روينشتنا وان لدۆر ميژهكا بازنهى بۆ خوارنا شيقى؟

بههژميژه

9	8	7	6
$(6-4)!$	$(7-5)!$	$6! - 4!$	$7! - 5$
13	12	11	10
$\frac{3! \times (7-2)!}{0!}$	$\frac{0! \times 5!}{(4-1)!}$	$\frac{10!}{4! \times 6!}$	$\frac{8!}{5! \times 3!}$

راهينان و بجهئيان

نازئ 8 رهنوس هەنە. ئەو دشئت چەند ژماران پيكنينت، بكارئينانا وان رهنوسان بئ دووبارهبوون ل فان بارهئين ل خوارئ.

- 14 ژ 5 رهنوسان
- 15 ژ 3 رهنوسان
- 16 ژ 4 رهنوسان
- 17 ژ 6 رهنوسان
- 18 ژ 7 رهنوسان
- 19 ژ 8 رهنوسان

ريقه بهريا دهزگههان كوميانيهكى پيشوازيا 8 فهزمانبهريين نووكر. هەژمارا هەلبژارتنان بۆ بهلافكرنا وان لسەر پۆستين قالا دهر بارهكيدا ژ ئەفان دياربكه.

بجهئيان

- 20 8 پۆست 21 9 پۆست 22 10 پۆست 23 15 پۆست
- 24 فرۆشپارەکی دقئیت 7 جورین بەرچاڤکان لاسەر میزەپەکا بازنەى نمایشکەت. ئەوی چەند هەلبژارتن هەنە بۆ ریزکرنا وان؟
- 25 کومپانیەکی دقئیت هەر فەرمانبەرکی ژ فەرمانبەرین خۆ ژمارەپەکا 7 رەنوو سی بەدەتی. دئ هەژمارا ژمارەکرئین دشیاندا بنە چەند، بۆ زانین ئەو دشیت رەنوو سان ژ 0 هەتا 9 بکاربیت؟ دئ هەژمارا وان بیتە چەند هەکە بی دوبارەبوون بیت؟
- 26 رزگاری دقئیت چەرەکی میلدار و رەنوو سکری ژ 1 هەتا 3 دروستبکەت. ئەف چەرە کرە 3 پارچین یەکسان. ئەوی چەند ریک هەنە بۆ نقیسینا ئەقان هەرسی رەنوو سان؟

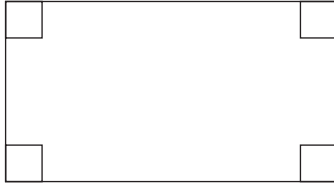
گریدان

ئەندازە گەلەك جارن چەند لا دئیتە ناڤکرن ب ناڤی سەرین وئ بکارئینانا پیتان. ل پرسیارین ل خوارئ هەژمارا ریکین دشیاندا دیاربکە بۆ ناڤکرنا هەر چەند لایەکی ژ چەند لایین ل خوارئ، بۆ زانین ئەف پیتە: A, B, C, D, E, F دئینە بکارئینان.

- 27 سیگۆشە 28 چارلا 29 شەشلا 30 پینجلا
- 31 **وەرز** 7 گەنجان بەریکانا غاردانی کر. ژمارا ریزەندیین دشیاندا چەندە بۆ سەرکەفتیین (ئیکی، دووی، سیی)؟

بجهئنان

لینیرینەك بۆ پاش



- 32 **بلندترین بها** ژیکر پارچە کارتۆنەکا لاکیشەیی هەیه کو دریزیا وئ 48cm و پانیا وئ 36cm. ئەوی دقئیت پاکیتەکا قەکری لاسەر شیوی لاکیشە تەریبەکی دروستبکەت. ب برینا (4) چارگۆشەیان ژ هەر چار سەرین کارتۆنا لاکیشەیی و چەماندنا لایین ماین. یا پیتقیە کو دریزیا لایئ ئەقی چارگۆشەیی ب هەلبژیری، بۆ دەستقەئینانا پاکیتەکی کو مەزنترین قەبارە هەبیت؟ ئەو قەبارە دئ چەند بت؟

$$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ 3x - y = -11 \end{cases}$$

- 33 ئەقی سیستەمی دوو هاوکیشەیی شیکاربکە: (هشیاربه: ئیک ژ هەردوو هاوکیشەیان نەیا هئلیه).

لینیرینەك بۆ پیش

- 34 6 یانە د خولەکا تەپا پیدا دەشداربوون. ریکخەری خولی کۆمەل ژ وان پیکئینان کو هەر کۆمەلەک ژ دوو یانەیان پیکبیت، دئ شیت چەند کۆمەلان پیکبیت؟



نارمانج

- وان پرسیارین گونجین تیدا شیکاردکته. هموو گونجینن r دانه ژ n دانهیان دیاردکته.
- وان پرسیاران شیکاردکته ئهوین په یوهندی لناقبهرا گورین و گونجینی بخوځه دگرن.



بوچی

گونجینی روله کی گرنګ هه په دژیانیدا، بو نمونه، نهو ری ددهت بو هه ژمارتنا ژمارا وان تیبین پیکدئین ژ 3 قوتابیان ژ قوتابیین پولا دهی.

ل بیرا ته بیت کو ری زبهندی دبیته ری کخستنا r تستان ژ n تستان ل ری زکرنه کا دیارکری. هه که ل ری کخستنا وان گرنګی نه دانه ری زکرنی، ئهوا بدهست دکه فتی دبیته گونجین. گونجینا r دانهیان ژ n دانهیان دبیته کومه له که کو پیکدئیت ژ r دانهیان ژ n دانهیان. هه که ته ئهف ژماره هه بن: 1, 2, 3, 4, 5, ژمارین 2, 3, 5 گونجینا 3 دانهیان ژ 5 دانهیان پیکدئینت. بهری خو بدی کو ژماره یین 3, 2, 5 هه ئهوی گونجینی دروستدکهن نه وهکی ری زبهندی.

یانه یه کا وهرزشی هه لېژارتنه کا نهی نی ئه جامدا بو هه لېژارتنه لیژنه یا سه ره شتیاریی کو پیکدئیت ژ سه روک و جیگری سه روکی و رازگر و بهر پرسی دارایی و بهر پرسی په یوهندیان. ژ ناف 7 پالیوراوان. دشین چهنه لیژنه یان دروستبکهن.

هه لېژارتنه بهر پرسی په یوهندیان ژ	هه لېژارتنه بهر پرسی دارای ژ	هه لېژارتنه رازگری ژ	هه لېژارتنه جیککری ژ	هه لېژارتنه سه روکی ژ
3	4	5	6	7

قیجا ژمارا لیژنه یین دشیاندا دبیته

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{7!}{2!} = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520$$

یانه یا وهرزشی ری یا هه لېژارتنه لیژنه یا کارگیری گوهارت، دقت هه نه دنامه ک (5) پالیوراوان ژ (7) هه لېژرت بو دروستکرنا لیژنه یا کارگیری بی دیارکرنا کاری هه ئیک ژ وان نه دنامان کو ئهوی کاری دناقبهرا خوځا دابه شکهن.

1 نمونه

بجهتینان وهرزش

2 نمونه

- ا) چند ریڱ هه نه بو هه پینج ئه ندامین هه لپژارتی کو کار دناقبره ئه واندا بهیته دابه شکرن؟
 ب) ئەف ئەندامه دشین چهند لیژنه یین کارگیری ب ریڱا نوو هه لپژیرن؟

شیکار

- ا) ژمارا ریڱان دبیته ژمارا گۆرینین کۆمهلا ژ 5 دانه یان. کو یه کسانه بو
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$
 ب) بزانه کو هه لپژنه یه کا هه لپژارتی، 120 پیکهاته یان بو لیژنه یا کارگیری په یدا دکهت.
 ژمارا لیژنه یین دشیاندا = ژمارا لیژنن هه لپژارتی \times ژمارا گۆرینن هه لپژنه یه کی = 2520
 ژمارا لیژنه یین هه لپژارتی $\times 120$
 ژمارا لیژنن هه لپژارتنا ئه و دشیاندا دبته $21 = \frac{2520}{120}$ ئانکو 21 لیژنه.

چالاکي

بهروردکرنا ریژبه ندیان و گۆنجیان Comparing Arrangements and Combinations

- یانیه کی یاریه ک دناقبره ئه ندامین خودا ب ئەفان شیوازی ل خوارئ ریڱخست.
- یاریکه ر دئ 3 رهنوسان ژ هه ر دهه رهنوسان (ژ 0 هه تا 9) هه لپژیرت و دئ لسه ر ته خته ی نفیس ت.
 - یاریکه ر دئ 3 ته پین رهنوسه کری (ژ 0 هه تا 9) ژ تویره کی تاری راکیش ت، ئیک ل دوو ف ئیکی.
 - ئەو یاریکه ر دئ سه رکه فته بیت هه که ئەو رهنوسین وی راکیشاین جووت بن دگه ل وان رهنوسین هاتینه نفیسین لسه ر ته خته ی ب هه مان ریژبه ندی.
1. ئارامی ئەف رهنوسه 8، 4، 1 ل دوو ف ئیک هه لپژارتن. چ ئەنجام دئ وی گه هینه ته سه رکه فتنی؟
 2. ریڱخه ری یاری ریسا گوهارت و ئەف مه رجه دانه، کو ئەو هه رسی رهنوسان رابکیشیت بی پیته دان ب ریژکرنی. ئارامی یاری دوو باره کر وی یی رژدبوو لسه ر رهنوسین خو. چ ئەنجام دئ وی گه هینه سه رکه فتنی؟
 3. کیژ ژ هه ردوو یاریان مه زنترین به خت هه یه بو یاریکه ری: یا ئیکی یان یا دووی؟ به رسفا خو روونبکه.

خاله کا چاقدیری ✓

گونجینن r دانه ژ n دانه یان Combinations of n Objects Taken r at a Time

هه ژمارا گونجینن r دانه ژ n دانه یان، ده می $r \leq n$ دبیته $C(n, r) = {}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

نمونہ

3

بحیثان

بازرگانی

پینتھیہ لسەر دلیر 3 کۆپان ژ 5 کۆپین دۆشاقا ژ ئەفان فیقیان هەلبژیریت نیموک، سیف، تری، مۆز، ئەناناس. ئەوی چەند هەلبژارتن هەنە؟

شیکار

ئەو دشیئ کۆپا ئیکێ ژ 5 کۆپان هەلبژیرت، و یا دووی ژ 4 کۆپان، و یا سییی ژ 3 کۆپان. لی چ جیاوازی بۆ هەلبژارتنا دۆشاقا نیموکی و دۆشاقا موزی و دۆشاقا تری ژ هەلبژارتنا دۆشاقا موزی و دۆشاقا تری و دۆشاقا نیموکی نینە. ئانکو ئەو ریزبەندیا بۆ هەلبژارتنا کۆپان ژ لایی دلیری چ گرنگی بۆ نینە، ئەقە وی چەندی رادگەهینت کو هەلبژارتنێن دلیری دبنە (3 ریزبەندی ژ 5) و دابەشبیئ لسەر هەژمارا گوهورینا 3 دانەیان، ئانکو: $10 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1}$

هەولبەدە

هزرکره‌کا ره‌خنه‌گر

چەند ریکێن هەلبژارتنی دلیری هەنە، هەکە وی پقیت 4 کۆپان هەلبژیرت. کیژ مەزنتره: ژمارا 3 ریزبەندیان ژ 5، یان ژمارا 3 کونجیان ژ 5؟

ژ ئەفان هەردوو نمونەیی بەرئ ئەقە ب دەست مەدکەقیت کو پەیوەندیەکە یا هەی دناقبەرا ژمارا ریزکرین r تشتان ژ n تشتان، و ژمارا گۆنجینین r تشتان ژ n تشتان.

پەیوەندی دناقبەرا ریزبەندیان و گونجیاندا

Relation Between Arrangements and Combinations

ژمارا گونجینین r تشتان ژ n تشتان \times ژمارا ریزکرنا r تشتان = ژمارا ریزبەندیان r تشتان ژ n تشتان

$${}_n P_r = r! \times {}_n C_r$$

نمونہ

4

دەمی پرسیاره‌کی شیکاردەکی، گەلەک جاران دئ پینتھی هەلبژارتنا شیوازی گونجای بی: ریزبەندی یان گونجین.

شیوازی گونجای دیاریکە، پاشی ژمارا وی بینەدەر.

ا چەند ریک هەنە بۆ هەلبژارتنا سەرۆکی و جیگری و سکریتیژی ژ 5 بەربژیران؟

ب چەند ریک هەنە بۆ هەلبژارتنا لیژنەیه‌کا ژ 3 ئەندامان ژ 5 بەربژیران؟

شیکار

ا شیوازی ل قیری شیوازی ریزکرینیە، چونکی داخووازا هەلبژارتناکەسەکی بۆ سەرۆکاتیژی کریه، و یی دئ بۆ جیگری سەرۆکی، و یی سییی بۆ سکریتیژی. ژمارا پیکهاتەیان دبیتە. $60 = 5 \times 4 \times 3 = \frac{5!}{(5-3)!}$

ب شیوازی ل قیری شیوازی گونجینەیه، چونکی یا داخووازی ئەقەیه کۆمەلەکە ژ 3 کەسان.

$${}_5 C_3 = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

هەولبەدە

چەند ریک هەنە بۆ هەلبژارتنا لیژنەیه‌کی ژ دوو کەسان پیکهاتبیت ژ 7 کەسان؟ چەند ریک هەنە بۆ هەلبژارتنا سەرۆک و جیگری ژ ئەندامی لیژنەیه‌کی ژ 7 کەسان پیکهاتبیت؟

بکارئینانا گونجیان د ئەگەریدا

Using Combinations in Probability

ریناسی دوو تەپە ژ تویر کەکی کو 5 تەپین سۆر و 3 تەپین شین تیدانە راکیشان. ئەگەر دئ چەند بیت هەکە هەردوو تەپە دسۆرین؟

شیکار

ئەف ئەگەرە دئ یەکسان بیت بۆ ریزه‌یا ژمارا وان بارین کو هەردوو تەپین راکیشای دسۆرین بۆ.

نمونہ

5

ژمارا دانه‌یښ كۆمولا نه‌نجامی [بۆشایا نمونئ]، ژمارا ئیكی دبیته گونجینا 2 ژ 5 و یا دووی 2 ژ 8 (8 ټو ژمارا هه‌موو ته‌پانه). ژمارا ئیكی $10 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = {}_5C_2$ ویا دووی $28 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = {}_8C_2$

قیجا ټه‌گه‌را كو هه‌ردوو ته‌په دسۆربن ټه‌قیهه. $\frac{10}{28} = 0.3571 = 35.71\%$

هه‌ولبده ټه‌گه‌را كو هه‌ر ته‌په‌ك ژ هه‌ردوو یان ژ دوو ره‌نگین ژیکجودا بن چه‌نده؟

راهینان

به‌رده‌وامبوون د بیر کاریندا

- 1 جودایی دناقبه‌را ری‌زبه‌ندی و گونجیندا دیاربه‌که. نمونه‌یه‌کی بینه.
- 2 چ په‌یوه‌ندی ل ناقبه‌را ری‌زبه‌ندیا 5 ژ 7، و گونجینا 5 ژ 7 هه‌یه؟ ټه‌قی په‌یوه‌ندی بنقیسه، و ژمارا گونجینا 5 ژ 7 بینه‌ده‌ر.

راهینان ئاراسته‌گری

- 3 چه‌ند ری‌ك هه‌نه بو هه‌لبژارتنا سه‌روك و جیگری سه‌روکی و رازگری ژ ټه‌ندامین لیژنه‌یه‌کی كو ژ 6 كه‌سان پیکهاتی بت؟
- 4 چه‌ند ری‌ك هه‌نه بو وه‌رگرتنا 3 په‌رتووكان و 4 شه‌ریتین میوزیکی ژ هه‌فاله‌کی كو 9 په‌رتووک و 7 شه‌ریتین میوزیکی هه‌نه؟

راهینان و بجهینان

- بژمی‌ره
- | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-----------|-----------------------------------|-----------|----------------------------------------------------------|-----------|----------------------------------------------------------|-----------|
| $9C_5$ | 8 | $10C_7$ | 7 | $8C_4$ | 6 | $7C_4$ | 5 |
| $12C_{12}$ | 12 | $15C_{15}$ | 11 | $11C_1$ | 10 | $9C_1$ | 9 |
| $\frac{14C_5 \times 9C_7}{23C_{12}}$ | 16 | $\frac{6C_5 \times 15C_2}{21C_7}$ | 15 | $\frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{9!}{4! \times 5!}$ | 14 | $\frac{6!}{2! \times 4!} \times \frac{5!}{4! \times 1!}$ | 13 |

چه‌ند لیژنه دشیاندا به‌یته پیکینان ده‌ر باره‌کیدا

- 17 3 ټه‌ندام ژ 5 به‌ریژیران.
- 18 7 ټه‌ندام ژ 8 به‌ریژیران.
- 19 8 ټه‌ندام ژ 12 به‌ریژیران.
- 20 6 ټه‌ندام ژ 10 به‌ریژیران.

تویرکه‌کی تاری 5 ته‌پین سپی و 3 ته‌پین كه‌سك تیدانه. ټه‌گه‌را ټه‌هان راکیشانان چه‌نده؟

- 21 دوو ته‌په ژ دوو ره‌نگین جودا؟
- 22 3 ته‌په، دوو ژ وان د كه‌سك بن و یاسیی یا سپی بیت؟

- 23 4 تەپە، دوو ژوان سېى بن و دوو د كەسك بن؟
24 5 تەپە، 3 ژوان د كەسك بن و دوو سېى بن؟

دېرسىارېن 25-28 دا رىكا شىكاركرنا ھەر بارەكى (رېزبەندى يان گونجىن) دىارىكە.

- 25 ھەلبىزرتنا 4 پەرتووكان ژكۆمەلەكا پەرتووكان كۆژ 302 پەرتووكان پىكھات بىت بۆ بەلافكرنى.
26 ھەلبىزرتنا 9 يارىكەران ژ 15 يارىكەران، بۆ چىكرنا تىپەكا باسكى.
27 ھەلبىزرتنا 4 بەرېژىران ژ 200، بۆ ۋەرگرتنا خەلاتان ژ 10 000 دىنار و 20 000 دىنار و
28 ھەلبىزرتنا سەرۆك و جىگرى بۆ سەندىكايەكى كو (100) ئەندام تىدانە.
29 نوژدارى ل قەكۆلىنەكا ئىشېن دلى، قەكۆلەرەكى نمونەيەك ھەلبىزرت كو 5 كەسان ژ ناقبەرا 10 كەسېن كو ۋەرزشقانىن غاردانىنە، و 15 كەسېن دى كو ئەئى ۋەرزشى ناكەن.

بجھئىنان

- أ پىكھاتىن دشىاندا دى بنە چەند؟
ب پىكھاتىن كۆ پتنى 3 كەس تىدا بن ئەوېن ۋەرزشا غاردانى دكەن دى بنە چەند؟
ج ئەگەر دى چەند بىت كو بتنى 3 كەس ژ فان (5) ېن ھاتىنە ھەلبىزرتن ۋەرزشا غاردانى دكەن؟



لېئىرىنەك بۆ پاش

ھەر برەكى ب سادەترىن شېۋە بنقىسە.

$$\frac{2}{x(x-2)} - \frac{x}{x^2-4} \quad 31$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} \quad 30$$

ھەر ھاوكېشەيەكى شىكاربەكە.

$$\sqrt{x+4} = 2 \quad 32$$

$$\sqrt{x-1} = 3\sqrt{x-2} \quad 33$$

$$\sqrt{-x} = 4\sqrt{-x-2} \quad 34$$

لېئىرىنەك بۆ پىش

- 35 ب مەرەما نافكرنا ئەندامېن نفىسىنگەھا يانەيا چالاكىي، نافى 5 كەسان ھاتنە راكېشان ژ ناڧىن بەرېژىران ئەوېن ژ 8 ئەندامېن رېزلىناتن و 22 ئەندامېن كارگېرى پىكھەيت.

أ دى ئەگەر چەند بىت كو ناڧىن ھەر پىنجان ژ ئەندامېن رېز لېناتى بن؟

ب دى ئەگەر چەند بىت كو چار ژ ناڧىن ھەر پىنجان ژ ئەندامېن رېز لېناتى بن؟

ج دى ئەگەر چەند بىت كو ژ وان پىنجان ب كېماتى 3 كەس ژ ئەندامېن رېز لېناتى بن؟

وانهيا

4

ئارمانچ

- ھەژماركردنا ئەگەرا دوو روودانئەين جودا.
- ھەژماركردنا ئەگەرا دوو روودانئەين جودا نەبن.
- ھەژماركردنا ئەگەرا دژە روودان.

بجھئنان

بوؤ خوئشى

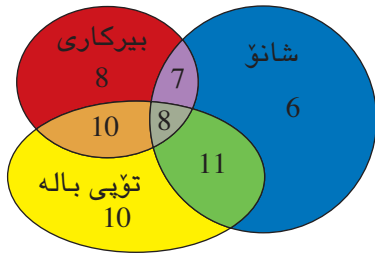
كوؤمكرنا ئەگەران

Adding Probabilities



بوؤجى؟

توؤ دشىپى كردارا كوؤمكرنى بوؤ ھەژمىركردنا ئەگەرا دياربوونا دوو روودانان يان پتر بكاربىنى.



ل ئامادەيا دھوك سى يانە ھەنە: يانەيا شانويى كو 32 ئەندام ھەنە، و يانەيا بىركارىيى 33 ئەندام ھەنە و يانەيا تەپا مېزى 39 ئەندام ھەنە.

ھندەك قوتابى ئەندامى پتر ژ يانەيەكئەنە، ھەكى ئەوا ديار د ئەقى وئەنەيى بەرامبەردا، رىقەبەرى ئىك ژ ئەندامئەين ئەقان يانەيان ب شىوہيەكى ھەرەمەكى ھەلبژارت. ئەگەرا كو ئەف قوتابىيە ب كىماتى ئەندامى دوو يانەيان بيت چەندە؟

ھندەك روودان دجودانە، دەمى ئىك ژ وان روو بدەت دى بيتە ھويى نە دياربوونا روودانئەين دى. ھەكە مە زارەك ھەلدا، ئەقجا ھەردوو روودان (دەستقەئىنانا ژمارەيەكا كت) و (دەستقەئىنانا ژمارەيەكا جوت) دى بنە دوو روودانئەين جودا بەروقارئىيى وئ چەندى، ھەردوو روودان (دەستقەئىنانا ژمارەياكا جوت) و (دەستقەئىنانا ژمارەيەكى كو كىمتر بيت ژ 3) نە دجودانە، چونكە دەستقەئىنا 2 ھەردوو روودانان پىكقە ساخدكەت. ھەكە A و B دوو روودان بن دى روودانا « A يان B » لسەر ئەقى شىوہى $A \cup B$ نقيسین و روودانا « A و B » لسەر ئەقى شىوہى $(A \cap B)$ نقيسین.

چالاکى

Exploring Two-Events Probability

دبتنا ئەگەرا دوو روودانان

دى پىتقى دوو زارىن رەنگى وان جياوازىن.

1. ئەقى خشتەيى دروستبەكە و پاشى تەمامبەكە، پشتى ھەلدانا دوو زاران 10 جاران، و ھەرگرتنا ھەردوو ژمارىن دياربووين لسەر ھەردوو روويىن سەرى يىن ھەردوو زاران.

ھەلدان	زارا نىكى	زارا دووى	سەرجم	ئەنجامى ليكدانى
1				
2				
3				
⋮				

2. ئەقى خىشتەيا بەرامبەر دروستبىكە و تەمامبىكە

ب مفا وەرگرتن ژ ئەنجامىن خىشتەيا ئىككى،

و دياركرنا ھەر روودانەكى، ھەر ئىك ژ ئەقان باراندا:

ج	ب	ا	
			$P(A)$
			$P(B)$
			$P(A \cup B)$
			$P(A) + P(B)$

ا روودانا: «دياربوونا 6 لسەر زارا ئىككى» و
 ب روودانا: «دياربوونا 3 لسەر زارا ئىككى».

ب روودانا: «دياربوونا 6 لسەر زارا ئىككى» و

B روودانا: «سەرجهمى ھەردوو ژمارەيىن دياربوويىن لسەر ھەردوو زاران 7 بيت».

ج روودانا: «دياربوونا ژمارەيەكا كىمتر ژ 5 لسەر زارا ئىككى» و

B روودانا: «ئەنجامى لىكدانا ئەوان ھەردوو ژمارەيىن لسەر ھەردوو زاران دياربوويىن

مەزنتربىت ژ 5».

پىشتەستن ب ئەنجامىن بەستەكتەقتىن ئەرى $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ؟ و كىژ باريدا ئەف پەيوەندىيە يا دروستە؟

خالەكا چاقدىرىي

دا پتر جياوازی روونبىت ل ناقبەرا روودانىن جودا [جيا] و روودانىن نەجودا،
 باش بەرى خوۋ بە ئەقى چەندى:

دوو روودانىن جودا

A = «دياربوونا ژمارەيەكا جوت»

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

B = دياربوونا ژمارە 3

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

بەرى خوۋ بدى كو $A \cap B = \emptyset$ و $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{6}$$

چونكى ھەردوو روودان جودانە، ئەگەرا
 روودانا $A \cup B$ يەكسانە بو سەرجهمى ئەگەرا
 ھەردوو روودانان.

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

دوو روودانىن نەجودا

A = «دياربوونا ژمارەيەكا جوت»

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

C = «دياربوونا ژمارە 4»

$$P(C) = \frac{1}{6}$$

بەرى خوۋ بدى كو $A \cap B \neq \emptyset$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

$$P(A \cup C) = \frac{3}{6}$$

چونكى ھەردوو روودان جودانە، ئەگەرا
 روودانا $A \cap C$ ژسەرجهمى ئەگەرا ھەردوو
 روودانان دەردكەين.

$$P(A \cup C) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Probability of A or B

ئەگەرا روودانا B يان A

A، B دوو روودانن بو ھەمان تاقىكرنەيا ھەرپەمەكى ھەكە A و B دوو روودانىن جودابن

$$P(A \text{ يان } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

ھەكە A و B دوو روودانىن نە جودابن، قىچا

$$P(A \text{ يان } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

كىژ قان ھەردوو رىسايىن لسەرى بو ھەموو باران (حالتان) بىكر دەيت؟ بەرسقا خوۋ روونبەكە.

خالەكا چاقدىرىي

سەرجهم	مى	نير	
27	9	18	ل گەل
37	25	12	دژ
36	16	20	بى راي
100	50	50	سەرجهم

د راپرسينه كيدا بۇ راي گشتى لدر نووكرنا شيوazin پهروه ده پى، نمونيه كه ژ پرسياره كى ئاراسته ي 100 كه سان كر. ئەنجامى ئەقى راپرسينى دئەقى خشته يا بهرامبەر يا دياره ئىك ژ راپرسينه يان بشيوهيه كى هه پرمه كى هاته ههلبزارتن. ئەگەر دى چەند بيت كو ئەف كهسه ژ ئەوين دژى نووكرنى بيت يان ژ ئەوين بى راي بيت؟

شيكار
روودانا A «دژ» و روودانا B «بى راي» دوو روودانين جودانه.
ل قيره ئەم دبينين:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{37}{100} + \frac{36}{100} = \frac{73}{100} = 73\%$$

نمونە

جيبه كرن

بۇ خوشى

نمونە

دى ئەگەر چەند بيت كو ئەو كهسى ب هه پرمه كى هاتيه ههلبزارتن بى نير بيت، يان ژ ئەو كهسين دژى نووكرنى بيت؟

شيكار
روودانا A «نير» و روودانا B «دژى نووكرنى» دوو روودانين نه جودانه

$$P(\text{نير و دژ}) = P(\text{نير}) + P(\text{دژ}) - P(\text{نير يان دژ})$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{قچا: } = \frac{50}{100} + \frac{37}{100} - \frac{12}{100} = \frac{75}{100} = 75\%$$

ههولبدە دى ئەگەر چەند بيت كو ئەو كهسى ب هه پرمه كى هاتيه ههلبزارتن بى مى بيت، يان ژ ئەو كهسين بى راي بيت.

Probability of an Event

روودانا تەمامكەر

ههكه ته پارچه كا پارهى ههلا، ههردوو روودان «دهستقه ئينانا شير» و «دهستقه ئينانا خهت» دجودانه، كو نه دياربوونا ئىك ژ ههردوو يان دببته هوپى دياربوونا يا دى.
دقى باريدا ئەم دببژينه هه ئىك ژ ئەقان روودانان تەمامكەر Complement بۇ يا دى. ب شيوهيه كى گشتى، دى روودانا B تەمامكەربيت بۇ روودانا A ههكه ههردوو روودان جودابن و ئىك ژ وان مسوگەر رووبدهت.

Probability of the Complement

ئەگەر روودانا تەمامكەر

ههكه روودانا B تەمامكەر بيت بۇ روودانا A، قچا:

$$P(A) + P(B) = 1 \text{ يان } P(A) = 1 - P(B) \text{ يان } P(B) = 1 - P(A)$$

$$P(A) + P(B) = 1 \text{ دەمى ههردوو روودان } A \text{ و } B$$

ئەو هوپه چببه رى ددهت تو بنقىسى تەمامكەرى ئىكو دووبن.

قەگەريانهك بۇ وى پرسيارا د دهستپىكا وانه ييدا هاتى، ئەگەر چەنده كو قوتابى ب هه پرمه كى ژ لايى ريقه بهرى هاتيه ههلبزارتن، ب كيماتى ئەندامى دوو يانه يان بيت؟

شيكار

روودانا «ب كيماسى ئەندامى دوو يانه يان بيت» دببته تەمامكەر بۇ روودانا «ئەندامى يانهيه كى بيت».

هزر كرنه كا ره خنه گر

نمونە

جهننان

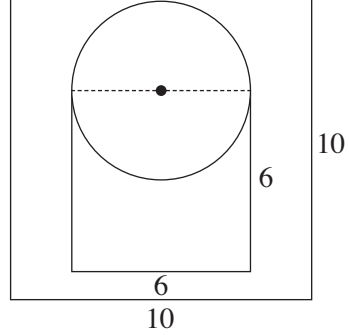
بۇ خوشى

- 16 دەستقەئىنانا سەرجمەكى يەكسان بېت 2، يان «دياربوننا سەرجمەكى يەكسان بېت 4».
- 17 دەستقەئىنانا سەرجمەكى مەزنتربېت 2، يان دياربوننا سەرجمەكى مەزنتربېت 6.
- 18 دەستقەئىنانا سەرجمەكى كېمتر بېت 3، يان دەستقەئىنانا سەرجمەكى كېمتر بېت 10.
- 19 ھەژمارا ژمارەيېن تەواو ژ 1 ھەتا 600 ئەويىن دابەشى 2 يان 3 دېن چەندە؟ دى ئەگەر چەندبېت كو ژمارەيەك ب ھەرپەمەكى ھاتبە ھەلبىژارتن ژ 1 ھەتا 600، كو دابەشى 2 نابېت و دابەشى 3 نابېت؟
- 20 چەند ژمارەيېن تەواو ھەنە ژ 1 ھەتا 3 500 كو شيانا دابەشبوونى ھەنە لسەر 5 و 7؟ ئەگەر چەندە ئەو ژمارەيا ھاتبە ھەلبىژارتن ژ 1 ھەتا 3 500 شيانا دابەشبوونى نەبېت لسەر 5، 7!

د پراھىئانېن 21-26 ئەگەر روودانا تەمامكەر بېنەدەر، ھەكە ئەگەر روودانى ئەقەبېت:

- 21 $\frac{1}{3}$ 22 $\frac{4}{11}$ 23 0.782
- 24 0.324 25 0 26 1

ئەندازە ئالانى تېرەك دانا ئەوئى چارگوشەيا مەزن. ئەگەر كو تېرە دەقەر ل خواری بچەقېنت چەندە؟



- 27 بازن؟
- 28 چار گوشەيا بچووك؟
- 29 چار گوشەيا بچووك ژبلى پارچەيا وئ يا دگەل بازنى؟
- 30 پارچا ھاوبەش دناقبەرا بازنى و چار گوشەيا بچووكدا.
- 31 چار گوشەيا بچووك يان بازنى؟

گریدان

- 32 چاقدېرەكا جۆرى: سندوقەكى 35 پارچېن يەدەكېن ترؤمبېلان تېدانه، 8 ژوان نە دباشن. ئېك ژ سەرپەرشتيارېن فەرمانگەھا چاقدېريا جۆرى، 5 پارچە وەرگرتن بو پشكنېنى. ئەگەر كو ئېك ژ شان ھەر 5 پارچەيان نەيا باش بت چەندە؟

بجھئېنان

لېئېرېنەك بو پاش

ئەقان ب رېيا روونكرنى د رووتەختى پوتانىدا شيكارېكە.

- 33 $3 < x < 8$ 34 $-14 \leq x \leq -2$ 35 $-1 < y < 3$

ئەقان بران شېتەل بكة.

- 36 $x^2 - x - 42$ 37 $3x^2 - 16x - 12$ 38 $81x^2 + 18x + 1$

لېئېرېنەك بو پېش

- 39 توپركەكى تارى 4 تەپېن سۆرېن رەنوسكرى ژ 1 ھەتا 4 و 4 تەپېن شېنېن رەنوسكرى ژ 1 ھەتا 4، و 4 تەپېن كەسكېن رەنوسكرى ژ 1 ھەتا 4 تېدا ھەنە. سالارى تەپەك پاكېشا. ئەگەر كو ئەف تەپە ھەلگرا ژمارە 1 بېت چەندە؟ سالارى ئەو تەپەقەگەراندە دتوپركېدا، و سالارى جارەكا دى تەپەك پاكېشا و دياربوو يا سۆرە ئەرى دى ئەگەر ئېتە گوھۆرېن كو تەپە ھەلگرا ژمارە 1 بېت؟ بەرسقا خو روونبەكە.

روودانين سهر به خو

Independent Events

وانهيا

5

نارمانچ

• نهگهرا روودانا دوو

روودانين سهر به خو يان

زیدهتر د هه ژميرن.



بوچی؟

تو دشې ياسايا نهگهرا دوو

روودانين سهر به خو بكاربينی بو دینا

گهلهك نهگهريښ. نمونه بو نهوې

نهگهريښ دايكبوونا دوو قوتابيين

پولهكي دنيك روژيدا.

35 قوتابی دپولا دهيدا هه نه، نهگهرا كو دوو قوتابی ژ وان بكيما تي د نيك هيف و دنيك روژا دا

ژ دايك بوويين چهنده؟

دا بهرسقا قې پرسيا ري بدهي، دقيت بزاني چهوا جياوازيي بكي لناقبره روودانين سهر به خو و

رووداني پيگفه گريدي، و چهوا نهگهرا روودانا دوو روودانين سهر به خو به ژميري. نهغه دي

روونبت ل چالاكي ل خورئ:

چالاكي

Exploring Independent

قهديتا روودانين سهر به خو

كاميراني پارچهكا دراقي كانزاي وبهركي زارهكي ههلان.

1. هيماي A بو روودانا «دياربوونا شيري» داني. ل دهمي ههلانا پارچا پارهي، نهگهرا قې

رووداني چهنده $P(A)$ ؟

2. هيماي C بو روودانا «دياربوونا ژماره 3» داني، ل دهمي ههلانا زاري نهگهرا قې رووداني

چهنده $P(C)$ ؟

3. نيري نهنجامدانا روودانهكي ژ وان كارتپكرني دكته لسهر نهوا دي؟ هوپي بهرسقا خو روونبكه.

4. لسهر شپوهي جوتهكي ريكخستي نهنجامي ههلانا پارچا دراقي كانزاي و زاري پيگفه

بنقيسه. بو نمونه $(A, 3)$ ههكه شير و ژماره سي بو كاميراني دياربوون. ليستهيهكي چيكه بو

ههموو نهنجامين دشينده ل ههلانا پارچا دراقي كانزاي وبهركي زارهكي. نهگهرا روودانا

ههردو روودانان A و C پيگفه بهه ژميره نانو $P(A \cap C)$.

5. $P(A) \times P(C)$ بهه ژميره. نيري $P(A \cap C)$ يهكسانه $P(A) \times P(C)$.

6. هيماي D بو روودانا «دياربوونا ژمارهكا جوت» داني، ل دهمي ههلانا بهركي زارهكي. $P(D)$

بهه ژميره، ههروهسا $P(A \cap D)$ بهه ژميره.

7. $P(A \cap D)$ بهه ژميره بكارنينانا وي ليستا هاتيه چيكرن ل پرسيا را (4) ئ.

نيري $P(A \cap D)$ يهكسانه $P(A) \times P(D)$ ؟

8. چي دهرنه نجام دكي بو نهگهرا روودانا ههردو روودانان پيگفه، ههكه روودانا ههريكي ژ

وان كار نهكته لسهر روودانا يا دي؟

خالهكا چاډيري

دبېژنه هندك روودانان، روودانين سهربه خو **Independent**. ههكه قهومينا ئيك ژ وان يان نه قهومينا وي كارتيكرني نهكته لسهر روودانين دي، بو نمونه ههلانا دوو بهركين زاران، و دبېژنه دوو روودانان، دوو روودانين پيگفه گرېداي **Dependent** ههكه قهومينا ئيك ژ وان يان نه قهومينا وي كارتيكرني بكهت لسهر قهومين يان نه قهومينا يا دي.

Probability of Independent Events نهگهرا دوو روودانين سهربه خو

دوو روودانين A و B سهربه خو دبن بتني ههكه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ و ههر دوو روودان دي پيگفه گرېداي بن ل بارين دي.

نمونە

خونجه دوو توپرك ههبوون، ئيك ژ وان (9) گوپين سوور و (3) گوپين كهسك تيدا ههبوون. و نهوي دي (9) گوپين رهش و (6) گوپين زهر تيدا ههبوون. نهوي گوپهك ژ ههر توپركهكي راکيشا، نهگهرا راکيشانا گوپهكا كهسك ژ توپركي ئيكي و گوپهكا رهش ژ توپركي دووي چهنده؟

شيكار

$$P(B) = \frac{9}{6+9} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \quad \text{توپركي ئيكي}$$

$$P(G) = \frac{3}{3+9} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \quad \text{توپركي دووي}$$

چونكي ههر دوو روودان سهربه خو نه.

$$P(G \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

نهگهرا راکيشانا گوپهكا كهسك ژ توپركي ئيكي و گوپهكا رهش ژ توپركي دووي دبېته:

$$\frac{3}{20} = 0.15 = 15\%$$

نمونە

قوتابيين دوو هوپين A و B ژ پولا دهه نوپنهر بو خو ههلبزارتن دا بناقي وان بناخفن ل ناهنگا دوماهيا سالا خواندني. ههكه دانا ل هوپا A بيت كو ژمارا قوتابيين وي (18) قوتابي بوون. و زانا ل هوپا B بيت كو ژمارا قوتابين وي (20) قوتابي بوون. نهگهرا چهنده كو نهو ههر دوو ببنه نوپنهر؟

شيكار

مگرتي M هيما بيت بو روودانا (دانا نوپنهر بيت) و هيمايي T كو زانا نوپنهر بيت.

$$P(T) = \frac{1}{20} \quad P(M) = \frac{1}{18}$$

چونكي ههر دوو روودان سهربه خو نه دي.

$$P(M \cap T) = P(M) \times P(T) = \frac{1}{18} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{360} \approx 0.03\%$$

هزر كرنهكا رهخنهگر

تو دشپي ياسايا دوو روودانين سهربه خو گشتگر بكه دي ژمارهكا گهلهك ژ روودانين سهربه خو قه بگرت. نهگهرا دياربوونا ژمارهكا جووت ل ههلانا بهركي زارهكي سي جارن ئيك ل دووف ئيك دبېته: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

نهگهرا دياربوونا 4 شيران ل ههلانا پارچهكا پارئي كانزاي 4 جارن ئيك ل دووف ئيك چهنده؟ ياسايهكي بنقيسه بو ههژماكرنا نهگهرا (n) روودانان پيگفه ههكه نهف روودانه سهر به خو بن.

شىكار

ھەكە ئەم قەگەرئىنە وئى پرسىيارال وانەيا ئىكى ھاتىھەكرن. كو ئەگەرا ب كىماتى دوو قوتابىيىن بۆلەكى ل ئىك روژا و ل ئىك ھەيف ۋ دايك بووبىن چەندە؟

بەرى خۇ ۋ لايەكى جىاواز بەدە فى كارى. روودانا تەمامكەر بكارىينە. وەسا دانە كو دوو قوتابى د بۆلەكىدا نىنن كو ل ئىك روژا و ل ئىك ھەيف ۋ دايك بووبىن. وەسا دانە سال 365 روژە.

چىدبىت روژا ۋ دايكبوونا قوتابىيى ئىكى ل ھەر روژەكى بيت ۋ روژىن سالى $\frac{365}{365}$.

چىدبىت روژا ۋ دايكبوونا قوتابىيى دوو ل ھەر روژەكى بيت ۋ روژان $\frac{364}{365}$.

چىدبىت روژا ۋ دايكبوونا قوتابىيى سىي ل ھەر روژەكى بيت ۋ روژان $\frac{363}{365}$.

ب فى شىوھى بەردەوام دبىت قوتابىيى سىھ و پىنجى. بلا B روودانا ((دوو قوتابى دئىك روژا و

$$P(B) = \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \dots \times \frac{331}{365} \approx 0.19$$

ئىك ھەيفدا نەبووبىن)) $P(B) = 0.19$ ياسايا ئەگەرا روودانا تەمامكەر دى بكارىينى بۇ ھەژمارتەنە ئوئى ئەگەرى كو ھەردوو قوتابى بكىماتى ل ئىك روژا و ل ئىك ھەيف ۋ دايك بووبىن.

$$P(A) = 1 - P(B) = 1 - 0.19 = 0.81$$

(ھەيف ۋ دايك نەبووبىن) (دوو قوتابى ل ئىك روژا و ل ئىك) $P(B) = 1 - P(A)$

$$P(A) = 1 - P(B) = 1 - 0.19 = 0.81$$

قىجا، ئەگەرا كو دوو قوتابى ب كىماتى ل ئىك مەھ و ل ئىك روژا ۋ دايك بووبىن دبە 18% بنىزىكى.

ھەولبەدە يانەيەك ۋ 45 ئەندامان پىكھاتىھ، ئەگەرا ئوئى چەندى كو دوو ئەندامىن يانەيى ل ئىك روژا و ل ئىك ھەيف ۋ دايك بووبىن چەندە؟

راھىنن

بەردەوامبوون د بىر كارىيدا

1 نمونەكى بىنە لسەر دوو روودانىن سەربەخۇ و نمونەيەكا دى لسەر دوو روودانىن پىكفە گرئداى.

2 چەوا ئەگەرا روودانا دوو روودانىن سەربەخۇ پىكفە ھەژمار دكەى.

3 جىاوازی چىيە لناقبەرا دوو روودانىن جودا [جىا] و دوو روودانىن سەربەخۇ. نمونەيان بۇ ئەقان بىنە.

راھىننن ئاراستە كرى

4 داراى دوو توىرك ھەنە، يى ئىكى (5) گوئىن سىي و (5) گوئىن رەش تىدا ھەنە، وىي دووئى گوئەكا كەسك و دوو گوئىن سۇر تىدا ھەنە. داراى گوئەك ۋ ھەر توىركەكى راکىشا ئەگەرا گوئا راکىشاى ۋ توىركى ئىكى يا رەش بىت و ۋ توىركى دووئى يا كەسك بىت چەندە؟

5 قوتابىيىن ھەر دوو ھۆبىن A و B ۋ پۇلا دەھى ھەر ئىكى نوينەرەك ھەلبىزارت كو بناقى وان بئاخقت ل ئاھنگا دووماھىيا سالا خواندنى، تارىن ل ھۆيا A بوو كو ژمارا وان 22 قوتابى بوون و زارا ل ھۆيا B بوو كو ژمارا وان 19 قوتابى بوون. ئەگەرا كو ھەر دوو بىنە نوينەر چەندە؟

6 يانەكا ھەلبەستى ل دووا ناوھنديەكى (40) ئەندام ھەنە. ئەگەر چەندە كۆب كېماتى دوو قوتابى ژ ئەندامىن يانەيى لئىك روژ و ل ئىك ھەيف ژ داك بوو بن؟

راھىنان و بجهئنان

روودانىن A, B, C, D سەربەخۆنە $P(D)=0.1, P(C)=0.75, P(B)=0.25, P(A)=0.5$ نەقان بەھەژمىرە:

$P(C \cap B)$	9	$P(A \cap C)$	8	$P(A \cap B)$	7
$P(B \cap D)$	12	$P(A \cap D)$	11	$P(C \cap D)$	10

ل دەمى ھەلدانا بەركى زارەكى، ئەرى ئەف ھەردوو روودان سەبەرخۆنە يان پىكفە گرېداينە:-

13 «دياربوونا ژمارەكا جوت»، «دياربوونا ژمارە 2 يان 4».

14 «دياربوونا ژمارەكا جوت»، «دياربوونا ژمارە 1 يان 4».

15 «دياربوونا ژمارەكا جوت»، «دياربوونا وان ژمارين ژ 5 بچووكتر».

16 «دياربوونا ژمارە 4»: «دياربوونا وان ژمارين ژ 3 مەزنتر».

بەرى خۇدە چەرخى ميلدارى بەرامبەر. يى دابەشكرىە بو 8، بەشىن رووبەر يەكسان و رەنووسكرى ژ 1 ھەتا 8، ئەگەر ھەر روودانەكى بەھەژمىرە ھەكە چەرخ سى جارار بەيئە زفرائد.

17 ميل ل ھەر جارەكى لسەر ژمارە 3 يان لسەر ژمارەكا ژ 5 مەزنتر راوہستىت.

18 ميل ل ھەر جارەكى لسەر ژمارە (4) يان لسەر ژمارەكا ژ (6) مەزنتر راوہستىت.

19 ميل ل ھەر جارەكى لسەر ژمارە (5) يان لسەر ژمارەكا ژ (7) بچووكتر راوہستىت.

20 ميل ل ھەر جارەكى لسەر ژمارە (8) يان لسەر ژمارەكا ژ (3) مەزنتر راوہستىت.



21 ئەگەر نامادەبوونا كاميرانى ل ئاھەنگەكى 80% و ئەگەر نامادەبوونا ھەلو 95% ئەگەر نامادەبوونا ھەر دووان پىكفە ل ئاھەنگى چەندە.

ھەكە نامادەبوونا ئىك ژوان كارتىكرنى نەكەت لسەر نامادەبوونا ئەوى دى.

22 تويركەكى 15 گو تىدا ھەنە و رەنووسكرىنە ژ 1 ھەتا 15، پاوان گوئەك راكىشا، پاشى فەگەراند بو تويركى، پاشى گوئەكا دى راكىشا بو جارا دووى:

ا ئەگەر ئەو گويا پاوانى ل ھەر دوو جارار راكىشاى ژمارە (8) بيت چەندە؟

ب ئەگەر ئەو گويا پاوانى راكىشاى ژمارە (8) بيت دئىك جاريدا چەندە؟

(ھارىكارى ئەگەر راكىشانا گويا ژمارە (8) بيت بەھەژمىرە ل جارا ئىكى يان ل جارا دووى، نە ل ھەردوو جارار پىكفە).

23 **فرۆكەفانى:** توومارن كومپانىەكا فرۆكەفانىي دياردكەن كو گەشتين وي ژ تەھران بو ھەقليرى ل دەمى خۇدگەھن ب رېژەيا 92% ژ ھەموو گەشتين وي. و گەشتين وي ژ ھەقليرى دەردكەفن بو ھەمان ل دەمى خۇب رېژەيا 97% ژ ھەموو گەشتين وي. ئاشتى دقئيت ب گەشتەكى رابت ژ تەھران بو ھەمان ب مەرجهكى ھەقليرىا بيوورت. ئەگەر ئەو فرۆكال دەمى خۇبگەھتە ھەقليرى چەندە پاشى ل دەمى خۇبگەھتە ھەمان؟

لېنېرېنەك بۆپاش



هەكە x ، y نە سفرېن، قان برېن ل خوارى ب سادەترين شيوه بنقيسه:

$$(2x^2y^{-2})^{-3}(-x^2y)^3 \quad \mathbf{25}$$

$$(x^{-2}y^3)^2(3xy^0)^3 \quad \mathbf{24}$$

$$\left(\frac{3x^2y^{-2}}{5x^2y}\right)^2 \quad \mathbf{26}$$

لېنېرېنەك بۆپيش



27 نيازى 3 پارچه دراقين كانزاي هاوشيوه هەلدان. ئەگەرا دياربونا 3 خەت ل هەر بارەكى ل خوارى بهەژميەر.

أ بارى ئىكى: ئىك ژ روويين هەر پارچهكى شير بيت [هەرسى پارچين پارەى د ئاسايى بن]

ب ئىك ژ وان پارچهيان شير لسەر هەردوو روويين وي هەبيت [هەردوو پارچهيپن دى د ئاسايى بن].

ج دوو ژ وان پارچهيان شير لسەر هەر دوو روويين وان هەبن (و پارچهيا سىي يا ئاسايى بيت).

پيڦهرين پرتبوني

Measurements of Dispersion



بؤچي؟
 تو دكاري پيڦهرين پرتبوني
 بكاربيني بؤ بهراوردكرنا دوو
 كؤمهلين پيدايين وان هاوشيوه.
 وهكي تيكرائي پلهيپن گهرماتي ل
 ههيفهكي ل دوو باژيران.

ئارمانج

- ناسكرنا پيڦهرين پرتبوني
 وهكي مهودا و لاداني و
 ناڤهندي و ليكنهچوون و
 لاداني پيڦانهي و
 بكارئينانا وان.

Dispersion Concept

چه مكي پرتبوني

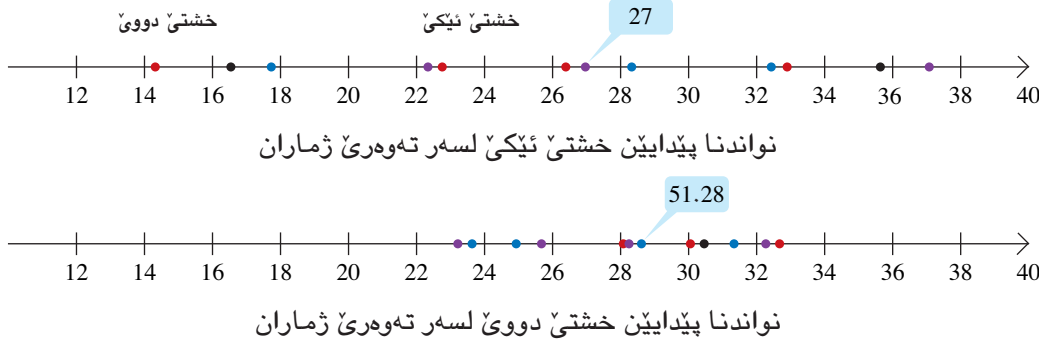
ناڤهندي پلهيپن گهرماتي ل ل باژيري جهده	كانوونا دووي
23.32	كانوونا دووي
23.77	نادار
25.8	نيسان
28.08	گولان
30.51	خزيران
31.25	تيرمهه
32.7	تهباخ
32.25	نهيلوول
31.27	چريا نيكي
30.1	چريا دووي
28.2	كانوونا نيكي
24.9	كانووني يهكهم

ناڤهندي پلهيپن گهرماتي ل ل باژيري رياز	كانوونا دووي
16.63	كانوونا دووي
17.8	نادار
22.94	نيسان
26.37	گولان
32.61	خزيران
35.62	تيرمهه
37.06	تهباخ
36.81	نهيلوول
33.06	چريا نيكي
28.34	چريا دووي
22.5	كانوونا نيكي
14.35	كانووني يهكهم

ئهف خشتي بهرامبهر تيكرائي پلهيپن
 گهرماتي ل 12 ههيفان ديار دكهت ل
 ههردوو شاران رياز و جهده. ناڤهندي
 پلهيپن گهرماتي ل خشتي نيكي پله و ل
 خشتي دووي ناڤهندي پلهيپن گهرماتي
 28.51، ههكه بههايپن د ههردو
 خشتهياندا لسهر تهوهرئ ژماران دانپين
 دي بينين كو:

جهتبان

كش و ههوا



ناڤهندي خشتي دووي (28.51) پلهيپن گهرماتي ل باژيري جهده باشتد دهرديرت ژ دهربرينا.

تیکرایبی خشتی ئیکئی (27) پله یین گهرماتی ل باژیری ریاز. پله یین گهرماتی ل جدده بین نیژیکن بؤ ناهندی وان. ب بهرؤقاژیا پله یین گهرماتی ل باژیری ریاز. ئەفه وی چهندی دیار دکهت کو ئەم دشیین بیژین کو کۆمهلا بهایین خشتی ئیکئی پرتبونا وان زیده تره ژ پرتبونا بهایین خشتی دووی.

چهمکی پرتبونی Measures of Dispersion

ئامارناس هندهک پیقهران بکار دئینن بؤ پیقانا مهوادی پرتبونا کۆمهلهکا بهایان.

مهودا Range: جیاوازیه ل ناقههرا مهزنترین بها **Maximum Value** - وچووکتترین بهها **Minimum Value**.

ئهری و هسا دبینی کو مهودا پرتبونا کۆمهلهکا بهایان دهر دپرت؟

هزرکرنهکا رهخنهگر

لادانی ناهند **Mean Deviation:** ئەو دبیهه تیکرایبی دوورکهفتنا کۆمهلهکا بهایان ژ ناهندی وان.

دا لادانی ناهند بؤ کۆمهلهکا بهایان x_1, x_2, \dots, x_n ههژماربکهین، لادانا ههر ئیکئی ژ وان ژ ناهندی ژمارئ دی ههژمیرین ئانکو $|x_1 - \bar{x}|, |x_2 - \bar{x}|, \dots, |x_n - \bar{x}|$ پاشی تیکرایبی وان لادانان دی ههژمیرین.

$$\frac{1}{n} (|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|) = \text{لادانی ناهند}$$

بؤچی ئامارناس بری $|x_n - \bar{x}|$ وهر دگر بؤ ههژمارتانا لادانا بهایی x_n ژ ناهندی ژماره ی و $x_n - \bar{x}$ وهر ناگر ل جهی وی.

هزرکرنهکا رهخنهگر

کارگهههکا چیکرنا تایرین ترومبیلان، دوو تاقیکرن ئەنجامدان لسهه دوو جوړین تایران. ژمارا وان کیلۆمهترین ههر جوړهکی تایران برین توومارکرن ل پیش ئەو ژ کار بکهفن، خشتی ل خواری ژمارا وان کیلۆمهتران ژ ئەنجامین تاقیکرنان دیار دکهت.

1 نمونه

بجهئینان
بازرگانی

54	05	73	34	66	تایرا جوړی 1
52	48	47	49	54	تایرا جوړی 2

أ مهودا و لادانی ناهند بؤ ژمارا کیلۆ مهتران بههژمیره کو ههر جوړهکی تایران د برت.

ب ئەف پیقانه ئاماژی بؤ چ دکهت دهر باره ی ههر جوړهکی تایران.

شیکار

أ

تایری جوړی دووی
مهودا $54 - 47 = 7$ ئانکو 7 000 مهتر
بؤ ههژمارتانا لادانی ناهند دهست بههژمارتانا
ناهندی بکه

$$\bar{x} = \frac{66+43+37+50+54}{5} = 50$$

پاشی لادانا ههر بهههههکی ژ ناهندی
بههژمیره.

بؤ ئەفی کاری قی خشتی ریکبیهه.

تایری جوړی ئیکئی
مهودا $66 - 37 = 29$ ئانکو 29 000 مهتر
بؤ ههژمارتانا لادانی ناهند دهست بههژمارتانا
ناهندی بکه

$$\bar{x} = \frac{66+43+37+50+54}{5} = 50$$

پاشی لادانا ههر بهههههکی ژ ناهندی
بههژمیره.

بؤ ئەفی کاری قی خشتی ریکبیهه.

x_n	$ x_n - \bar{x} $
54	4
94	1
47	ε
48	2
52	2

لادانى ناقەند ب قى شىۋەى بەھژمىرە:

$$\frac{4+1+3+2+2}{5} = 2.4 \quad \text{لادانى ناوھند}$$

ئانكو 2400 km

x_n	$ x_n - \bar{x} $
66	16
43	7
37	13
50	0
54	4

لادانى ناقەند ب قى شىۋەى بەھژمىرە:

$$\frac{16+7+13+0+4}{5} = 8 \quad \text{لادانى ناقەند}$$

ئانكو 8000 km

ب بەرى خۇ بدى كو لادانى ناقەند بى تارى جۇرى 2 كىمترە ژ لادانى ناقەند بى تارى جۇرى 1، ئەقەرى ددەت ئەم بىژىن كو ناقەندى پىدايىن جۇرى دووى پتر باوهرى پى ھەيە.

مەودا و لادانى ناقەند بۇ پىدايىن تارى جۇرى سىئى بەھژمىرە و بەراوردبە دگەل پىقەرئىن ھەر دوو جۇرىن تارىن پىشتر.

35	49	50	52	64	تارى جۇرى 3
----	----	----	----	----	-------------

ئەرى چىدبىت مەودايىن دوو كۆمەلەن پىدايان وەك ئىك بن لى لادانىن ناقەند بىن وان نە وەك ئىك بن؟ بەرسقا خۇ ب نمونەكى رۈنكە.
لىكنەچوون و لادانى پىقەنە: دوو پىقەرن بۇ پرتبۈونى دئىنە بكارئىنان بۇ بەراوردكرنا پىدايان و شلۇقەكرنا وان.

خالەكا چاقدىرىي

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right)$$

لادانى پىقەنە $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ رەگى دوو جايىە بۇ لىكنەچوونى.

لادانى پىقەنە بۇ ھەردوو دوورىن ھەردوو جۇرىن تارىن ل نمونەيا پىشتر برىن بەھژمىرە.

شيكار

تارى جۇرى دووى

$$\bar{x} = \frac{54+49+47+48+52}{5} = 50$$

x_n	$x_n - \bar{x}$	$ x_n - \bar{x} ^2$
54	4	16
49	-1	1
47	-3	9
48	-2	4
52	2	4
سەرچەم	0	34

تارى جۇرى ئىكى

$$\bar{x} = \frac{66+43+37+50+54}{5} = 50$$

x_n	$x_n - \bar{x}$	$ x_n - \bar{x} ^2$
66	16	256
43	-7	49
37	-13	169
50	0	0
54	4	16
سەرچەم	0	490

نمونه

بجھئىنان
پيشەسازى

ليكنه چوون : $\sigma^2 = \frac{34}{5} = 6.8$ لادانى پيقانهى: $\sigma = 2.6$ ئانكو $km\ 2\ 600$.

ليكنه چوون: $\sigma^2 = \frac{490}{5} = 98$ لادانى پيقانهى: $\sigma = 9.9$ ئانكو $km\ 9\ 900$.

ئەف ئەجامه مه پشتراستدكەن ژ دروستيا ئەنجامين نمونەيا پيشتر، كو لادانى پيقانهى بو تايرو جوري دوو كيمتره ژ لادانى پيقانهى بو تايرو جوري 1 .

لادانى پيقانهى چەندە بو تايرو جوري 3 . هەولبەدە

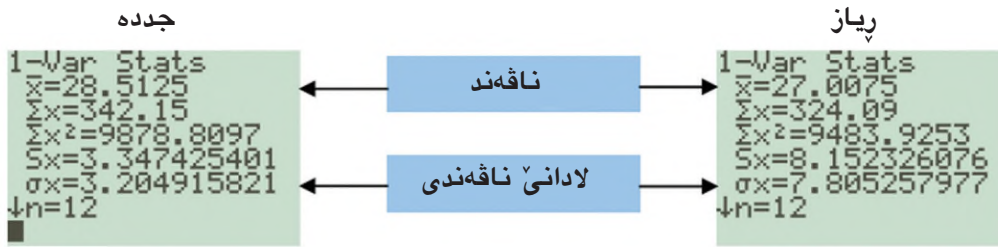
هەكە لادانى پيقانهى بو تايرو جوري چاري يەكسان بيت $1\ 500km$. دى چ بيژى بو قى جوري ب بەراوردكرن دگەل هەردوو جوري 1 و 2 ؟

خالەكا چاقديري ✓

كيژ هەردوو پيقهەران زيەدتر دەيتە بكارئينان: ليكنه چوون يان لادانى پيقانهى؟ هوئي بەرسقا خو روونبكه. هەكە ئەم بزقپينه نافهەندى پلەيئ گەرماتيى ل هەردوو باژيران جدە و رياز، ئەف خشتى ل خوارى پيقهەرين پرتبوونى بو نافهەندى پلەيئ گەرماتيى ل هەردوو باژيران دياردكەت.

هزركرنهكا رهخهنگر

پيقهە	رياز	جدە
مەودا	22.71	9.38
لادانى نافهەندى	6.91	2.83
ليكنه چوون	66.46	11.2
لادانى پيقانهى	8.15	3.35



رامانا وي ئەوه كو نافهەندى پلا گەرماتيى پرتبوونا وي ل جدە كيمتره ژ رياز، چونكى لادانى پيقانهى ل باژيري ئيكي كيمتره ژ لادانى پيقانهى ل باژيري دوو.

راهيئەتەن

بەردەوامبوون د بىر كاربيدا

- 1 بوچى هەر ئيك ژ لادانى نافهەندى و لادانى پيقانهى نه ژمارهكا سالبه؟
- 2 پهيوەنديا لناقبەرا ليكنه چوون و لادانى پيقانهى روونبكه. ئەرى لادانى پيقانهى هەموو دەمان كيمتره ژ ليكنه چوونى؟ بەرسقا خو روونبكه.
- 3 بوچى هەر ئيك ژ لادانى نافهەند و لادانى پيقانهى پرتبوونى زيەدتر (باشتر) ژ مەوداى دياردكەن؟

راھینا تین ئاراسته كرى

توانا	نارى
98	81
68	84
99	88
59	82
96	85

بجھينان

- 4** **نەزمون:** ئەف خشتى بەرامبەر نمره يېن دوو قوتابيان ل (5)
 ئەزمونان دياردكەت، مەودا و لادانى ناھەند بۇ نمره يېن ھەردوو
 قوتابيان بينەدەر، و روونبە ئەف پېقەرە ئامازى ب چ دكەن.
5 لادانى پېقانەى بۇ نمره يېن ھەردوو قوتابيان بينەدەر.

راھينان و بجھينان

مەودا و لادانى ناھەند بۇ قان بەھەژميرە:

- 6** 8; 10; 3; 9; 10
7 1; 2; 4; 2; 6
8 31; 103; 34; 98; 107; 23
9 32; 23; 68; 74; 26; 93
10 2; 13; 9.4; 7.3; 12.3; 8.6; 7.6
11 1; 11; 14.2; 8.4; 12.2; 15.2; 10.9
12 -1.22; 4.35; -2.42; 2.33; 4.66
13 8.72; 7.43; 2.92; -3.56; 8.78

ليكنەچوون و لادانى پېقانەى بۇ قان بەھەژميرە.

- 14** 9; 10; 10; 8; 7; 11; 12; 9
15 8.1; 10.3; 3.4; 9.8; 10.7
16 -3; 2; -5; 4; -2; 8; 9; -1
17 2; 4; -8; 8; 7; -2; -4; 3; 7

لادانى ناھەند و لادانى پېقانەى بەھەژميرە، كيژ وان ھەردوو پېقەرەن كيتر يى پابەندە ب بەھايى پەرگەر؟

- 18** 20; 30; 40; 500
19 0; 500; 510; 520

20 دوو كۆمەلەن بەھايان پېكبينە كو ھەمان مەودا ھەبن، و لادانين پېقانەى يېن جياوازين.

21 ئەرى چىدبىت لادانى پېقانەى بۇ كۆمەلەكا پىدايان سفر بىت؟ ھەكە ئەفە دشاندا بىت، مەرچين ساخكرنا وئ دياربەكە. نمونەكى بكاربىنە بۇ روونكرنا وئ.

22 **گوھورين:** چ لسەر لادانى پېقانەى روودەت بۇ كۆمەلەكا پىدايان ھەكە ژمارەكا دياركرى وەكى (a) بئىختە سەر ھەموو بەھايين وئ كۆمەلى؟ چ روودەت لسەر لادانى پېقانەى ھەكە ھەموو بەھايين كۆمەلى دگەل ژمارەكا دياركرى وەكى (a) ليكبدەن كو (a) يا جياوازبىت ژ سفرى؟

وهرزش: خشتى ل خواری ژماره يېن پېقانەى [الارقام القياسيه] [ب خولهك و چركان و بهشين ژ سەدى ژ چركى] بۇ وان كچ و كورين بەشدارى د بەرىكانا خليسكاندنيدا لسەر بەقرى دكرن دياردكەت.

بەرھنگارى

گریدان



1998	1994	1992	1988	1984	1980	1976	
1:47.87	1:51.29	1:54.81	1:52.06	1:58.36	1:55.44	1:59.38	كور
1:57.58	2:02.19	2:05.87	2:00.68	2:03.42	2:10.95	2:16.58	كچ

- 23 نافەند و ئاقەراست بۇ ژمارەيىن پېقانىيى بۇ كورپان و كچان بەهژمىرە.
- 24 مەودا و لادانى پېقانىيى بۇ كور و كچان بەهژمىرە. ئەف پېقەرە چ دېيژن دەربارەي ژمارەيىن پېقانىيى بۇ كورپ و كچان؟
- 25 لادانى پېقانىيى بۇ كور و كچان بەهژمىرە. ئەف پېقەرە چ دېيژن دەربارەي ژمارەيىن پېقانىيى بۇ كورپ و كچان؟

لېنىرىنەك بۇ پاش



بكارئىنانا ياسايى، ھەردوو رەگىن دووجاي بۇ ھاوكىشەيىن دووجاي ل خوارى بەهژمىرە، بەرسقا خو بۇ نىزىكتىن بەشى دەھىك نىزىكبەكە ھەكە ئەى رىژەيى بوو.

$$2x^2 + 12x - 4 = 0$$

27

$$3x^2 = 10x + 1 = 0$$

26

لېنىرىنەك بۇ پيش



28 گەلەك جاران ئامارناس نمونەيەكە بچوك (سامپلەكى) ژ كۆمەلەكە گەلەك بەا بكاردئىن بۇ ئەنجامدانا لىكۆلئىنەكى لسەر وان بەھايان. پېقەرئىن قى نمونەيا بچوك بكاردئىن بۇ خەملاندنا پېقەرئىن ئامارەي بۇ ھەموو بەھايىن كۆمەلا مەزن. ئەو ئاقەندى نمونەيا بچوك (سامپلى) ددانن ھەر وەك ئاقەندى بەھايىن كۆمەلا مەزن. لى بۇ لادانى پېقانىيى، ئەو لىكنە چوونى نمونەيا بچوك (سامپلى) ب ياسايەكى دەھژمىرن پېچەكى يا جياوازه ژ ياسايا ھەژمارتئا لىكنە چوونا كۆمەلا مەزن، ئەو ئامارناس قى ياسايى بكاردئىن!

$$\frac{1}{(n-1)} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right) =$$

$$15; 18; 16; 5; 12$$

ب بۇ ھەژمارتئا ئاقەندى ژمارا ترۆمبىلئىن خىزانەكى، جقاتا شارەوانىيى ل باژىرەكى

رابوو بكارئىنانا سامپلەكى [نمونەكە بچوك] ژ 10 خىزانان پىكھاتبوو ب

ھەرەمەكى ھاتبوونە ھەلبىژارتن كو ئەف ژمارە بكارئىنان:

2; 3; 2; 1; 1; 4; 2; 1; 3; 4

پېقانىيى بەهژمىرە.



ئەي گەشتيار من دگەل خۆبە

گرنگترين كىشەيىن كۆمپانىيىن فروكەقانىيى تووشدېنى، كىشەيا رىكخستنا ب رىك و پىكە بۇ تۆماركرنا گەشتياران و كەلووپەلېن وان. بۇ دېتنا باشتيرين جارەسەريى بۇ فان كىشەيان، پلاندانەريىن فان كۆمپانىيان رادېن ب كرادريىن ئامارى و ليكولينيى دكەن لسەر ئەنجامان پى كرادريىن بىركارى، ژوان كرادران بكارئىنانا ئەگەرەن. دقى پرۆژەيدا دى رابى ب سى چالاكيان لسەر كىشا تۆماركرنا گەشتياران.

چالاكى 1

ئامارناسيىن كۆمپانىيى دقېن تويژينيى بكەن لسەر ئەوي دەمى قەدكىشت بۇ كرادرا تۆماركرنا گەشتياران. ئەو دەم دەيتە گوھۆرپىن ژ گەشتيارەكى بۇ گەشتيارەكى دى ژ ئەگەرى جياوازيا بار و دوخېن وان گەشتياران. ئامارناسان دەست ب ليكولينا دەمى قەدكىشاي كرن بۇ تۆماركرنا ھەر گەشتيارەكى ژ وان پىنجى گەشتيارىن گەشتىنە نقىسىنگەھا تۆماركرنى ل ناقبەرا دەمژمىر 1:00 و دەمژمىر 1:10 و ئامارناس گەھشتە فان ئەگەرىن ل خوارى:

60	50	40	30	20	10	دەمى قەدكىشت ب چركان
0.104	0.123	0.135	0.158	0.132	0.052	ئەگەر

120	011	100	90	80	70	دەمى قەدكىشت ب چركان
0.012	0.026	0.050	0.116	0.034	0.058	ئەگەر

ئەو دەم يىن ھاتىنە نىزىككرن بۇ نىزىكترين چەند جاريى دەمى يىن چركى، ئەگەر يىن ھاتىنە نىزىككرن بۇ نىزىكترين بەش ژ ھزارى. ئەف خشتەيە ب قى شىۋەي دەيتە خواندن: ئەگەر دەمى تۆماركرنا گەشتيارەكى د (10) چركەندا دبىتە 0.052 و ئەگەر دەمى تۆماركرنا گەشتيارەكى د (20) چركەندا دبىتە 0.132 .

ئامارناسان دقېت ئەگەر دەمى پىدقى بۇ تۆماركرنا (50) گەشتياران پتر بيت ژ (50) خولەكان دياربەكەن. رىيا ئىكى: بۇ دياركرنا ئەقى، دقېت ئەو دەمى قەدكىشاي بۇ تۆماركرنا ژمارەكا زۆر ژ گەشتياران بەيتە دياركرن و ئەنجام بەيتە پۆختەكرن. لى ئەقى رىكى پىدقى ب دەمەكى درىژ وشيانى و تىچوويى ھەيە. ژبەر قى چەندى وان پەنابرنانواندنا ۋەك ئىكىي Simulation . چەوا ب قى ليكچوونى رابوون؟ پەنابرنە وى ھووركارىي ئەنجامداى بۇ ھەژمارتنا ئەگەرەن د خشتى يىشتردا. چونكى ئەو ھووركارىي نىزىككرن بوو بۇ نىزىكترين بەش ژ ھزارى، قىچا وان بىرئادا كوگەھشتنا 1000 گەشتياران ۋەك ئىك نواندن بكەن، دا بگەھنە وى مەرەمى ئەو رابوون ب خرقةكرنا ژماران ژ 1 ھەتا 1000 دچەشنادا.



ل دووق ئهگهريڻ خشي پيشتر وان وهسا دانه كو ژ 1 ههتا 52 بهرامبهر ئهگهرا 0.052 ، و ژماره ژ 53 ههتا 184 (132 ژماره) بهرامبهر ئهگهرا 0.132 و ههروهسا...

توماركرنا گهشتياري	ئهگهر	دهم
000	0	0
052-001	0.052	10
184-053	0.132	20
342-185	0.158	30
⋮	⋮	⋮

خشي بهرامبهر ته مامبكه

چهوا خشي بكار دئين؟ داخوای ژ بژميرا روونكرني بكه، ژماره كي ب ههروهه كي بدهت كو بكهفته دناقبهرا 1 و 1000 دا و ئهوه ههردوو ژماره ل گهل. وهسا دانه كو ئهف ژمارا ههروهه كي نواندنا گههشتنا گهشتياريان بو نفيسينگهها توماركرني دكهت. خشي پيشتر بكاربينه بو دياركرنا دهمي فهكيشاي بو توماركرنا في گهشتياري. بو نمونه ههكه ئهف ژماره 122 بو، ئانكو دهمي پيشتي بو توماركرنا في گهشتياري 20 چركهيه، چونكي 221 دكهفته نابقهرا ههردوو ژماران 53 و 418 ل ستونا سيي.

چالاکي 2

دا رابي ب وهك ئيكلپكرنا گههشتنا 50 گهشتياريان بو نفيسينگهها توماركرني لناقبهرا دهژمير 1:00 و دهژمير 1:10 داخوای ژ بژميرا روونكرني بكه 50 ژماريين ههروهه كي بدهته ته، پاشي ئهوي ژمارا بدهست تهكهفتي د خشي بهرامبهر دا ريكببخه

1 بژميرا روونكرني بكاربينه بو بدهستكهفتنا 50 ژمارهيين ههروهه كي كو بكهفته دناقبهرا 1 و 1000 دا و ئهوه ههردوو ژماره دگهل بن.

دهم	ژمارا ههروهه كي نهوا گهشتياري دنوينت	گهشتيار
		1
		2
		3
		⋮
		49
		50

2 ستونا دووي ل خشي ته مامبكه.

3 ئهوه خشي ته ل چالاکيا ئيكي دروستكري بكاربينه، بو ته مامكرنا ستونا سيي. بو نمونه ههكه ئهوه ژمارا ههروهه كي 179 بو، دهمي دقيت ل ستونا سيي بهرامبهر 179 بهيته توماركرن دبته 20 چركه.

چالاکي 3

1 وهك ئيكلپكرنا گههشتنا 50 گهشتياريان بو نفيسينگهها توماركرني 10 جاران دووباره بكه. ئهگهرا دهمي پيشتي بو توماركرنا ههري پينجي گهشتياريان كو ژ 50 خولهكان زيدهتر بيت بخهملينه.

2 ته ديت ژ كاركرنا دفي پروژيدا. كو چاره سهريا كاري توماركرنا گهشتياريان نهيا ساناهيه. پشتبهستن ب كاري ته دفي پروژيدا ئهري تو دشي نمونهيه كي لسره حالته كي بيني كوي دسياندا بيت نواندنا وهك ئيكلپكرني تيدا بكاربيني بو دياركرنا ئهگهرا؟ ئهوي روونبكه.

پیداچونا بەشى

- 1 سۆزانی گۆیهك ژ تویرکەکی راکیشا، کو 3 گۆیڤن سۆر و 3 گۆیڤن شین تیدابوون، ئەگەرا راکیشانا گۆیهکا سۆر چەندە؟
- 2 ئاوازی گۆیهك ژ تویرکەکی راکیشا کو 4 گۆیڤن سۆر و 10 گۆیڤن رەش تیدابوون ئەگەرا راکیشانا گۆیهکا سۆر چەندە؟
- 3 ئاھەنگەك ل ناڤبەرا 8:00 و 8:30 دەستپێدکەت. ئەگەرا گەهشتنا میقانی ئیکێ بەهژمیرە ل دەمی:
- 4 8:00 پ. ن و 8:05 پ. ن ؟
- 5 8:12 پ. ن و 8:18 پ. ن ؟
- 6 8:21 پ. ن و 8:24 پ. ن ؟
- 7 چەند پەیفین 4 پیتی تو دشی پیکبینی بکارئینانا 5 پیتان ژ پیتین ئەبجەدی بیی دووبارەبوون.
- 8 چەند پەیفین 4 پیتی تو دکاری پیکبینی بکارئینانا 5 پیتان ژ پیتین ئەبجەدی هەکە دووبارەبوون هەبیت.
- 9 ب چەند رییان تو دکاری 6 شەشپالویڤن رەنگ جیاواز درێزەکیدا ریزیکە؟
- 10 ب چەند رییان تو دکاری دوو پەرتووکان ژ ناڤ 5 پەرتووکان هەلبژییری و ریزیکە ل سەر رەفکەکی؟
- 11 ب چەند رییان تو دکای 5 قوتابیان ل دۆر میزەکی بازنە ریزیکە؟
- 12 ب چەند رییان تو دکارن ل دۆر میزەکی ب چەند رییان (8) کارمەند دکارن ل دۆر میزەکی بازنە روون؟
- 13 دەستکەفتنا ژمارە 4 یان 7
- 14 دەستکەفتنا ژمارە 1 یان 6
- 15 دەستکەفتنا ژمارەکا کت، یان ژمارەکا مەزنتەر ژ 4
- 16 دەستکەفتنا ژمارەکا جوت، یان ژمارەکا کیمتر ژ 4
- 17 دەستکەفتنا ژمارەکا مەزنتەر ژ 1
- 18 دەستکەفتنا ژمارەکا مەزنتەر ژ 2
- ئەگەرا روودانی بەهژمیرە
- 19 ژ دایکبوونا 3 زارۆیڤن کوپ ئیک ل دووڤ ئیک ل نەخۆشخانا دایکبوونی.
- 20 دەستکەفتنا دوو ژمارین جوت ل هەلدانا دوو بەرکین زاران.
- 21 مەودا و لیکنەچوون و لادانی ناڤەند و لادانی پیقانەبی بۆ کۆمەلا بەیڤن ل خواری بەهژمیرە. 3، 2، 3، 5، 7، 5.
- مەودا و لادانی ناڤەند بۆ هەر کۆمەلەکا بەهایان بەهژمیرە.
- 22 6; 10; 12; 4; 14; 8; 11; 14
- 23 17; 13; 14; 15; 22; 20
- 24 3; 6; -7; 9; -3; 2
- 25 4; -8; 12; 13; -22; 24; 21
- لیکنەچوون و لادانا پیقانەبی بۆ هەر کۆمەلەکا بەهایان بەهژمیرە:
- 26 10; 12; 15; 18; 11; 13; 14; 16; 19; 20
- 27 100; 140; 130; 180; 80; 160
- 38 8; 9; 12; 14; 7; 9; 11; 13; 14
- 29 3; 4; 12; 2; 3; 4; 6; 12; 18; 20; 2



ئەزمۇنا بەشى

ئەگەر ھەر روودانەكى دياربىكە:

1 توپىكەكى (4) گۆيىن سۆر و (4) گۆيىن كەسك و (4) گۆيىن شين و 40 گۆيىن زەر تىدا ھەنە. ئەگەر راکىشانى گۆيەكا سۆر چەندە؟

2 توپىكەكى (8) گۆيىن كەسك و (6) گۆيىن سۆر تىدا ھەنە. ئەگەر راکىشانى گۆيەكا كەسك چەندە؟

3 دەستكەفتنا ژمارەكا تاك ل ھەلدانا بەركى زارەكى.

4 **رەنوسكرن:** رەنوسكرنا پلېتا مۆھلەتا نېچىرى ژ دوو پېتېن جياواز پېكدهيت ژ (28) پېتېن زمانى عەرەبى، و لدووقدا ژ 8 رەنوسېن جياواز ژ (10) رەنوسېن بنەرەتى پېكدهيت. ژمارا رەنوسكرنېن دشاندا چەندە؟

بەھايى ھەر بېرەكى بەھژمىرە:

5 $12! - 7!$

6 $8P_3$

7 ب چەند رېيان سەرۆك و جېگر و راگرى دشين ھەلبىژىرن ژ لېژنەكا (24) ئەندامان؟

8 ژمارا گۆرىنېن پېتېن پەيقا «كوردستان» چەندە؟

9 **وەرژش** ب چەند رېيان تو دشىي (3) گۆيىن رەنگ جياواز لسەر (32) سندوقىن رەنوسكرى بەلاقبكەي؟ ھەر بەھايەكى بەھژمىرە.

10 $8C_3$

11 $8C_8$

12 $\frac{8C_5}{5C_3 \times 5C_2}$

13 **بازرگانى** خوارنگەھەك دانەكى خوارنى پېشكېشكەت كو مىقان دشىت 3 جۆرىن خوارنى ژ 7 جۆران ھەلبىژىرت. ئەف ھەلبىژارتنە ب چەند رېيان دبىت؟

پەترۆسى گۆيەك راکىشا ژ توپىكەكى (12) گۆيىن ھاوشىوھ تىدابوون و رەنوسكرى بوون ژ 1 ھەتا 12 ئەگەر راکىشانى ھەر ئىكى دياربىكە:

14 ژمارە 7 يان ژمارەكا جۆت بىت.

15 ژمارەكا خۆبەش يان ژمارەكا چەند جارىا ژمارە (4) بىت.

16 ژمارەكا كت يان ژمارەكا چەند جارىا ژمارە (5) بىت.

17 ژمارەكا مەزنتىر ژ (8) يان ژمارەكا چەند جارىا ژمارە (3) بىت.

18 ژمارەكا جۆت يان ژمارەكا بچووكتر بىت ژ (6).

ئەگەر ھەر روودانەكى دياربىكە:

19 سېروانى پارچە دراقەكى كانزاي و بەركى زارەكى ھەلدا. دەستكەفتنا خەتى و ژمارە (5) بىت.

20 دەزگەھى بۆشايى عەسمانى دەمەك ھەلبىژارت ل ھەفتيا داھاتىدا. بۆ ھاقتىنا مەكوكەكا بۆشايى. دەم دقتى روژا سېشەمى بىت ل ناقبەرا دەمژمىر 1 بەرى نىقرۆ و دەمژمىر 2 پىشتى نىقرۆ.

بچووكترىن بەھا و مەزنتىر بەھا و مەوداي بۆ ھەر كۆمەلەكا پىدايان دياربىكە:-

21 34; 65; 32; 19; 28; 23; 45; 59; 24; 18

34; 41; 19; 23; 54; 42; 27; 25; 39

22 7; 5; 8; 2; 6; 2; 5; 6; 1; 4; 9; 8; 5; 3

مەودا و لادانى ناھەند بۆ ھەر كۆمەلەكى دياربىكە:

23 13; 11; 9; 7; 5; 3

24 33; 30; 25; 23; 15; 18; 12; 10

لېكنەچوون و لادانى پىقانى بۆ ھەر كۆمەلەكا بەھايان بەھژمىرە.

25 13; 11; 9; 7; 5; 3

26 33; 30; 25; 23; 15; 18; 12; 10

27 چ دبىژى دەربارەي كۆمەلەكا بەھايان كو لادانى پىقانى بۆ وى سفر بىت؟

ئەزمۇونا كەلۆكى

9. ھاوكېشا ۋى راستەھېلى دقان ھەردوو خالانرا $(3, -4)$ ، $(2, 7)$ دبووریت بنقیسە.
10. سفرین نەخشەیا $f(x) = x^2 - 8x + 12$ بەھژمیرە.
11. ئەقى برى ھەكە شیتەلبیت شیتەلبەكە $5x^2 + 10x - 40$.
12. ئەقى برى شیتەلبەكە $8x^3 + 64$.
13. ھاوكېشەيىن ھەموو راستەھېلى دەرکنارین ستوونى و ئاسۆيى بۆقى نەخشا ریزەى $f(x) = \frac{(x+2)^2}{3x}$ بنقیسە.
14. ئەقى برى ھەكە شیتەلبیت شیتەلبەكە $6x^2 + 8x - 15x - 20$.
15. قى برى لسەر سادەترین شیۆەى بنقیسە: $\frac{9x^2}{x-6} - \frac{x+4}{3x^4}$.
16. كۆمەلا شىكارى بۆقى ھاوكېشى بەھژمیرە $\frac{6x+2}{3x} = 6$.
17. لارى قى راستەھېلى دیاربكە $y = 8$.
18. دقیت چ بئىختە سەربرى $x^2 + 8x$ دا ببتە دووجاییا تەواو.
- چالاكیپن ژ دەرھەى پۆلى: یانەیا شەترنجى ل قوتابخانەكى ژ (12) ئەندامان (5) مەزن و 7 زارۆكان پىكدەھیت.
19. چەند تىپپن ژ (6) یاریزانان تو دشى پىكېبى ب مەرجهكى بكیماتى (3) مەزن تیدا ھەبن؟
20. چەند تىپپن ژ 6 یاریزانان تو دشى پىكېبى ب مەرجهكى بكیماتى (3) زارۆك تیدا ھەبن؟
21. چەند تىپپن ژ (6) یاریزانان تو دشى پىكېبى ب مەرجهكى ب زیدەھى (3) زارۆك تیدا ھەبن.
- كارى كۆمەلايەتى: خشتى ل خواری برى ھاریكارى ب مەلیونین دیناران دیاردكەت كو چاقدیریا كۆمەلاتى پى رادبت بۆ ھەژاران ل ماوہی (12) مەھان.
- | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|------|
| 14.8 | 2.5 | 2.9 | 0.3 | 3.7 | 4.0 |
| 5.7 | 4.8 | 4.2 | 5.6 | 6.1 | 10.6 |
22. ناھەندى خەرچیا ھەیفانە بەھژمیرە.
23. مەودا و لیکنەچوون و لادانى ناھەند و لادانى پىفانەى بۆ پىدايپن خشتى بەھژمیرە.
1. كیژ قان جووتین ریکخستى یپن ل خوارینى قى سیستەمى ساخدكەن.
- ا $(0, 5)$ ب $(-1, 2)$ ج $(1, -1)$ د $(0, 0)$
2. شىكارا لاسەنگەیا $2(x+2) - 7 < 8x + 15$ دبتە
- ا $x > -3$ ب $x < -3$ ج $x > 2$ د $x < 2$
3. دا ئەف برە $x^2 - 12x$ ببتە دووجاییا تەواو دقیت چ بئىختە سەر وى؟
- ا 6 ب -6 ج 36 د -36
4. كیژ دەربرینن ل خواری بەھسى بەیوہندیا ناھەرا قان ھەردوو راستەھیلان دكەت $y = \frac{1}{2}x$, $y = -2x - 3$
- ا دوو راستەھیلن ئاسۆنە ب دوو راستەھیلن ستوونن ج ل گەل ئىكو دوو ستوونن د تەربى بن ل گەل ئىكو دوو
5. سادەترین شیۆە بۆ $(-\frac{1}{125})^{-\frac{2}{3}}$ دبتە.
- ا $\frac{1}{25}$ ب $-\frac{1}{25}$ ج 25 د -25
6. پۆتانى خالا ناھەراستا ۋى پارچە راستەھېلى ھەردوو سەرىن ۋى $(-4, -1)$, $(2, -7)$ دبتە:
- ا $(-1, -3)$ ب $(-3, 3)$ ج $(-1, -4)$ د $(-3, -3)$
7. شیۆەى گشتى بۆقى برى بنقیسە $(5x^3 - 2x^2 + x - 10) + (2x^3 - 3x - 1)$
- ا $3x^3 - 2x^2 - 4x - 9$ ب $3x^3 + 2x^2 + 4x - 9$ ج $7x^3 - 2x^2 - 2x - 9$ د $7x^3 - 2x^2 - 2x - 11$
8. ئەقى برى ب سادەترین شیۆە بنقیسە $\frac{x^2+3x-4}{x^2} \times \frac{x^2-2x}{2x+8}$

بهشی حهفتی

ئەندازە

Geometry

1. دەسپیکەك ژ ئەندازەیا ئەقلیدس.
2. راستەهیل و رووتەخت د بوشاییدا (دقلاهییدا).
3. وینەیین بینراو.
4. چەندلایین ریک.
5. هاوریژەیا ئەندازەیی.
6. بازن.

پروژەیی بهشی

ئەندازە Geometry

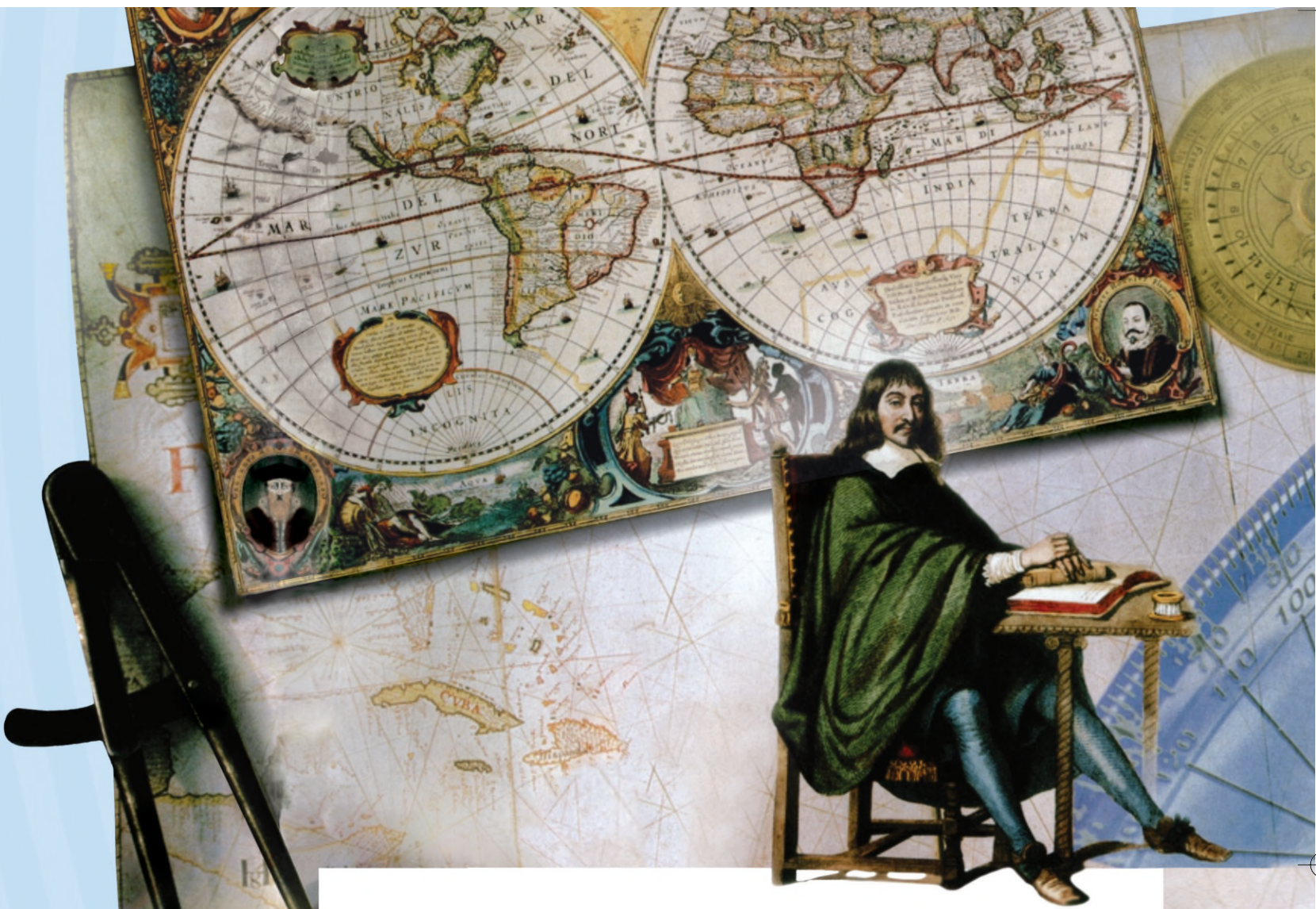
ئەندازە زانستەكى كەڭن و نوويه د ئىك دەمىدا، بەرى دوو ھزار سالان ئەندازە پېشكەڭت بى راولستيان. ئەندازە ژ كەڭندا يا دەست پىكرى و جھى خويا دكارىن ئەقلىدسا يا جىكرى، و بەردەوام يا پېشكەڭتى بىى دابرىن ھەتا گەھشتىە كارىن فەيلەسووف و بىركارىزانى فەرەنسى رىنە دىكارت، و ھەتا خواندنا وى گەھشتىە چەرخى نھوكە، بكارىنانا بژمىران و بژمىرىن پېشكەڭتى. دقى بەشيدا دى فېربىە پەيوەندىين بنەرەتى كو پىكەتەين ئەندازى ل بۆشايى و ل رووتەختى پىكفە گرېدەت. ھەروەسا دى فېربى چەوا تەنى ئەندازەى ب سى دوراتيان وىنەبەكى درووتەختىدا ھەر وەكى بىنەرەك دىنەت. ھەروەسا دى فېرى جھگوھۆركەكا ئەندازەى يا نوو بى كو دوراتيان ناپارىزىت كو يا جىاوازا ژ وان جھگوھۆركىن پېشتر فېربووينى. ودى فېرى ھندەك تىشتىن دى بى.

بەشى

7

وانە

1. دەستپىكەك ژ ئەندازەيا ئەقلىدس.
 2. راستەھىل و رووتەخت د قالاھىيدا.
 3. وىنەيىن بىنراو.
 4. چەند لايىن رىك.
 5. ھاورىژەبا ئەندازەى.
 6. بازن
- پرۆژەيى بەشى



دەربارەى پروژەى بەشى

پېشتەر بىرکارىزان جوړج بېل رېسايەك دياركربوو بو هەژمارتەنا رووبەرى چەندلايەكى كو يا جياوازبوو ژ رېسايېن بەرى وى. قىگاقى دى كاغەزا چارگوښەيان بكارئىنين و ھندەك خالان دى گەھىننە ئىك دا چەند لايەك دروست بىت و شىوازەك دى بدەستكەقىت كو رىكەكى دياردكەت بو دارشتەنا رېسايەكى بو هەژمارتەنا رووبەرى قان جوړىن چەندلايان.

- رووبەرىن ھندەك شىوین ئالوز ھەژماربەكەت بېى بكارئىنانا رېسايېن رووبەرى يېن ئەقلىدى.

دەستپېكەك ژ ئەندازەيا ئەقليدس

Building of Eculidean Geometry



بۆجى

ئەم دىيىن شىۋەيىن ئەندازەيى بىكارىنەن بۇ خال و راستەھىل و رووتەختان ب مەرەما نمونەيىن بىركارىي دروستبەكەين، و بۇ شىۋىن تىشان ئەو نمونە دەينە بكارىنان و بۇ شىكارىنا پىساران د ژيانىدا دەينە بكارىنان.

خەتى كاكىشاننا (المجرة اللولبية) لولپىچ 31 M كۆمەلا ئەندرومىد وە هەقالەكەيە بۇ خەتى كاكىشاننا مە. چەوا خەتى كاكىشاننا ژ ستىر و ھەساران پىكەھىت، ھەروەسا شىۋى ئەندازەي ژ خالان پىكەھىت.

وانا
1

ئارمانچ

- ناسىنا خال و راستەھىل و رووتەختى.
- پىناسەكرنا پارچەراستەھىل و تىشك و گوشە و خالين لسەر ئىك راستەھىل يان لسەر ئىك ناست.
- لىكۆلىنى لسەر وان بەلگەنەقىيان دكەن ئەوین پەيوەندى دگەل خال و راستەھىل و رووتەختان ھەين.

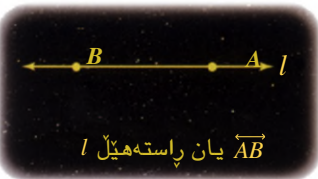
دانهيىن سەرەكى (بنەرەتى) بۇ ئەندازى Basic elements in geometry

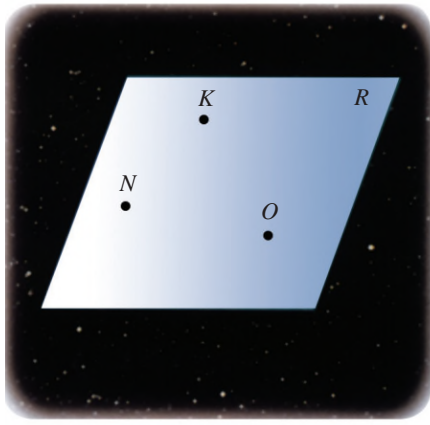
دانهيىن بنەرەتى يىن ئەندازى پىكەھىن ژ خال و راستەھىل و رووتەختى، و ھەموو شىۋە و تەنن ئەندازەي ژ وان پىكەھىن. بىركارى زان گەھشتە رىكەكا گرتى بو پىناسەكرنا قان دانان. ئەو لسەر رىكەكى رىكەقتن و پەسەنكرىد كو وان دانان وەرگىرن بىي وان پىناسەبەكەن، دگەل ھندى كو ئەو دانه پىناسە نەكرىنە ئەم دىيىن لسەر باخقىن. لپىشىي پىتقىيە بزائىن كو شىۋە و تەنن ئەندازەيى ل جىھانا ھەرسىتارامەدا نىنن. پىقان بۇ خالى نىنە، پانیا راستەھىلى نىنە، قى پەرتووكى نواندنا شىۋەيىن ئەندازەيى يىن تىدا، لى نواندن تىشەكە و شىۋە و تەنن ئەندازەيى تىشەكى دىيە. شىۋە و تەنن ئەندازەيى ب تىورى بتنى دەيزرىدا ھەيە. خال: وەختى بەرى خوددەيە عەسمانى ل شەفەكا (سامالدا) ھندەك ستىر د دوورن و رووناھىي ددەن و وەسا دياردبن كو خالن. خال ب شونا سەرى قەلەمى لسەر كاغەزى دەيتە نواندن. پىقان قان نواندن مەزىدبىت و بچووك دبىت لى ئەف شوونە وارە كو خالى دنوینت پىقان نىنە.



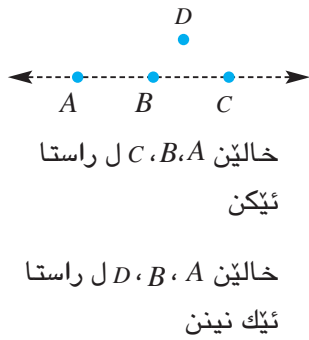
پىتىن مەزن وەك... A, B, C دەينە بكارىنان بۇ ناقرىنا خالان راستەھىل: راستەھىلى ئەندازەيى پانى نىنە. ھىلى خوارى تىدا نىنە. ل ھەر دوو سەران بى دوماھىك درىژ دبىت، بۇ ناقرىنا راستەھىلى

ناقىن دوو خالين جىاواز بكارىنەن كو راستەھىل تىرا ببوورىت دگەل دانانا نىشاننا تىرەكا دووسەرى لسەر ھەردوو سەران و ئەف راستەھىلە ب قى شىۋەي دەيتە نقىسىن \overline{AB} يان \overline{BA} . ئەم دىيىن ناھەكى بۇ راستەھىلى دانىن كو ئىك پىت بىت وەكى l .





رووتەخت روویەکی تەختە بۆ ھەموو لایان درێژ دبیەت بۆ دوماھیک. ئەم دشیین پارچەکی ژ رووتەختەکی بنوینین ب ھەر روویەکی کو بلنداھێ و نزماتی تێدانەبیت. وەکی رووی میژەکی، یان بەرگی پەرتووکی. ئەو رووی راست ل وینەیی بەرامبەر پارچەکی ژ رووتەختی پیکدئینت. بۆ ناف ئینا رووتەختی ناف سێ خالان بینە کو رووتەخت تێرا دبووریت. دبیژین رووتەختی MNO ، ب مەرچەکی ئەو ھەرسی خال نەگەقنە سەر راستەھیلەکی، و ئەم دشیین ئیک پیت بکاربینین بۆ نافکرنا رووتەختەکی، دی بیژین رووتەختی R . دبیژن چەند خال ل سەر راستا ئیکن ھەکە بگەقنە سەر ئیک راستەھیل. ئەف وینە بەرامبەر دیاردکەت کو خالین A و B و C ل راستا ئیکن. دبیژین ژمارەکا ژ خالین جیاواز دئیک ئاستدانە ھەکە بگەقنە دناف ئیک رووتەختدا. و بزانه کو دووخال ھەموو دەمان ل راستا ئیکن و سێ خال ھەموو دەمان ل سەر ئیک ئاستن.



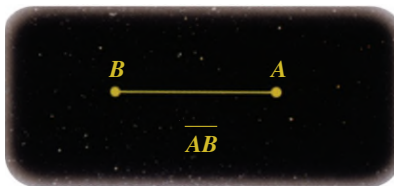
پیناسا شیوہیین ئەندازەیی پی دانەیین بنەرەتی یین ئەندازەیی

Defining Figures in Terms of the Basics

ئەم دشیین پیناسا ژمارەکی ژ شیوہیین ئەندازەیی بکەین ب دەسپیکرن ب دانەیین بنەرەتی یین ئەندازەیی، دی پارچە راستەھیل و تیشک و گوۆشی ل سەر شیوی ل خواری پیناسەکەین.

پیناسا پارچە راستەھیلی Segment Definition

پارچە راستەھیل Segment بەشەکا ژ راستەھیلی ژ خالەکی دەسپیکرەت و ب خالەکا دی بدوماھیک Endpoints دەیت. ھەردوو سەرین پارچە راستەھیلی ب وان ھەر دوو خالان دیار دکەن.



بۆ نافکرنا پارچە راستەھیلی ناف ھەردوو سەران بکاربینە. خەتەکی ل سەر ھەردوو ناقان دانە. پارچە راستەھیلی \overline{AB} پیکدھیت ژ وی پارچە راستەھیلی کو ھەردوو خال A و B ھەردوو لایین وی دنوینن.

پیناسا تیشک Ray Definition

تیشک Ray بەشەکا ژ راستەھیلی کو ژ خالەکی دەست پیکرەت و درێژ دبیەت بۆ بدوماھیک بۆ ئیک ئاراستە. سەری تیشکی دبتە خالا دەسپیکرنی Endpoints.



بۆ نافکرنا تیشکی ناف خالا سەری تیشکی و ناف خالەکا دی بکاردئینین. نفیسینا تیشکی \overrightarrow{YX} قی دگەھینیت سەری تیشکی (X) ھو دخالا (Y) رادبووریت.

ژوان چالاکیښ دوانډا هاتین، فیری ژمارهکا بنه مایین بنه پرتی یان بهلگه نه فییان د نه اندازه یدا دبی، نهو بنه مایین بنه پرتی ئیکو دوو برینا شیوه یین نه اندازه ی و تهنین نه اندازه ی بخوځه دگرن. و نهف بهلگه نه قینه گوئن و په یقین دروستن بی سماندن.

چالاکی

قه دیتنا هندهک بهلگه نه فییان پی لیکولینا نمونه یه کی [سامپله کی]

Discovering Geometry Ideas in model

تو دکاری بهرئ خو بدهیه وینی بهرام بهر کو دبته نمونه یهک بو هندهک تشتان ژ ژیانا روژانه، وهکی سندوځه کی یان ژووره کی. هر رسته یه کی ژ فان رسته یین ل خواری تمامبکه دا بهلگه نه قیهک ب دست ته بکه قیت.

1. بهرئ خو بده نمونی، دیار بکه چهوا راسته هیل ئیکو دوو دبرن. ئیکو دوو برینا دوو راسته هیلان ژ چ پیکدهیت؟

بhelگه نه فی

دوو راسته هیل ئیکو دوو دبرت د _____ ؟ خالدا.

ژمارا وان راسته هیلان چهنده کول هر سره کی ژ سرین شیوه ی ئیکو دوو دبرن؟ نه رئ تو باورده کی کو ژمارهکا زیده تر هیه بو ژمارا وان راسته هیلان ئیکو دوو ل خاله کی دبرن؟ بهر سقا خو روونبکه بکارینانا وینه ی.

2. بهرئ خو بده نمونی، دیار بکه چهوا رووتخت ئیکو دوو دبرن. ئیکو دوو برینا دوو رووتختان ژ چ پیکدهیت؟

بhelگه نه فی

دوو رووتخت _____ ؟ ئیکو دوو دبرن.

ل نمونی، ژمارا وان رووتختان چهنده کو دهر راسته هیله کیډا ئیکو دوو دبرن. نه رئ تو باورده کی کو ژمارهکا زیده تر هیه ژ ژمارا وان رووتختین ئیکو دوو دراسته هیله کیډا برین؟

3. بهرئ خو بده هر دوو خالین A و B. چهند راسته هیل دئ دهر دوو خالانرا بوورن؟ نه رئ تو دشی هزر بکه ی کو راسته هیله کی دی هیه د هر دوو خالانرا بووریت؟

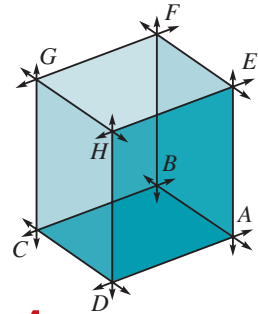
بhelگه نه فی

ئیکو دوو برینا دوو رووتختان ژ ئیک _____ ؟ پیکدهیت؟

4. بهرئ خو بده خالین A و B و C. نه رئ دکه قنه سرئیک راسته هیل؟ چهند رووتخت د هر سی خالانرا دبوورن، نه رئ تو دشی هزر بکه ی کو رووتخته کا دی هیه د وان هر سی خالانرا بووریت.

بتنی ئیک _____ دسی خالانرا دبووریت کول راستا ئیک نه بن. نهو رووتختی د خالین A و B و C را دبووریت ب رووتختی ABC دهیت ناسین.

خالهکا چاقدیری



خالهکا چاقدیری

خالهکا چاقدیری

خالهکا چاقدیری

رووتەختەكى ژ رووتەختىن نمونەيا بوورى ھەلبژڭرە و دوو خالان ژ خالين وي ھەلبژڭرە، وي راستەھيلى ناف بکە کو دھەردوو خالانرا دبووريت. ئەرى ئەو راستەھيلى ب تەمامى دى كەقتە دناف وي رووتەختيدا؟

بەلگەنەقى

ئەو راستەھيلى دوو خالين جياواز درووتەختەكى دا دگەھينتە ئىك دكەڭتە دناف 5

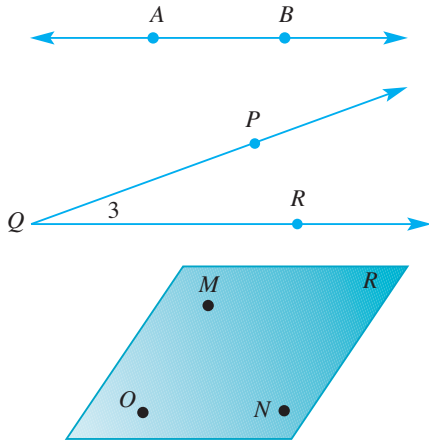
خالەكا چاڭدېرىي

راھىنان

بەردەوامبوون د بىر كارپيدا

- 1 جياوازي چپە دناف بەرا شېوھيىن ئەندازەيى و تىشتىن ژيانا روژانەدا؟
- 2 بەرى خۆ بدە پۇلى، وان تىشتان دياربکە کو خال يان راستەھيلى يان رووتەختى دنويىنت.
- 3 بۇچى خالەك بەس نينە بۇ دياركرنا راستەھيلىكى و ناف ليئىنانى؟
- 4 بۇچى دوو خال بەس نينن بۇ دياركرنا رووتەختەكى و ناف ليئىنانى؟
- 5 گرنگيا ريزكرنا خالان بۇ خواندنا تيشكى چيپە؟ ئەقى ب ويىنەي پروونبکە.

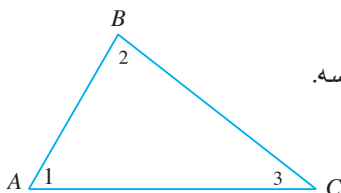
راھىناين ئاراستە كرى



- 6 فى شېوھيى بەرامبەر بكاربينە بۇ نافئىنانا خال و راستەھيلى و پارچە راستەھيلى و تيشكى.
- 7 ل فى شېوھيى بەرامبەر 4 نافان بۇ گوشى بنقىسە.
- 8 ل فى شېوھيى بەرامبەر 3 نافان بۇ فى رووتەختى بنقىسە.

راھىنان و بجھىنان

سىگوشى بكاربينە بۇ شىكاركرنا پرسىاريان ژ 9 ھەتا 12



- 9 ھەموو پارچە راستەھيلىن سىگوشى بنقىسە.
- 10 ھەر گوشەك ژ گوشين سىگوشى ب سى رييان بنقىسە.
- 11 دوو تيشكىن ھەر گوشەيەكى ژ گوشين سىگوشى بنقىسە.
- 12 وي رووتەختى بنقىسە کو سىگوشە دناف دايە.

نارہ زوو ویٹی قیٰ حہودا ماسییان بکاربینه بو شیکارکرنا پرسیاران ژ 13 ہتا 17 نھریٰ ہەر ئیک ژ پیکھاتیین حہودیٰ خال یان راستهھیل یان روتہختی دنوینت؟

- 13 لایهک ژ لایین حہودیٰ
 14 دنکا خیزی
 15 روویهک ژ روویین حہودیٰ
 16 رووی نافیٰ
 17 گوۛشہک ژ گوۛشین حہودیٰ

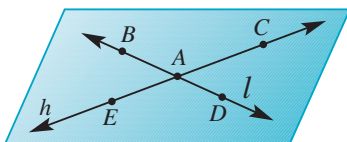


نھریٰ ہەر رستہیہک ژ رستین ل خورای ژ پرسیارا 18-25 یا دروستہ یان نہیا دروستہ [شاشہ] هوئی وی ررونبکہ.

- 18 راستهھیلی خالا سہری ہہیہ.
 19 روتہختی دوماہیک ہہیہ.
 20 ہہکہ سی راستهھیل ل خالہکی ئیکو دووہیرن دی کہقنہدناف روتہختہکیدا.
 21 چیدبیت دوو روتہخت روتہختی سییی بپرن و ہہردوو ئیکودوو نہپرن.
 22 چیدبیت سی روتہخت دئیک خالیدا ئیکو دووہیرن.
 23 دوو خال، بتنی ئیک روتہخت ہہیہ وان بخوقہ بگرت.
 24 بو ہہموو سی خالان بتنی ئیک روتہخت ہہیہ وان بخوقہ بگرت.
 25 بو ہہموو چار خالان بتنی ئیک روتہخت ہہیہ وان بخوقہ بگرت

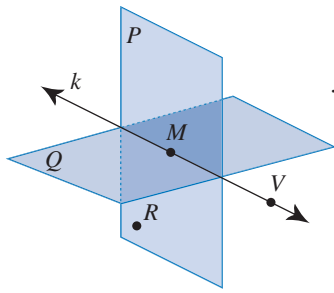
بہریٰ خو بدہ شیوہیی بہرامبہر بو شیکارکرنا پرسیاران ژ 26 ہتا 30

- 26 نافیٰ راستهھیلہکی ژ شیوہی بنقیسہ. 3 نافیین دی بو وی راستهھیلی بنقیسہ.
 27 خالہکی ژ سہر راستهھیلی l بیژہ.



- 28 ئیکو دووہیرنا ہہردوو راستهھیلین l و h بناقبکہ.
 29 نافیٰ گوشہکی ژ شیوہی بیژہ. نافیٰ سہریٰ وی و ہہر دوو تیشکین وی پیکدئینن بیژہ.
 30 نھریٰ تو دشپی ئیک ژ گوۛشین شیوہی ناقبکہی ب \hat{A} ؟
 هوئی بہرسقا خو ررونبکہ.

بەرىي خۇبدە قى شىۋەيى بەرامبەر بۇ شىكاركرنا پرسىاران ژ 31 ھەتا 33

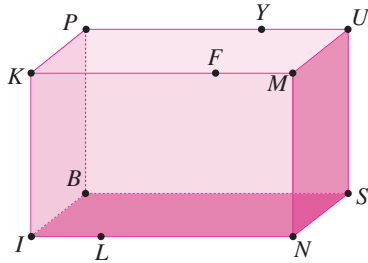


31 نافی ئىكودووپرینا ھەردوو رووتەختىن P و Q بیژە.

32 نافی راستەھیلەكى بیژە کو بکەقیتە دناف رووتەختى Q دا.

33 نافی خالەكى بیژە کو بکەقیتە دناف رووتەختى P دا.

بەرىي خۇبدە قى شىۋەيى ل خوارى بۇ شىكاركرنا پرساران ژ 34 ھەتا 37



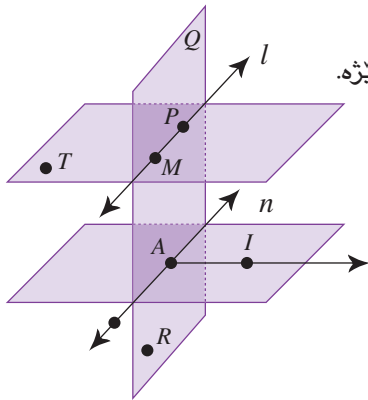
34 نافی خالەكى بیژە لسەر \overline{KM}

35 نافی ئىكو دوو برینا \overline{MN} ، \overline{MU} بیژە.

36 نافی سى خالان ل راستا ئىکین بیژە.

37 نافی دووپارچە راستەھیلین لسەر ئىک ئاستىن بیژە.

بەرىي خۇبدە شىۋەيى ل خوارى بۇ شىكاركرنا پرساران ژ 38 ھەتا 40 .



38 نافی ئىكو دووپرینا ھەردوو راستەھیلین n و AI بیژە.

39 نافی ئىكو دووپرینا رووتەختى Q و رووتەختى MPT بیژە.

40 نافی سى خالان بیژە کو لسەر ئىک ئاستىن.

ژمارا وان پارچە راستەھیلین جىاواز کو ئەم بشیپىن ناف بکەین ل ھەر ئىک ژ فان

شىۋەيىن ل خوارى چەندە؟ نافی ھەر ئىک ژ وان بیژە.



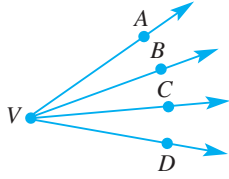
44 ياسايەکا گشتى بنقىسە بۇ ھەژمارتنا ژمارا وان پارچە راستەھیلان کو دشىاندابت ناف بۇ

بەيتە دانان ب زانىنا ژمارەکا ديارکرى π ژ خالان کو بکەقنە سەر ئىک راستەھیل، روونبکە

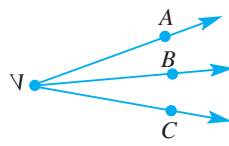
چەوا تە ياسا ديت.

چەبىر

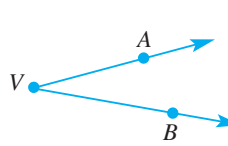
ژمارا وان گۆشېن تېز يېن جياواز كو دسياندا بهينه نافكرن چهنده ل هەر ئېك ژ فان شيوهيېن ل خوارى؟



47



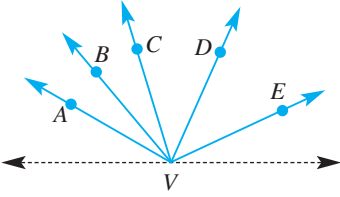
46



45

48 ريسايه كا گشتى بنقيسه بو هه ژمارتنا وان گۆشېن دسياندا بهينه نافكرن و بچوكتتر ژ 180 ب زانينا ژمارا وان تيشكان n كو ئېك خالا دهستيكرنى يا هه. روونيكه چهوا ته دياركر. وهسا دانه كو هه موو تيشك دكهفنه سه ر هه كهئ راسته هيلى هه وهكى يا ديار ل شيوى بهرامبه.

جهبر



لېتېرينهك بو پائش

هاوكيشه يهكى بنقيسه لسهر شيوهي لارى - ئيكودووبرينى بو هه راسته هيلهكى ل خوارى:

49 تهرېب بيت بو راسته هيلى $y = \frac{3}{4}x - 1$ و دخالا $(-2, 5)$ بېووريت.

50 ستوون بيت دگهل راسته هيلى $2x - 3y = 1$ و دخالا $(-4, 2)$ رابېووريت.

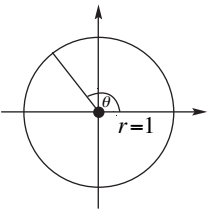
جوداكرى فان هاوكيشين دووجاى بهه ژميره و ژمارا رهگان دياريكه پاشى وان رهگان بينه ده.

51 $x^2 - 6x + 12 = 0$ 52 $4x^2 - 4x + 1 = 0$ 53 $x^2 - 6x + 8 = 0$

ژمارا ريزيه نديا يان ژمارا گونجيان بهه ژميره.

54 ${}_8P_3$ 55 ${}_9P_7$ 56 $\binom{10}{3}$ 57 $\binom{8}{4}$

لېتېرينهك بو پائش



2π دبيته چيوى بازنهكى كو چهقى وى خالا بنه پرت بيت و نيقتيرى وى 1 يه كه بيت ل رووته ختى پوتانى. تو دشى دريژيا وى كفانى بهرامبهرى چهقا گؤشا θ دياركرى بينه ده ب قى ياسايى. $l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi$ كو l دريژيا كفانى دنوينيت.

58 $\theta = 180^\circ$ 59 $\theta = 90^\circ$

60 $\theta = 360^\circ$ 61 $\theta = 45^\circ$

راسته‌هیل و رووتەخت د بو‌شاییدا

Lines and Planes in Space

وانه

2



ئارمانج

- ناسینا په‌یوه‌ندیا دناقبه‌را خال و راسته‌هیل و رووتەختی د بو‌شاییدا.
- ناسینا گوشه‌یا دوو رووتەختان.

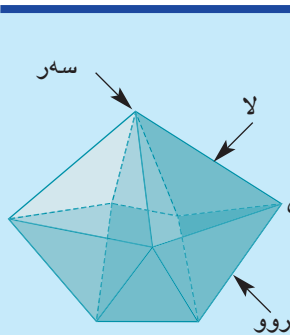
بوچی

تو تیگه‌لکرنا راسته‌هیل و رووتەختان دگه‌له‌ک تشتاندا دبینی هه‌روه‌کی چه‌وا یا دیار ل پارچین کریستالان. زانینا په‌یوه‌ندیان ل ناقبه‌را رووتەخت و راسته‌هیلان دبو‌شاییدا ب گرنکی ده‌یته دانان بو تیگه‌هشتنا گه‌له‌ک بنیاتانین سروشتی.

Figures in Space

ته‌نین ئەندازەیی

گه‌له‌ک رووی (متعدد الوجوه) Polyhedron ته‌نه‌کی گرتیبه د فالاهیدا ژ ژماره‌کا رووین ته‌خت پیکده‌یت کو هه‌ر ئیک ژ وان شیوه‌یی چهند لای وهر‌دگریت.



Polyhedron گه‌له‌ک رووی

گه‌له‌ک رووی ته‌نه‌کی گرتیبه د فالاهیدا ژ ژماره‌کا رووین ته‌خت پیکده‌یت، هه‌ر ئیک ژ وان شیوه‌یی چهند لای وهر‌دگریت. فان چهند لایان دبیژنی رووین Faces ته‌نی، ئەف روویه ئیکودووبرن ل چهند راسته‌هیلان کو دبیژنی لایین گه‌له‌ک رووی. سه‌رین گه‌له‌ک رووی پیکده‌یت ژ سه‌رین وان چهند لایان ئەوین روویان Vertices پیکدینن.

گه‌له‌ک رووی هه‌نه ژ ئەوین دی پتر ده‌ینه ناسین وه‌کی خشته‌ک (شه‌شپالۆ) شه‌شپالۆ ته‌نه‌کی بو‌شای گره، شه‌ش روو و 12 لا و 8 سه‌ر هه‌نه، شه‌شپالۆیی سیفه‌ته‌کی گرنگ هه‌یه ئەو ژی ئەوه‌کو هه‌موو رووین وئ چارگوشه‌یین جووتن لسه‌ر ئیک، و هه‌ر سه‌ره‌ک ژ سه‌رین وئ خالا ب ئیکگه‌هشتنا سی روویانه، و دبیژنی گه‌له‌ک رووی Regular Polyhedron. ب شیوه‌یه‌کی گشتی دبیژن گه‌له‌ک رووی یی ریکه‌هه‌که هه‌موو رووین وی چهند لایین ریک بن، و هه‌ر سه‌ره‌ک ژ سه‌رین وی خالا ب ئیکگه‌هشتنا هه‌مان ژمارا روویان بیت.

راسته هیل و روتخت د بوشاییدا: ریکا پینگاف پینگاف

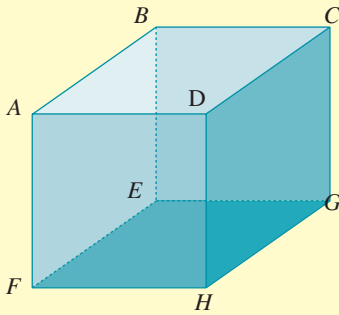
Lines and Planes in Space: A Step-by-Step Procedure

ل چالاکیین ل خورای دی هندک چمکان ئاشکهره که دی دربارهی په یوه نندیان ل ناقبه را روتخت و راسته هیلان د بوشاییدا، و دی ب پره پیدانا وان رابی.

چالاکی 1

راسته هیل و روتختین تهریب د بوشاییدا

Plane and Parallel Lines in Space



به شیئی ئیکئی

1. شه شپالوئیه کی بکیش و سهرین وی ناقبه که وه کی یا دیارگری ل شیوهی بهرامبر. ناقین لاین ستوون ل خشته کی (شه شپالوئی) بنقیسه. ئه ری دیار بیت کو هر دوو راسته هیل AE و CG، دئیک روتختیدانه؟ ئه ری دیار بیت کو هر دوو دتهریب دگه ل ئیکو دوو؟ ئه ری تو هر دکه ی کو ئه ف هر دوو راسته هیله دی گه هنه ئیکو دوو هه که دریزبکه ی بؤ بیدوماهیک؟

2. کیژ لاین خشته کی تهریب دگه ل ئیکو دوو؟

3. ئه ری هندک لا هه نه نه تهریب بن دگه ل ئیکو دوو و ناگه هنه ئیکو دوو هر چه ند دریز بکه ی بؤ بیدوماهیک؟ دبیژنه وان راسته هیلین ئه ف سیفته هه بن ته کولو Skew .

چارجووتین راسته هیلین ته کولو ل وینه ی دیار بکه .

به شیئی دووی

1. ژمارا روویین خشته کی چه نده؟ کیژ ژ وان روویان تهریب دبن دگه ل ئیکو دوو؟
2. پیناسا تایبه تا خو بنقیسه بؤ روتختین تهریب بؤ تمامکرنا فی رستا ل خورای:

خاله کا چاقدیری ✓

خاله کا چاقدیری ✓

پیناسا روتختین تهریب Parallel Planes

دوو روتخت دی تهریب بن بتنی هه که _____ ؟ .

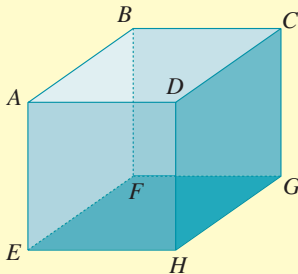
دوو شیوین ئه نده ی دی تهریب بن، بتنی هه که بکه قنه د دوو روتختین تهریبدا.

تیبینی

چالاکی 2

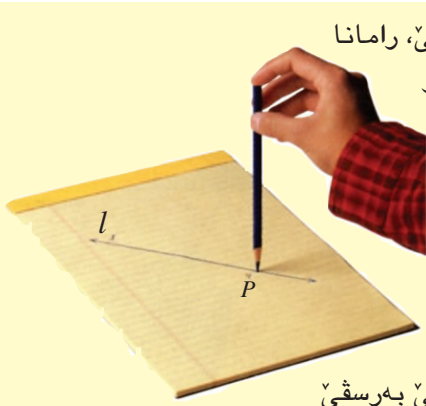
Segments and Plane

پارچه راسته هیل و روتخت



به شیئی ئیکئی

1. هر راسته هیله که لایه کی ژ لاین خشته کا بهرامبر بنویینت دی ستوون بیت لسهر دوو رووین جوودا. لیسته کی دروستبکه ژ وان راسته هیلین لاین شه شپالوئی دنوین، ل گه ل دیارکرنا هر دوو رووین ستوون لسهر هر ئیکئی ژ وان راسته هیلان.



2. دەمى ئەم دېيىڭىز راستەھيىل ستونە دگەل روتەختى، رامانا قى چىيە بۇ تە؟ راستەھيىلى l لىسەر كاغەزى بىكىشە و خالەكى وەكى P لىسەر دياربەكە. قەلەمى خۇ لىسەر روتەختى كاغەزى ب ستونى بگرە كو سەرى وى ل خالا P بىت. ئەرى قەلەم لىسەر راستەھيىلى l دى ستون بىت؟

3. ئەرى تو دىشى قەلەمى لار بگەى ب مەرجهكى ھەر ستون بىت لىسەر راستەھيىلى l بى ھندى كو ستون بىت لىسەر روتەختى كاغەزى؟ وىنەكى دروستبە قى بەرسقى روتەختە.

4. لىسەر روتەختى كاغەزى، راستەھيىلەكى نوو وەكى m بىكىشە د خالا P را بىوورىت. سەرى قەلەمى دانە سەر خالا P ب مەرجهكى قەلەم بى ستون بىت دگەل ھەر ئىك ژ ھەر دوو راستەھيىلان l و m پەيوەندىيا دناقبەرا قەلەمى و روتەختى كاغەزىدا دى چ جورى پەيوەندىي بىت؟

5. ژمارەكا دى يا راستەھيىلان بىكىشە كو د خالا P را بىوورىت. ھەكە قەلەم ستون بىت لىسەر روتەختى كاغەزى. ئەرى دى ستون بىت دگەل وان راستەھيىلان ئەوین د خالا P را بىوورىن.

6. پىناسا تايبەتا خۇ بنقىسە بۇ راستەھيىلى ستون لىسەر روتەختى بۇ تامكرنا قى رستەيال خوارى:-

✓ خالەكا چاقدىرىي

پىناسە

راستەھيىل دى ستون بىت لىسەر روتەختى ل خالەكى ژ خالین وى ھەكە ستون بىت لىسەر ھەموو راستەھيىلین دكەقنە دناف وى روتەختىدا و بىوورىن د _____ ؟ .



بەشى دووى

راستەھيىل دى تەرىب بىت دگەل روتەختەكى ھەكە وى روتەختى نەبىرت.

1. ھەر لايەكى شەشپالويى [خىشەكى] دى تەرىب بىت دگەل دوو روويان ژ رووين وى [بەرى خۇ بدە پرسىارا (1) ئى ژ بەشى ئىكى]. لىستەكى دروستبەكە ژ لايىن خىشەكى و ھەردوو رووين تەرىب دگەل ھەر لايەكى دياربەكە.

2. راستەھيىلى l لىسەر كاغەزى بىكىشە قەلەمى خۇ بگرە بمەرجهكى بلندترىبىت ژ روتەختى كاغەزى و تەرىب بىت بۇ راستەھيىلى . ئەرى قەلەم دى دياربىت كو تەرىب بىت دگەل روتەختى كاغەزى؟

3. قەلەمى بزقپىنە ب مەرجهكى ھەر تەرىب بىت دگەل روتەختى كاغەزى و نەتەرىب بىت دگەل راستەھيىلى l . ئەرى تو باوەر دكەى كو دى يا دىشاندابىت تو راستەھيىلەكى دى لىسەر كاغەزى بىكىشى تەرىب بىت دگەل قەلەمى، ل قى بارى نوو؟

4. سىفەتەكى ژ سىفەتەين راستەھيىلى تەرىب دگەل روتەختى بنقىسە بۇ تامكرنا قى رستال خوارى:-

✓ خالەكا چاقدىرىي

پىناسە

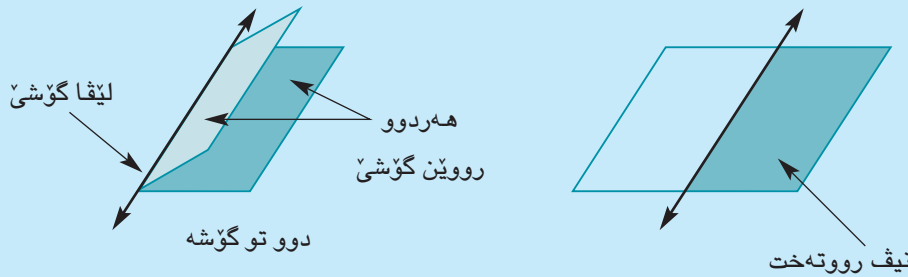
راستەھيىلەك دى تەرىب بىت دگەل روتەختەكى كو نەكەقىتە دناف روتەختىدا بتنى ھەكە تەرىب بىت دگەل _____ بىكەقىتە دناف وى روتەختىدا.

ھەر راستەھێلەك بکەقیتە دناف رووتەختەکیدا دى وى كەتە دوو بەش، و دبێژنە ھەر بەشەكى ژ وان نیف رووتەخت و وى راستەھێلى دبێژنى لیقا نیف رووتەختى.

Dihedral Angle دوو تو گۆشا

دوو تو گۆشا Dihedral Angle ئەو شۆوھى بۆ شایىھە كو پیکدھیت ژ دوو نیف رووتەختان كو ھەردوووان ئیک لیف ھەبیت.

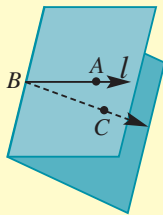
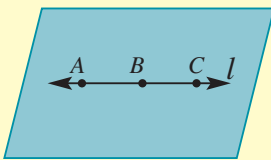
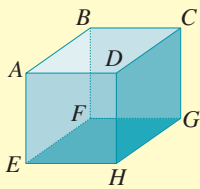
ھەر ئیک ژ وان ھەردوو نیف رووتەختان دبێژنى روویى Face گۆشى و دبێژنە لیقا ھاوبەشا ھەردوو نیقان لیقا گۆشى **Edge of the Angle**.



چالاكى 3

Measure of a Dihedral Angle

پیقانا دوو تو گۆشه

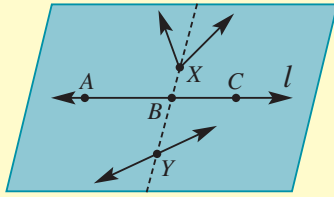


1. ھندەك روویین خشتەكى [شەشپالوى] دوو تو گۆشا وەستاو پیکدھینن [ئانكو ئەو ھەردوو روو لىسەر ئىكودوو ستوونن]. ھەر روویەك ژ روویین خشتەكى دى ستوون بیت دگەل ژمارەكا روویین دى. ئەو ژمارە دى بیتە چەند؟
2. راستەھێلەكى ئاسۆیى l لىسەر كاغەزى بکیشە، و لىسەر وى راستەھێلى سى خالان A و B و C دیاربکە ب مەرجهكى خالا B بکەقیتە ناف بەرا ھەر دوو خالین دى. كاغەزى بچەمینە ب مەرجهكى ھەر دوو نیقین راستەھێلى l یین سنووردای ب خالا B جووتبن. پەیهوندی چیه دناقبەرا راستەھێلى چەماندنى و راستەھێلى l دا؟
3. كاغەزى ھىدى ھىدى فکە دا دوو تو گۆشەیهك بەدەست تە بکەقیت، پیقانا گۆشا ABC دبیتە پیقانا وى دوو تو گۆشى.
4. پیناسا تايبەتا خو بۆ پیقانا دوو تو گۆشى بنقیسە دارستەیا ل خواری تمامبکەى.

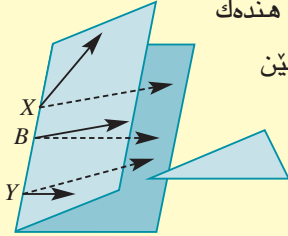
خالەكا چاڤدیریى ✓

Measure of a Dihedral Angle پیقانا دوو تو گۆشى

پیقانا گوشەیهکێه سەرى وى لىسەر لیقا دوو تو گۆشى بیت و ھەر دوو لایین وى ؟ دگەل وى لیقى. و ھەر ئیک ژ وان لایان بکەقیتە د روویەکیدا ژ ھەردوو روویین دوو تو گۆشى.



5. كاغهزې څه كه و راستبكه، راسته هيلې چه ماندنې بكيشه و دوو خالان X و Y لسره دياربكه، ژ خالا X دوو تيشكان بكيشه كو هر ئيك ژ وان بكه قيته لايه كي راسته هيلې چه ماندنې هر وهكي ل وينې بهرامبر دياركرې. ئه قې دوو باره بكه دگه ل خالا Y.



6. ئه وي كاغهزې جاره كا دي بجه مينه پاشي ب شيويه كي باش هندك پارچين كاغهزې بېره كو تو بشي بنځيخه دناف هموو وان گوشين جياوازين په دابوويين ژ ئه نجامي كيشانا تيشكان.

شيويه ين وان پارچين كاغهزې ين ب دست ته كه فتين به راوردبكه. ئه ري پيقانين وان گوشه ين دروستبوويين ژ ئه نجامي كيشانا تيشكان په كسانن ب پيقانا ABC يان جياوازن دگه ل وي؟ وان هر سي گوشه ين ل پرسيارا (6) ي ب دست ته كه فتين بپيغه و پيقانين وان به راوردبكه. كيژ وان گوشان مه زنتره؟ و كيژ وان گوشان بچوكتره. وان ئه نجامان بكاربينه دا روونبكيه ئه ري بوچي دوو تو گوشه ده يته پيقان ب پيقانا وي گوشا هر دوو لايين وي ستوون لسره ليقا دوو تو گوشي.

- 1. پيقانا دوو تو گوشه په كسانه ب پيقانا روويه گوشه.
- 2. روويه گوشه يا دوو تو گوشه ئه گوشه په كو دوو لايين وي ستوونن دگه ل ليقا دوو تو گوشي و هر ئيك ژ وان دكه قيته درويه كي دا ژ هر دوو روويين دوو تو گوشي.

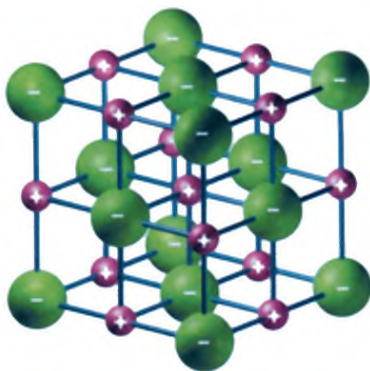
راهیان

بهرده و امبون د بير كاريدا

1. دبو شاييدا هكه دوو راسته هيل ستوون بن لسره راسته هيلې سي. ئه ري ئه و هر دوو راسته هيل دي ته ريب بن؟ هو يي به رسقا خو روونبكه.
 2. هكه راسته هيله بكه قيته دناف رووته ختيدا و ستوون بيت دگه ل راسته هيله كي دي كو نه كه قيته دناف وي رووته ختيدا، ئه ري راسته هيلې دووي دي ستوون بيت لسره وي رووته ختي؟ هو يي به رسقي روونبكه؟
 3. هكه راسته هيله ستوون بيت لسره دوو راسته هيلين نيكو دوو برين درووته ختيدا. ئه ري ئه و راسته هيله دي ستوون بيت لسره رووته ختي وان هر دوو راسته هيلان؟ هو يي به رسقا خو دياربكه. ئه و شيويه ي بهرامبر پي كهاتي سي جايي نمونا كريستالا كلوريدا سو ديوم دياردكت.
- خالين نيكودوو برينا وان پارچي راسته هيلين تو دبينى ناقبكه، و بكاربينه بو شيكاركرنا پرسياران ژ 4 هه تا 6.

بجهتینان

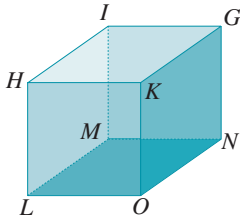
کیمیا



4. دوو پارچه راسته هيلين دگه ل نيكودوو ته ريب دياربكه و ئه گه ري ته ريب بوونا وان روونبكه.
5. دوو رووته ختین دگه ل نيكودوو ته ريب دياربكه، و ئه گه ري ته ريب بوونا وان روونبكه.
6. دوو رووته ختین ستوون دگه ل نيكودوو دياربكه، و هو يي ستوون بوونا وان روونبكه.

راھىنايىن ئاراستە كرى

ويىنى خىشتەكى بەرامبەر [شەشپالۆيى] بكارىيىنە بۇ شىكاركرنا پىرسىاران 7 ھەتاتتا 11 .



7 دوو جووتان ژ لايىن تەرىب ديارىكە

8 دوو جووتان ژ لايىن تەكولو ديارىكە

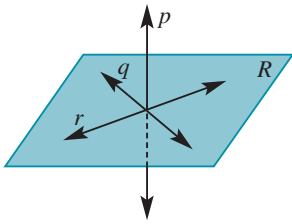
9 دوو جووتان ژ روويىن تەرىب ديارىكە

10 دوو لايان ھەلبىزىرە و وان رووتەختىن كو

لسەر ھەر ئىك ژ وان ستوون بيت ديارىكە.

11 دوو جووتان ژ لايىن تەرىب ديارىكە

كو ناكفنه دئىك رووتەختىدا.

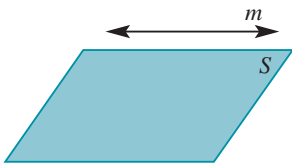


12 ل ويىنى بەرامبەر، راستەھيلى p ستوونە لسەر

رووتەختى R، پەيوەندى لىناقبەرا راستەھيلى p

و راستەھيلى q و ھەروەسا لىناقبەرا راستەھيلى

p و راستەھيلى r چىيە؟

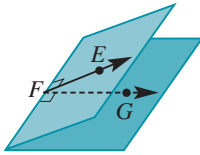


13 ل ويىنى بەرامبەر راستەھيلى m تەرىبە دگەل

رووتەختى S، پەيوەندى لىناقبەرا راستەھيلى l

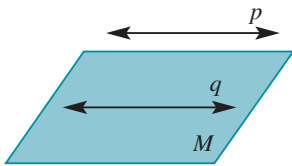
و وى راستەھيلى دكەقىتە دىناق رووتەختى S دا

چىيە؟



14 ل ويىنى بەرامبەر پىفاننا دوو توگوشى چەندە؟

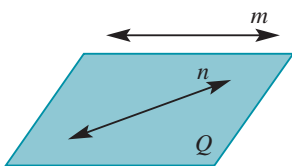
راھىنان و بجهئىنان



15 ل ويىنى بەرامبەر راستەھيلى p تەرىبە دگەل

راستەھيلى q پەيوەندى چىيە لىناقبەرا راستەھيلى p

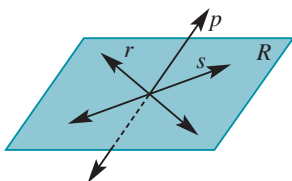
و رووتەختى M ؟



16 ل ويىنى بەرامبەر راستەھيلى m نەى تەرىبە دگەل

راستەھيلى n. چ دىبىژى بۇ پەيوەندى لىناقبەرا

راستەھيلى m و رووتەختى Q ؟ روونبکە.



17 ل ويىنى بەرامبەر راستەھيلى p ستوونە لسەر

راستەھيلى r و ناستوون لسەر راستەھيلى s. چ

دىبىژى بۇ پەيوەندى لىناقبەرا راستەھيلى p و

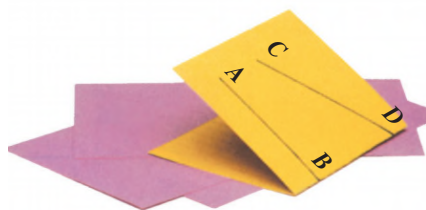
رووتەختى R ؟

ئەرى ئەف رستەيىن ل خوارى ل ھەر پرسىيارەكى ژ پرسىيارىن 18-22
دروستن يان نہ دروستن؟ بۆچوونىن خو ب ويئەى روونبکە.

- 18 ھەكە دوو راستەھيىل تەريپ بن دگەل راستەھيىلى سيى، ئەو دگەل ئىكو دوو دى تەريپ بن.
- 19 ھەكە دوو رووتەخت تەريپ بن دگەل رووتەختى سيى، ئەو دگەل ئىكو دوو دى تەريپ بن.
- 20 ھەكە دوو رووتەخت ستوون بن دگەل رووتەختى سيى، ئەو دگەل ئىكو دوو دى تەريپ بن.
- 21 ھەكە دوو رووتەخت ستوون بن دگەل راستەھيىلەكى، ئەو دگەل ئىكو دوو دى تەريپ بن.
- 22 ھەكە دوو راستەھيىل ستوون بن دگەل رووتەختەكى، ئەو دگەل ئىكو دوو دى تەريپ بن.

ئەوى نموونا [سامپل] چىدكەى ل دووف رىنمايىان ل پرسىيارا 23 بكارىنە بۆ
شىكاركرنا پرسىياران ژ 24 ھەتا 26 .

23 پارچەكا كارتۇنەكا لسەر شىوى لاكىشى بچەمىنە، لسەر

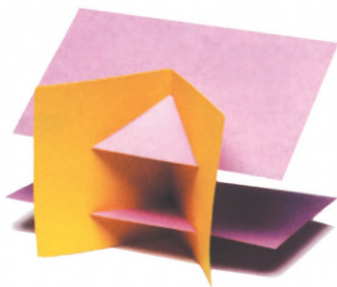


بەشەكى ويى دوو راستەھيىلان AB و CD بكىشە ب
مەرچەكى AB ستوون بيت لسەر ھيلى چەماندى و
راستەھيىلى CD نەستوون بيت لسەر ھيلى چەماندى.
پارچا كارتۇنى بېرە ل دووف ھەردوو راستەھيىلان،
دەستپىكە ژ ھيلى چەماندى. دوو پارچىن كارتۇنى بئىخە
دناق وان جھىن ھاتىنە بېرىندا بۆ چىكرنا نمونەكى.

24 كىژ ژ وان ھەردوو پارچىن كارتۇنى ئەويىن ئىخستىنە
دناق ھەردوو جھىن ھاتىنە بېرىن ناستوونە لسەر ھيلى
چەماندى.

25 تو دشى كىژ ژ وان ھەردوو پارچىن كارتۇنى كو ئىخستىنە
دناق ھەردوو جھىن ھاتىنە بېرىن دا بكارىنى
بۆ پىقاننا دوو توگوشى؟

26 كىژ ژ ھەر دوو توگوشىن ھاتىنە سنوردان ب
ھەردوو پارچىن كارتۇنى ئەويىن ئىخستىنە دناقدا
مەزنترىن پىقان ھەيە؟



لېنېرېنەك بۆ پاش

پرگالی و راستەيى بكارىنە بۆ كېشانا وېنەيان ل پىسارىن 27 ھەتا 30 .

27 گۆشا ABC بكيڭشە، پاشى كۆ پىكرنەكا وەكى وى دروستبەكە.

28 پارچە راستەھيلىكى بكيڭشە، پاشى تەوهرى وى دروستبەكە.

29 راستەھيلىكى FG و خالا H كو دكەڭتە ژ دەرڧەي وى بكيڭشە، ئەوى راستەھيلىكى

بكيڭشە كو دخالا H را ببووريت و تەريب بيت دگەل راستەھيلىكى FG .

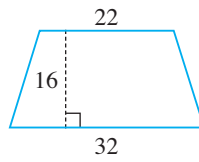
30 سيگۆشەكى بكيڭشە، پاشى كۆپىكرنەكا وەكى وى دروستبەكە.

رووبەرى قان چەند لايان بەهەژمىرە.

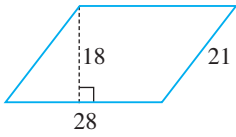
31 چارگۆشە



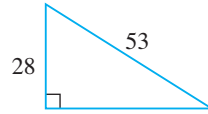
32 نىمچە لاتەريب



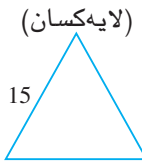
33 لاتەريب



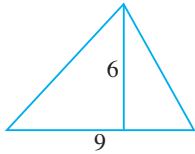
34 سيگۆشا وەستاو



35 سيگۆشا ريك



36 سيگۆشا لا جياواز



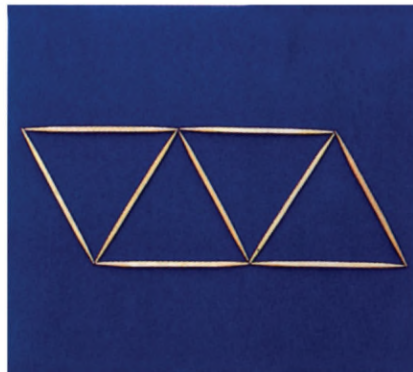
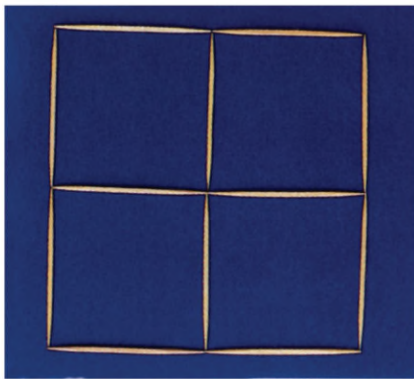
لېنېرېنەك بۆ پيش

بەرهنگارى

37 ل وېنەيى ل خوارى بتنى دوو زلكين

شخاتى بلڧينە، داوېنەيەك ب دەست تە بکەڧيت بتنى سى سيگۆشە تيدا بن.

38 ل وېنەيى ل خوارى بتنى دوو زلكين شخاتى بلڧينە، داوېنەيەك ب دەست تە بکەڧيت بتنى سى چارگۆشە تيدا بن.





بۆچی؟
 بی گومان تو دزانی کو نهو تشتین دور
 بچووکتر دیاردبین ژ قهباری خو ل خواندا وینہیین
 بینراو دی قیری دانانا ریسایین کیشاننا وینہیان بی.

نارمانج

- پیناسه کرنا چه مکین
- بنه رته یی وینہیی بینراو.
- بکارئینانا وان چه مکان بو
- وینہ کیشاننا وینہیی بینراو.

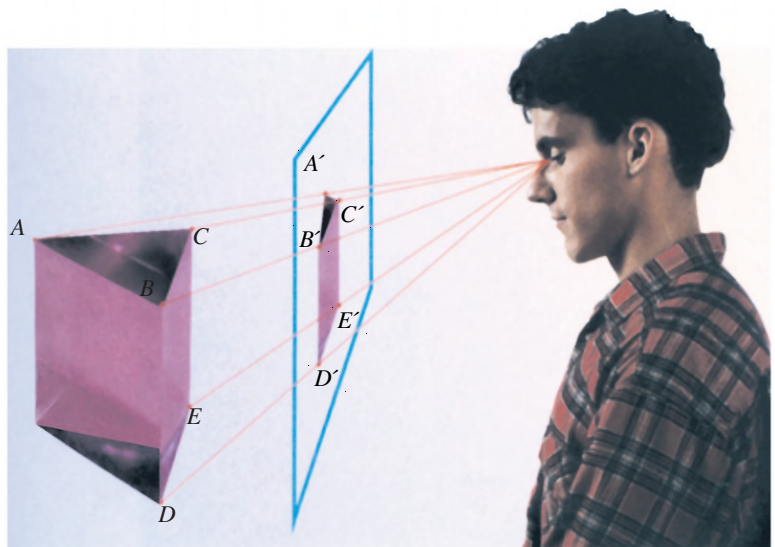
هۆنه رهنه ندین نه ورؤپی په ره پیدانا وینہیین خو کرن، ده ستپیکرن ب کاری هونه ری کلاسیکی و بی یونانی و رۆمانی و هه ستپیکرنه کا کوور ب وینه و تابلویین هونه ری په یادا کرن. تو دکاری تبیینی بکهی کا چه وا کارین بهری چه رخیی سه رهلدانی دیارد بیت [ل وینیی لاییی راستی] ب بهراورد کرنی دگهل تابلویین فی سه رده می [ل وینیی لاییی چه پی].

Windows to Reality

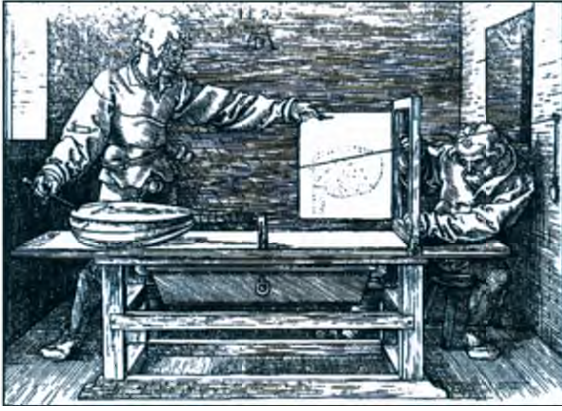
وینہیی بینراو: ده روازیه ک لسهر ژینا روژانه

ریکین وینہیی بینراو یین نوو لسهر دهستی تالار سازیی ئیتالی فلیب برنولیتی (1377-1466م) هاتنه دیتن. نهف ریکه نه، پشت بهست دبن ب چه مکه کی بنه رته یی کو دبیزیت وینه وهکی بهنجه رکییه. نهو هۆنه رهنه ندی تابلویه کی وینه دکته، یان نهو که سی بهری خو دده ته تابلویه کی هونه ری یی ناماده کری، ههول دده ت ب ریکا وینه یی وان تشتین راستی ببینت کو تابلو دنوینیت. ده می که سه ک بهری خو دده ته تشته کی، نهو هیلین دیتنی یین خه یالی ددانیت کو چاقی وی هه موو وان خالین جیاواز یین وی تشتی پیکدئینن پیکقه گریدده ت، وهسا دانه کو روته خته که ههیه [وهکی تابلویه کی شووشه یی بو نمونه] دکه فیته ناقه بهرا بینه ری و وی تشتی بینه ر دبینت. هه موو هیلین لیئیرینی فی روته ختی ل هنده ک خالان دهرن کو وینیی وی تشتی پیکدئینن. وهسا دهر دکه فیت هه ر وهکی جیکه فتی وان بیت لسهر وی روته ختی، ژ بهر فی چه ندی تو دشیی بیژی وینی تشته کی دبیته جیکه فتییی وی لسهر روته ختی وینه یی Picture Plane

وانه 3-7



پهنجه ره یی روته ختی وینه که جیکه وتی نه وهی ده ببینیت له خو ده گریت



ھۆنەرمەندى ئەلمانى ئەلبەرت دور
سەردانا ئىتالىا كر دافىرى تەكنىكىن
وینەيى بىنراو ببیت. پىشتى قى چەندى
ئەوى وینى كۆمەلەكا كارین ھونەرى
كىشا و پاشى ھونەرمەندان ئەف جورى
تەكنىكان بۆ وینەكرنى بكارئینان، ھەر
وھكى دیاردبیت ل تابلویى بەرامبەر.

بەرى خۆ بدە تابلویى مالەكى لسەرى، و بەحسبکە چەوا ھونەرمەندى ئەو تەكنىكە بكارئیناينە
بۆ وینەكرنا جىكەفتى تىشتەكى لسەر رووتەختى وینەى.

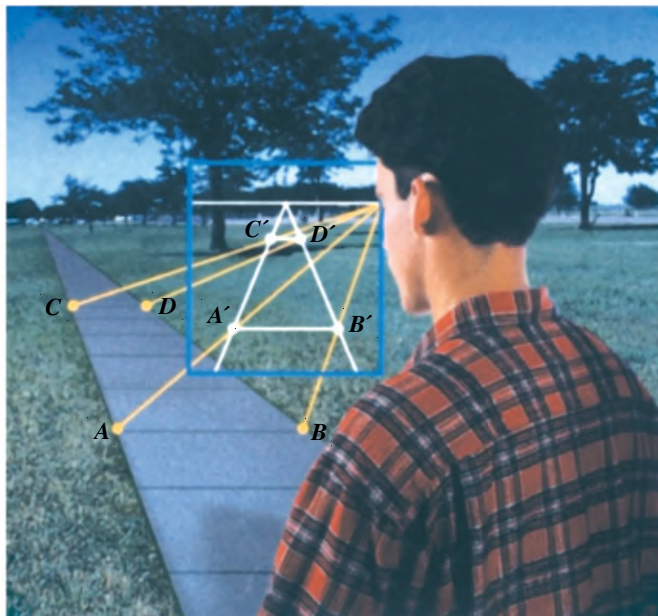
خالەكا چاقدىرىيى ✓

ھىلین تەرىب و خالا پۆكان Parallel Lines and Vanishing Points



ئەرى تە تىبىنى كرىبە كو ھەر دوو لایین ھىلا ئاسنى بى
شەمەندەفرى يان ھەر دوو لایین رىكەكا درىژا راست وەسا
دیاردبن كول دور دگەھنە ئىكو دوو؟ ئەو خالا وەسا دیاردبیت
كو ئەف ھىلە لنك وى دگەھنە ئىكو دوو، و ھەموو دەمان د
ئاستى ئاسوى دایە، دبىژنى خالا پۆكان ل وینى بىنراو.

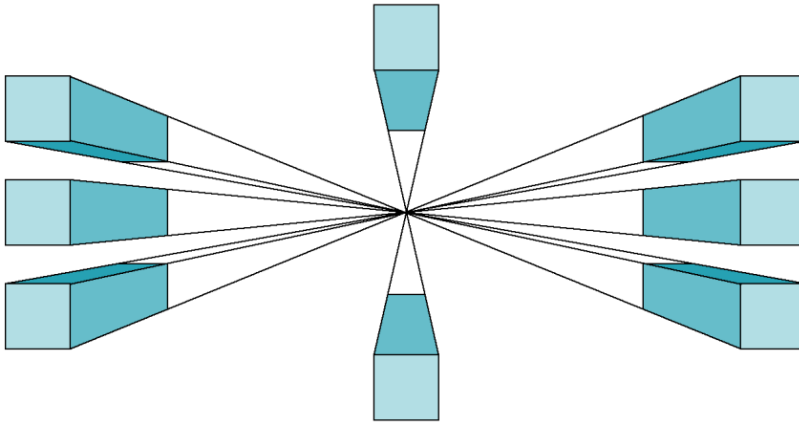
ھەردو پارچە راستەھىلان AB ، CD ل وینى بەرامبەر ب دروستى ئىك درىژى ھەيە. دەمى
بىنەروان دئىختە سەر رووتەختى وینەى، وینەيى AB وەسا دیاردبیت كو درىژترە ژ وینى CD .



ئەف ھەردوو رِيسايِن دَقِيَّ وانِيْدا ھاتين دبنە بنچينە بُو تِيْگەھشتنا چەمکين وِينهِيَّ بِنِراو. دَشِيْن دروستيا قان ھەردوو رِيسايان بسەلمين ب خواندنا وِي رِيکِي، ئەوا ب ھوِي وِي جِيْگەفتِيْن ھِيْلِيْن تەريب لسەر رووتەختِي وِينهِي ل وِينِي بِنِراو دھِيْنە ئەنجامدان.

رِيسايا 1 : کۆمەلِيْن ھِيْلِيْن تەريب Principle 1: Sets of Parallel Lines

ل وِينهِي بِنِراو: ھەموو راستەھِيْلِيْن تەريب دگەل ئِيکودوو، و تەريب نەبن دگەل رووتەختِي وِينهِي، ل خالەکِي دِي گەھنە ئِيکو دوو، دِيئِيْزِيْ خالا بُوکان.



ئەري تو باوەر دکەي ئەو خالا وەسا ديار دبیت کو ھەموو راستەھِيْلِيْن تەريب لک وِي دگەھنە ئِيکو دوو دَقِيْت د وِينهِي دابیت؟ وِينهِيکي بکاربينە بُو روونکرنا وِي.

✓ خالەکا چاقدِيْري

رِيسايا 2 : ھِيْلِيْن تەريب دگەل ئەردِي Principle 2: Lines Parallel to the Ground

ل وِينهِي بِنِراو، ھەر راستەھِيْلەك بکەفیتە د رووتەختِي ئەرديدا وتەريب نەبیت دگەل رووتەختِي وِينهِي، دِي ل خالەکِي گەھتە ھِيْلِي ئاسوِي، و ھەر راستەھِيْلەکي تەريب بیت دگەل وِي دِي ل وِي خالی گەھتە ھِيْلِي ئاسوِي.



ئەو راستەھِيْلِيْن تەريب دگەل ئِيکودوو و تەريب دگەل رووتەختِي وِينهِي ل وِينهِي بِنِراو، ھەموو دەمان دئینە کِيْشان بِي خالا پُوکان، دگەلەک حالەتاندا دور کەفتن ژ قِي تەکنیکِي کِيْشەکِي پەيدادکەت. ئەري تو دکاري بەحسِي ھندەک حالەتان بکەي کو ئەف تەکنیکە وِينهِي نە کەتواري پەيدادکەت.

✓ خالەکا چاقدِيْري

دكارن چه مكی خالا پوكان ل وینهیی بینراو بجهبینن، ههكه راسته هیلین تهریب دیارنه بن ل وینهیی. ل ریزبه ندیا سیلین وهرگرتنی [الصحنون اللاقطة] یین دیار ل خوارئ، راسته هیلین خه یالی هه نه د وان خالنرا دبورن کو دكه قنه سهر وینی سیلان، ئەف راسته هیله ل ئاسوی دگه هه ئیکو دوو. هویئ وئ پوونبکه.



ئه ندازه یا تالار سازی گهلهك مفاژ چه مكی وینهیی بینراو دیت، و بابه تین وئ یین سهرتای پیکئینان. خانی و ئاقاهی ب جوانترین نمونه دهینه دانان بو پهره پیدانا چه مكی وینهیی بینراو، چونکی گهلهك راسته هیلین تهریب دگه ل ئیکو دوو تیدا هه نه و تهریب بن دگه ل ئهردی.

راهیان

به رده و امبوون د بیر کارییدا

1 راما نا خالا پوكان دوینهیی بینراوده چیه؟

2 ئەو راسته هیلی بکه قیته د روته خئ ئهردیدا و تهریب نه بیت دگه ل روته ختی وینهی،

بوچی دئاسویدا بدوماهیک دهیت؟ به رسقئ روونبکه.



3 بوچی وینهیین خانی و ئاقاهیان ب

جوانترین نمونه دهینه دانان بو

بجهئینانین چه مکی وینهیی بینراو؟

وینهیهکی بکیشه بو روونکرنا

به رسقا خو.

4 ئاسویی ل وینهیی بینراو ب راسته هیلهکی

ئاسویی دهیته نواندن کو دئاستئ

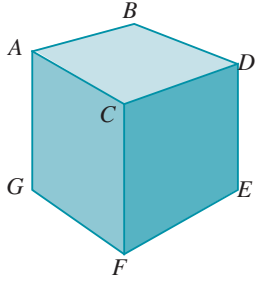
چاقی دابیت. ل دووف بو چوونا ته بوچی

ئەف مگر تییه هوسا هاتیه دانان؟

5 ههردوو هرچین ل وینهی دیار، ئیک دریزی هه نه. لی ئیک ژ وان دریزتر دیار دبیت ژ

ئەوا دی. هویئ قئ چه ندئ بیژه.

راھینا تین ئاراستە کری



6 وینى بەرامبەر، وینەیی بینراوہ بۆ شەپالۆیەکی. توچ دبیژی بۆ راستەھیلین AB, CD, EF ؟ توچ دبیژی بۆ راستەھیلین AC, BD, GF ؟

7 راستەھیلین ستوون ل وینى شەشپالۆی بەرامبەر ناگەھینە ئیکو دوو ل خالا پۆکان. ھۆی وى روونبکە بکارئینانا ریسایین وینەیی بینراو؟

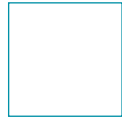
8 وەسا دانە کو وینى شەشپالۆی ل سەر ئاقاھیکى ل سەر رووتەختى ئەردى دنوینت. ئەو راستەھیلین لیقین ناستوون دنوینن ل کیدەرى دگەھنە ئیکودوو؟

راھینان و بجھینان

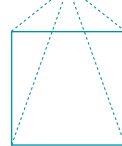
راھینانین ل خواری وان پینگافین دقیت بەینە بکارئینان دیاردکەن بۆ چیکرنا نمونەیی جیاواز ژ وینەیی بینراو.

9 دبیژنە وى وینەیی بینراو ئەوى ئیک خالا پۆکان بخۆقەدگرت، وینەپەک ب ئیک خالا پۆکان.

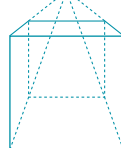
أ چارگۆشەکی وینەبکە پاشى راستەھیلەکی بکیشە بۆ نواندنا ئاستى ئاسوی، و خالەکی ل سەر ھەلبیژرە.



ب پارچەر راستەھیلین خالدار و زراف بکیشە ل ناقبەرا ھەرسەرکی چارگۆشى و خالا پۆکان.



ج چارگۆشەکا خالدار و بچووکتەر ژ چارگۆشا ئیکى بکیشە، سەرىن وى بکەقنە سەر وان پارچین راستەھیلین ژ خالا (ب) ھاتینە کیشان.



د ھەموو تشتین دکەقنە پشت چارگۆشا بچوک لادە. ئەو پارچەر راستەھیلین خالدار کو دوینەیدا دمینن، لیقین شەشپالۆی سنوردای دنوینن.

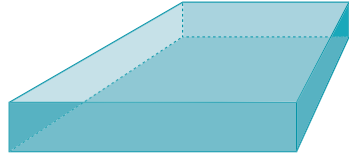


10 پېنگاڤين راهينانا 9 ى دووباره بکه، دگهل دانانا خالا پوکان بولايي چهي يان بولايي راستي.

11 پېنگاڤين راهينانا 9 ى دووباره بکه، دگهل دانانا هيلي ناسوي و خالا پوکان ل ژير چارگوشي.

12 دى چ بيت هکه خالا پوکان دناف چارگوشيډا بيت، يان لسهر لايهکى وي بيت.

ويي ل خوارى لسهر کاغهزا خو کوييکه، بو شیکارکنا هردوو راهينانان 13 و 14 .



13 خالا پوکان لسهر ويينه دهستنيشان بکه.

14 هيلي ناسوي بکيشه.

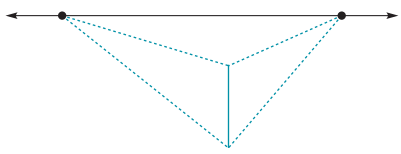
15 دبيژنه وي ويينه بينراوى دووخالين پوکان بخوڤه دگرت، ويينهک ب دووخالين پوکان.

ا پارچه راسته هيلهکى ستوون بکيشه لايي



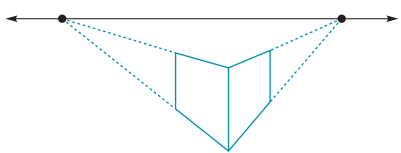
پيشيا شه شپالويي بنوينت. هيلي ناسوي لسهر قى پارچه راسته هيلي بکيشه، و دووخالين پوکان لسهر وي هلبژيره کو بکهڤنه هردوو لايين وي پارچه راسته هيلي، هر وهکى يا ديار ل ويي بهرامبه.

ب هندک پارچه راسته هيلين خالدار و زراف



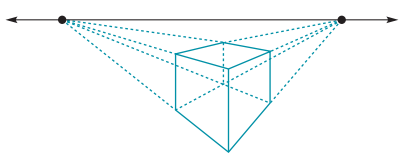
بکيشه، ناقبهرا هردوو لايين پارچه راسته هيلي ستوون و هر دوو خالين پوکان بگهينن، هر وهکى ياديار ل ويي بهرامبه.

ج هندک پارچه راسته هيلين ستوون بکيشه



بو تمامکرنا لايين روويين پيشي يين شه شپالويي.

د چهند پارچه راسته هيلين خالدار و زراف



بکيشه ناقبهرا هردوو خالين پوکان و سهريين وان پارچه راسته هيلين ل پينگاڤا (ج) هاتينه کيشان بگهينن. پاشي پارچه راسته هيلهکى ستوون بکيشه، ناقبهرا هردوو خالين نيکودووبرينا پارچه يين ويينه بينراو بگهينت.

ه هموو نهو تشتين دکهڤنه دهرقهى ليڤين



شه شپالويي لاده. پارچه راسته هيلين خالدار بکاربينه بو نواندنا ليڤين شه شپالويي سنوردايي.

16 پېنگاڤين راهينانا 15 ى دووبارېكه، دگه ل دانانا هيلې ناسويې و هردوو خالين پوكان ل ژير پارچه راسته هيلې ستوون.

17 پېنگاڤين راهينانا 15 ى دووبارېكه، دگه ل دانانا هيلې ناسويې ب ريكه كي كو بگه هپته پارچه راسته هيلې ستوون.

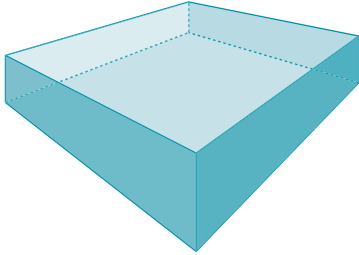
18 دى چ بيت بو وينى ب دوو خالين پوكان، ههكه هردوو خال نيزيكي نيكو دووبن؟ ههكه هردوو خال دوورېكه فن ژ نيكو دوو؟

19 دى چ بيت بو وينى ب دوو خالين پوكان، ههكه هردوو خال بگه فنه نيك لايې پارچه راسته هيلې ستوون؟

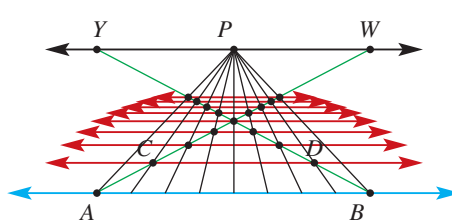
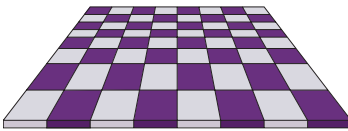
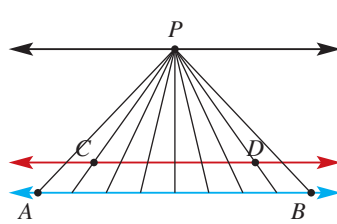
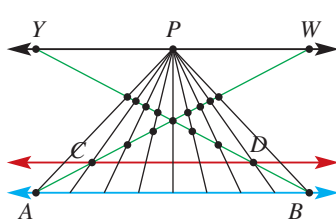
وينه يى ل خواري لسره كاغزا خو كو پيېكه، بو شيكار كرنا هردوو راهينانان 20 و 21.

20 هردوو خالين پوكان ل فى وينه يى دهستنيشانېكه.

21 هيلې ناسويې بگيشه.



راخستن و نه خشكرن بوونه كاره كي جوان بو هونه رمنه د و نيكار كي شين دست ب خواندنا وينه يى بينراو كرين. وينه يين ل خواري دياردين ب تهكنيكا دياركري بو په دكارنا شيوازه كي راخستنى ل وينه يى بينراو، وينه يى ل خواري بخوينه بو شيكار كرنا راهينانان ژ 22 هتا 23.



22 تو دكاري هردوو تيران \overline{AW} ، \overline{BY} بكار بيني بو ديار كرنا وان راسته هيلين ته ريب دگه راسته هيلې AB چهوا دى هردوو تيران بكار بيني بو دهستنيشان كرنا فان راسته هيلان؟

23 چهوا دشين شيوازي راخستنى ببينن ژ گوشه يه كي ژ گوشان بكار بينانا هردوو خالين پوكان؟ چهوا راسته هيلين نيكو دوو دبرن دى هينه دهستنيشان كرنا؟

24 نواندنا خو يا تايبته دروستبكه ههكه نيك خالا پوكان بكار بيني. يان دوو خالان، بو راخستنا چار گوشي.

لېنېرېنەك بۆپاش

ل ھەر پرسىيارەكا ل خوارى، نەرى ھەردوو راستەھىل دگەل ئىكو دوو تەرىب بن يان ستوونن يان جۆرەكى دىنە؟

$$y = x + 2 \quad \mathbf{26}$$

$$y = 2 - x$$

$$2x + 3y = 6 \quad \mathbf{28}$$

$$3x - 2y = 6$$

$$y = 3x + 5 \quad \mathbf{25}$$

$$y = 3x - 7$$

$$y = 2x - 1 \quad \mathbf{27}$$

$$y = -2x + 4$$

$\mathbf{29}$ $ABCD$ لاکىشەيەكە \overline{AC} ، \overline{BD} ھەردوو تىرىن وینە. بسەلمىنە ھەردوو سىگۆشە \overline{ACD} و \overline{BCD} دگەل ئىكو دوو جووت دىن.



بۆجى
 ھەر چەوا تو بەرى خۇ بدەيە كارىن بدەستى لدۆر و بەرىن خۇ دى چەند لايان بىنى. تىگەھشتنا سيفەتېن بىركارى يىن چەند لايان ھارىكاريا تە دكەت بۇ بكارنىانا وان دكارىن ھونەرى و پراكتىكىدا.

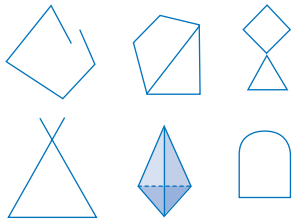
ئارمانچ

- ناسينا چەند لايان و ناڧكرنا وان.
- ناسينا چەند لايىن رىك و دانەيىن وان.
- ھەژمارتانا گۆشەيىن ژناقدا و چەقە گۆشە و رووبەرىن چەند لايان.

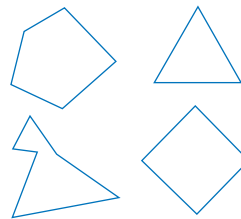
Defining Polygons

چەند لا

بەرى خۇ بدە ويىنەيىن ل خوارى و پىناسەكى بۇ ھەر چەند لايەكى ھەلبىژىرە.



ئەف شىۋە نابنە چەند لا



ئەف شىۋە دبنە چەند لا

ئەف پىناسا تە ھەلبىژارتى بۇ چەند لايى بەراوردبكه دگەل پىناسا ل خوارى، ئەرى پىناسا تە ۋەكى ويىە؟ ئەرى ھندەك پىدايىن زىدەتر تىدا ھەنە؟

چەند لا Polygon

چەند لا شىۋەيەكى ئەندازەيى روتەختە ژ سى پارچەراستەھيلا يان زىدەتر پىكدەيىت، ب مەرچەكى ھەر ئىك ژ وان بتنى دگەل ھەردوويىن دى ئىكو دوو بېرن، و ھەر ئىكى لىك خالا دوماھيا وى بېرت، و ب مەرچەكى ھەردوو پارچەراستەھيلىن ل دووڧ ئىك نە لسەر ئىك راستەھيىل بن. دىژنە وان پارچەراستەھيىلان لايىن Sides چەند لايى، و دىژنە خالىن ئىكو دووبرىنا وان، سەرىن چەند لايى Vertices .

ناقین جودا دبیزنه چندلایان پی ژمارا لایین وان، راهینانی بکه لسه نواف لیکرنا وان چند لایین د خستی ل خواریدا هاتین.

پولینکرنا چندلایان پی ژمارا لایین وان

ژمارا لایان	نواف	ژمارا لایان	نواف
9 Nonagon	نه لا	3	سیگوشه elgnairT
10 Decagon	ده لا	4	چارلا Quadrilateral
11 11-gon	یازده لا	5	پینچ لا Pentagon
12 Dodecagon	دوازده لا	6	شش لا Hexagon
13 13-gon	سیزده لا	7	هفت لا Heptagon
n n-gon	چارده لا	8	هشت لا Octagon

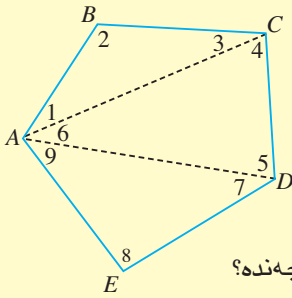
Angles of a Polygon

گوشین چندلایی

چالاکی 1

Angles of a Polygon

سهرجهمی گوشه بین ژناقدا



پینجلائی ل خورای بو 3 سیگوشان هاته دابه شکرن ب کیشانا تیرین وی ژ سهره کی وی.

1. سهرجهمی پیقانین گوشین 1 و 2 و 3 چه نده؟
2. سهرجهمی پیقانین گوشین 4 و 5 و 6 چه نده؟
3. سهرجهمی پیقانین گوشین 7 و 8 و 9 چه نده؟
4. سهرجهمی پیقانین گوشین 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 چه نده؟
5. ژ پرسپارین پیشتر سهرجهمی پیقانین گوشین دناف پینجلایدا دهرئه نجامبکه.
6. ریکا پیشتر بکاربینه بو تمامکرنا خسته یی ل خورای.

سهرجهمی پیقانین گوشین دناقدا	ژمارا سیگوشان	ژمارا لایان	چندلا
180 پله	1	؟	سیگوشه (سیلا)
؟	؟	؟	چارلا
540 پله	3	؟	پینچ لا
؟	؟	؟	شش لا
؟	؟	؟	چندلایی نونی

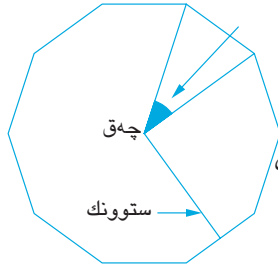
7. ریسیاه کی بنقیسه بو هه ژمارتنا سهرجهمی پیقانین گوشین ژناقدا بو چندلایه کی پی ژمارا لایین وی. فی ریسیای تمامبکه:

✓ خالا چاقدیری

سهرجهمی پیقانین گوشین دناف چند لایه کیدا Sum of the Interior Angles of a Polygon

سهرجهمی پیقانین گوشین دناف چندلایه کیدا کو ژمارا لایین وی n بیت دبیته $\frac{n-2}{2}$ پله.

ههڪه دريڙيا لايين چهند لايهڪي ديهڪسان بن و پيقانا گۆشه يين دناقدا ديهڪسان بن دپيڙني چهند لايهڪي ريك. چهند لايي ريكي سيلا دبه سيگۆشه يهڪا ريك، و چهند لايي ريكي چارلا دببته چارگۆشه.



چهقي چهند لايي ريك ئه و خاله يه كو ب يهڪساني يا دووره ژ هه موو سهرين وي. ئه و گۆشا سهرى وي بكهقيته دچهقي چهند لايي ريكا، و ههردو لايين وي د دوو سهرين هاوسى يين چهند لايي ريكا ببورن دپيڙني چهقه گۆشه يا چهند لايي ريك. هه موو چهق گۆشين چهند لايي ريك يهڪسانن.

خشتي ل خوارى تمامبكه، پاشى ئه و ريسايال دووڦ دئيت تمامبكه.

چهند لايي ريك	ژمارا لايان	سهرجهمي گۆشين دناقدا	بيقانا هه ر گۆشه كا ژناقدا
سيگۆشه (سيلا)	؟	180 پله	؟
چارلا	؟	؟	90 پله
پينج لا	؟	؟	؟
شش لا	؟	؟	؟
چهند لايي نوني	؟	؟	؟

بيقانا گۆشه يا ژناقدا يا چهند لايي ريك

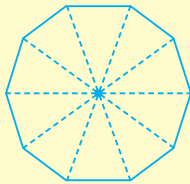
The Measure of an Interior Angle of a Regular Polygon

بيقانا هه ر گۆشه يهڪا ژناقدا يا چهند لايي ريك كو ژمارا لايين وي n بيت دببته $\frac{180(n-2)}{n}$ پله.

چالاكي 2

Central Angles of a Regular Polygon

چهقه گۆشه يين چهند لايي ريك



1. سهرجهمي پيقانين چهقه گۆشه يان دچهند لايي ريكا چنده؟
2. ريسايال خوارى تمامبكه.

خالى چاودپڙي ✓

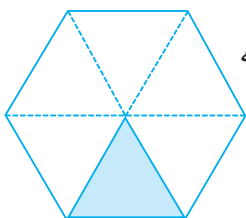
بيقانا گۆشه كي دچهند لايي ريكا

The Measure of a Central Angle of a Regular Polygon

بيقانا هه ر چهقه گۆشه يهڪي د چهند لايهڪي ريكا كو ژمارا لايين وي n بيت $\frac{360}{n}$ پله.

Area of a regular polygon

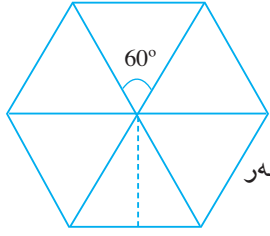
رووبهري چهند لايي ريك



ستونكي چهند لايي ريك، ئه و پارچه راسته هيله يه كو ناقبه را چهقي چهند لايي و ناقه راستا لايهكي وي دگه هينت. بهري خو بدى كو ستونك دببته بلنداها هه ر سيگۆشه كا ريك، كو سهرى وي سيگۆشى چهقي چهند لايه و بنكى وي دببته لايهك ژ لايين چهند لايي ريك. بو هه ژمارتنا رووبهري شه شلايه كي ريك، دى شه شلايه دابه شكه يين بو شهش سيگۆشه يين هاوسى يين جووتبوويين. رووبهري شه شلايه ريك يهڪسانه ب (6) جاراني رووبهري هه ر سيگۆشه يهڪي ژ وان.

نمونہ

رووبہری شہشلاہکی ریک بہہژمیرہ دریزیا لایئ وی 20cm بیت.



شیکار

بوہژمارتنا رووبہری وی شہشلاہی ریک، دقیت جارا ئیکئ رووبہری سیگوشہکی ژ وان ہر شہش سیگوشہیئن شہشلاہی پیکدئینن بہہژمیری، ہر سیگوشہک ژ وان ہر شہش سیگوشان یاریکہ، ژ لایہکی دی گوشا سہری

سیگوشئ دبیتہ چہقہ گوشہک ژ چہقہ گوشہیئن شہشلاہی ریک. و پیقانا وی دبیتہ $360 \div 6 = 60$

ژقئ چہندی یا دیارہ کوہر ئیک ژ وان شہش سیگوشان یا ریکہ دریزیا لایئ وی 20 Cm ،

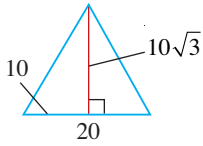
ستونکی شہشلاہی ریک دبیتہ بلندایا سیگوشہیا ریک، قیجا دریزیا ستونکی

$$\text{دبیتہ: } 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

$$\text{رووبہری ہر سیگوشہکی یہکسانہ: } \frac{1}{2}(20)(10\sqrt{3}) = 100\sqrt{3}$$

$$\text{رووبہری شہشلاہی ریک یہکسانہ: } 6(100\sqrt{3}) = 600\sqrt{3}$$

$$1039\text{cm}^2 = 600\sqrt{3}\text{cm}^2$$



تو دکاری ریکا پیشتر بکاربینی بوہژمارتنا رووبہری چہند لایہکی ریک، کو ژمارا لایئن وی n بیت، ب دابہشکرنا وی بو n سیگوشہ ژ سیگوشہیئن جوتبووین.

Area of regula polygon رووبہری چہند لایئ ریک

رووبہری چہند لایہکی ریک، دریزیا ستونکی وی a بیت و چپوی وی P بیت دبیتہ $A = \frac{1}{2}ap$.

نمونہ

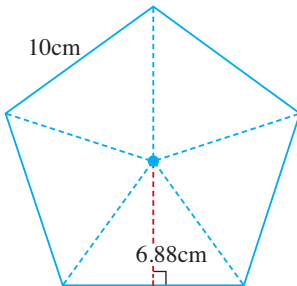
رووبہری پینجلاہی ریکئ بہرامبہر بہہژمیرہ

شیکار

چپوہی پینجلاہی ریک یہکسانہ $5 \times 10 = 50$

$$\frac{1}{2} \times 6.88 \times 50 = 172 \text{ یہکسانہ}$$

$$172\text{cm}^2$$



راہینان

بہردہوامبوون دبیر کارییدا

1 نہری تو دشپی چار لایہکی بکیشی پیقانا ہر ئیک ژ ہر سیگوشہیئن وی ژناقدا 60

بیت؟ ہوئی بہرسقا خو روونبکہ.

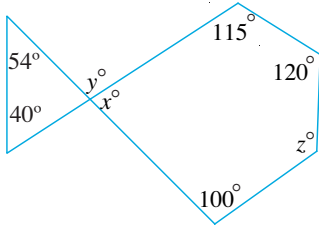
2 سیگوشہیا ریک، چہند لایہکی ریکہ، سی لا ہنہ ستونکی وی کیژکہ؟

3 چارگوشہ چہند لایہکی ریکہ چارلا ہنہ. ستونکی وی کیژکہ؟

راھینا تین ئاراستە کری

- 4 سەرجه می پیقانین گۆشه یین ژناقدا یین هه شتایه کی چهنده؟
- 5 سەرجه می پیقانین گۆشه یین ژناقدا یین سیزده لایه کی چهنده؟
- 6 سەرجه می پیقانین گۆشه یین ژناقدا یین هه فتایه کی چهنده؟
- 7 سەرجه می پیقانین گۆشه یین ژناقدا یین یازده لایه کی چهنده؟

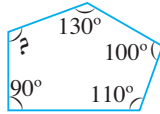
راھینان و بجهینان



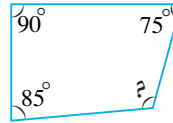
- 8 قی شیوه یی بهرام بهر بکاربینه بۆ دیارکرنا پیقانین داخواز کری.
- _____ = x°
- _____ = y°
- _____ = z°

- 9 رووبه ری دهه لایه کی ریك چهنده هه كه دریژیا لایه کی وی 12cm ؟
- 10 و دریژیا ستوونکی وی 9.23m بیت.

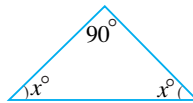
پیقانا نه زانراوی بینه ده ر ل راهینانین 11-14 .



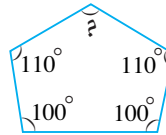
12



11



14



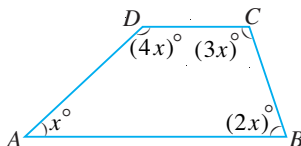
13

ل پرسیارین 15 هه تا 18 پیقانین گۆشه یین ژناقدا به ژمیره .

- 15 چار لا
- 16 سیگۆشه یه کا ریك
- 17 دووازه لایئ ریك
- 18 بینج لایه کی ریك

ژمارا لایین چهنده لایه کی ریك چهنده هه كه پیقانا هه ر گۆشه یه کی ژ گۆشه یین ژناقدا یه کسان بیت:

- 19 ؟ 135°
- 20 ؟ 150°
- 21 ؟ 165°

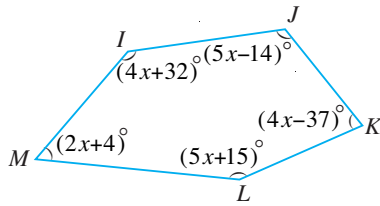


بۆ شیکارکرنا پرسیاران ژ 22 هه تا 25 پیقانین گۆشه یین ژناقدا به ژمیره بکارئینانا ویتنه یی بهرام بهر.

- 22 گۆشا A
- 23 گۆشا B
- 24 گۆشا C
- 25 گۆشا D

جهبر

بۇ شىكاركرنا پرسىاران ژ 26 ھەتا 30 پىقانا گۆشى بەھەژمىرە بكارئىنانا وىنى بەرامبەر.



26 گۆشا I

27 گۆشا J

28 گۆشا K

29 گۆشا L

30 گۆشا M

چىۋە و رووبەرى ھەر چەندلايەكى رىك بەھەژمىرە، بەرسقى لسەر شىۋى برەكى رەگدار و بسادەترىن شىۋە بيت.

31 سىگۆشەكا رىك درىژيا لايى وى 8 Cm

32 شەشلايەكى رىك درىژيا لايى وى 13 m

33 چارگۆشەك تىرى وى 14 Cm

34 ھەشتلايەكى رىك درىژيا ستونكى وى = 5 Cm بيت.

35 مەزنترىن ژمارە بۇ گۆشەيىن تىژ دىگۆشيدا چەندە؟ ئەرى سىگۆشەك ھەيە

گۆشەكا تىژ نەبيت؟ ھۆيى بەرسقا خو دياربەكە.

36 مەزنترىن ژمارە بۇ گۆشەيىن تىژىن ل چارلايى چەندە؟ ئەرى چارلا ھەيە

گۆشەكا تىژ نەبيت؟ ھۆيى بەرسقا خو دياربەكە.

37 مەزنترىن ژمارە بۇ گۆشەيىن تىژىن ل پىنجلايى چەندە؟ ئەرى پىنجلايەك

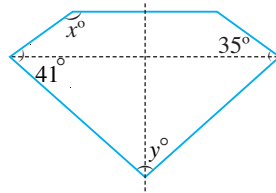
ھەيە گۆشەكا تىژ نەبيت؟ ھۆيى بەرسقا خو دياربەكە.

38 بەركىن ب بەھا: دا شىانا تىشكانا وى يازور بيت، گۆشەيا برىنى دەھتە دەستىشانكرن

ل دووق سىفەتى بەركى بۇ شكاندنا تىشكى روناھىي. ئەف شىۋەي ل خواري پارچەكى

ھەلبىژارتىە ژ بەركى ئەلماس، ب شىۋەيەكى كو ئەويى پارچى تەوهرى ھاوجىبۋونى ھەيە.

گۆشەيىن وى شىۋەي بەھەژمىرە.

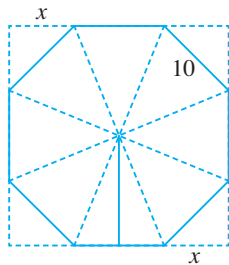


شىۋەي بەرامبەر بكاربىنە كو ھەشتلايەكى رىك دناف چارگۆشەكىدا دنويىت، بۇ

شىكاركرنا پرسىاران ژ 39 ھەتا 42 .

39 جۇرىن وان سىگۆشان بنقىسە كو سەرىن وان دبنە سەرىن چارگۆشى و دكەقنە

دەرقەي ھەشتلايى رىك، پاشى بەھايى (x) بەھەژمىرە.



40 درىژيا ستونكى ھەشتلايى رىك بەھەژمىرە.

41 رووبەرى ھەشتلايى رىك بەھەژمىرە.

42 رووبەرى ھەشتلايەكى رىك كو درىژيا لايى وى ۷ بيت چەندە؟

43 ئەرى چەند لايەكى رىك ھەيە پىقانا ھەر چەقە

گۆشەكا وى 50 پلە بيت؟

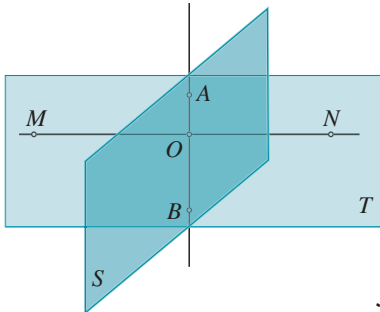
44 ئەرى چەند لايەكى رىك ھەيە پىقانا ھەر ئىك ژ گۆشەيىن ژناقدا 30 پلە بيت؟ ھۆيى بەرسقا

خو دياربەكە.

بەھىنان



شیۆهیی بەرامبەر بکارینە بۆ شیکارکرنا پرسیاران ژ 45 – 47 .



45 ناڤی ئیکو دووبرینا هەردوو راستەهیلان AB و MN بیژە.

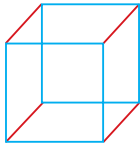
46 سی خالان دیاریکە، کو وان رووتەختی T دیارکریبت .

47 ناڤی ئیکو دووبرینا هەردوو رووتەختان T و S بیژە.

48 شیۆهیی بەرامبەر شەشپالۆیهکی دنوینت. چ دبیزنه وان

راستەهیلین سۆر.

49 هەکە وان لایین سۆر دریزبکە ی چ دی روودەت؟



50 هەردوو خالان $A(2, 2)$ و $B(4, 1)$ دنێك رووتەختی پۆتانیدا دیاریکە.

51 هەر ئیک ژ هەر دوو پۆتانێ خالا A ل 3 بە، پۆتانێ خالەکا نوو C دیاردبیت.

خالا C دیاریکە لسەر رووتەختی پۆتانێ.

52 هەر ئیک ژ هەردوو پۆتانێ خالا B ل 3 بە، پۆتانێ خالەکا نوو D دیاردبیت،

خالا D دیاریکە لسەر رووتەختی پۆتانێ.

53 چ دبیزنه هەردوو راستەهیلان AB و CD ؟ هۆیی بەرسقا خوۆ دیاریکە.

54 هەکە 4 بکاربینی ل جهی 3 ل هەردوو پرسیاران 52 ، 53 ئەری بۆچوونا ته دی

ئیتە گوهورپین لسەر هەردوو راستەهیلان AB ، CD ؟



نارمانج

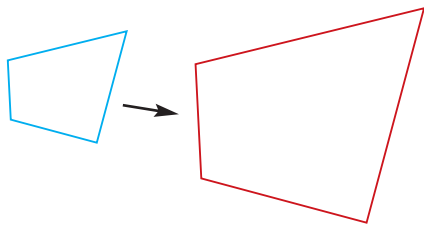
- هاوريزهيا ئەندازەي و دانەييين وي دناسن.
- ويئي شيوهيهكي ب هاوريزهيهكا ئەندازەي پيكد ئينيت.

بوچي؟

دەمى وينهبي مروقهكي ب ناميرهكي كهفن دهاته گرتن د ژوورهكا تاريدها، وينهيهكي ههلهگهراو بو وي مروقي دهاته دروستكرن. تو دكارى قى بكارنينانا هاوريزهيا ئەندازەي روونبكه.

قەديتنا چه مكي كاركرنا ئاميري وينهگرتني بو زانايي عەرهبي (ابن هيثم) دزقپت، كو لناقبهرا سالين 965-1039 زي زيي

تە سى جھگوھۆركين ئەندازەي يين خواندين: پاكيشان و وينه دانەوه و زقپاندن. قان هەرسى جھگوھۆركان سيفهتەكى گرنگ هەيه. ئەوژى پارستنا شيوه و پيقانا نە. ئەم دبيژين ئەف جھگوھۆركە پيقانى پاريزن. ئانكو پيقانەينه. دقى وانيدا جوړهكي نوو ژجھگوھۆركان دى خونين، كو شيوه پاريزيت لى پيقانان نا پاريزيت، ئەو هاوريزهيا ئەندازەيهيه.



Dilation

هاوريزهيا ئەندازەي

وينهبي خالا $A(x, y)$ پهيدادبیت ب هاوريزهيهكا ئەندازەي، ئەوژى ب ليكدانا هە ئيك ژ هەردوو پوتانى وي خالی ب ژمارهكي كو دبيژنى ريزهيا هاوريزهيا **Scale Factor**. قيجا وينهبي خالا $A(x, y)$ ب هاوريزهيهكا ئەندازەي ب ريزهيا n دبیتە (nx, ny) .

وينهبي خالا $(2, 3)$ ب هاوريزهيهكا ئەندازەي ب ريزهيا 4 چەندە؟ شيكار

وينى خالا $(8, 12) = (2 \times 4, 3 \times 4)$ دبیتە.

نۆونه

1. خالا $A(3, 4)$ دروتہختی پوتانیدا دیاریکہ، یاسایا دوریا ل ناقہرا دوو خالان بکاربینه بوہژمارتنا دوریا خالا A ژ خالا بنہرت O دروتہختی پوتانیدا. قی خشتی ل خورای تمامبکہ ب ریکا دیارکرنا خالا A' کو دبیتہ وینہیی خالا A پی ھاوریژہیہکا نئندازہی کو ل ستونی سیی ہاتہ دیارکرن.

$\frac{OA'}{OA}$	OA'	وینہیی A'	ریژا ھاوریژہیی	AO	خالا A
?	?	?	2	?	(3, 4)
?	?	?	0.5	?	(3, 4)
?	?	?	-1	?	(3, 4)
?	?	?	n	?	(3, 4)

2. خالا A وینیی وی A' ل ہربارہکی بکیشہ. تو چ تیبینیی دکہی لسہر وان ہموو خالان.

3. قی مگرتییا (فرضیة) ل خورای تمامبکہ.

گریمان

ہکہ A' وینہیی A بیت ب ھاوریژہیہکا نئندازہیی ریژہیا وی n . بیت، دی $OA' = \frac{?}{?} \times OA$

4. خالا $A(3, 4)$ جارہکا دی دیاریکہ و خالا $A(5, 6)$ دگہل وی دیاریکہ. قی خشتی ل خورای تمامبکہ.

$\frac{A'B'}{AB}$	$A'B'$	وینہیی B'	ریژا ھاوریژہیی	AB	خالا B
?	?	?	2	?	(5, 6)
?	?	?	0.5	?	(5, 6)
?	?	?	-1	?	(5, 6)
?	?	?	n	?	(5, 6)

5. قی مگرتییا ل خورای تمامبکہ.

پیدایی

ہکہ $A'B'$ وینہیی AB بیت ب ھاوریژہیہکا نئندازہیی ریژہیا وی n بیت، دی

$$A'B' = \frac{?}{?} \times AB$$

6. لاری راستہہیلی AB بہہژمیرہ.

7. لاری راستہہیلی $A'B'$ ل ہر بارہکی بینہدر.

8. قی مگرتییا ل خورای تمامبکہ.

پیدایی

ھاوریژہیا نئندازہیی پارچہراستہہیلہکی دگوہورت بو پارچہراستہہیلہکی _____؟

ہموو نئو راستہہیلین دخالہکیرا و دوینیی وی خالیپا ب ھاوریژہیہکا نئندازہیا دیارکری دبوورن، ل نیک خال دگہنہ نیکودوو، دبیزنی (چہقی ھاوریژہی)، ہموو ھاوریژہیین نئندازہیی ل چالاکیا 1 چہقین وان خالا بنہرتہ. ہر ھاوریژہیہکا نئندازہیی چہقہ ہیہ.

خالہکا چاقدیری ✓

جہبر

خالی چاودیری ✓

بیبیکا چاقی فرہدبیت یان تہنگدبیت ل دووڤ تیرا بوورینا رؤناہیا پیدفی دامروڤ بشیت تستان ببینت. ئەول روژئی تہنگدبیت و ل شەقی فرہدبیت. ل ئامیرئ وینہگرتنی تشتەك هەیه ب هەمان کارئ بیبیکا چاقی رادبیت، بو دست بسەرداگرتنا برئ رؤناہیا پیتقی بو وینہگرتنەکا باش.



بیبیکا چاقی ل وینہی لایئ چەپی تہنگدبیت، چونکی برئ رؤناہی گەلەكە. لی ل وینئ لایئ راستئ زیدەتر یئ قەبووی، چونکی برئ رؤناہیا پیتقی یا کیمە.

تە تیبینی د چالاکیا (1) دا کر کو دریزیا وینہی پارچە راستەھیلەکی دەیتە گوھوڤرین ب گوھوڤرینا ریزہیا ھاوڤرئەئ. دەمی پیقانین وینہی بچووکترین ژ پیقانین شیوئ بنەرەتی دبیزن ئەو ھاوڤرئە بچووکرنە، لی دەمی پیقانین وینہی مەزنتەر بوون ژ پیقانین شیوئ بنەرەتی دبیزن ئەو ھاوڤرئە مەزنتەر.

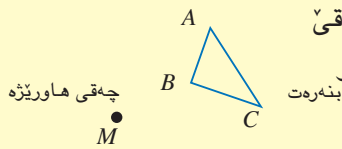
ھزرکرنەکا رەخنەگر چ ئەجامدەت ل سەر وینئ خالەکی یان وینئ پارچە راستەھیلەکی ب ھاوڤرئەکا ئەندازە کو ریزا وی یاسال ب بیت؟

چالاکی 2

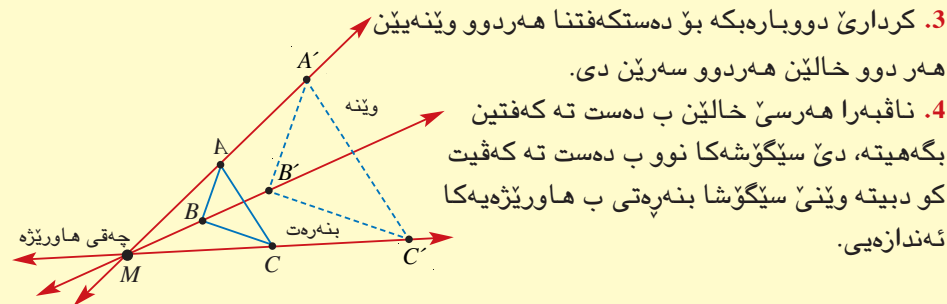
Drawing a Dilation

وینہکرنە شیوہکی ب ھاوڤرئەکا ئەندازەبی

1. سیگۆشەکی و خالەکی ل دەرڤە وی وینہکە، M چەقی ھاوڤرئەبی دنوینیت. وان راستەھیلین د چەقی ھاوڤرئە و دەھموو سەرین سیگۆشی رادبوورن بکیشە.



2. ژمارەکا موجهب: n ھەلبژیرە بو ریزا ھاوڤرئە، سەرەکی ژ سەرین سیگۆشی وەکی B ھەلبژیرە. و دووری (x) لناقبەرا وی سەری و چەقی ھاوڤرئەبی بپیقە. دووری (x) لیکبە دگەل ریزہیا ھاوڤرئەبی n دا دووری لناقبەرا B' کو وینئ B یە و چەقی ھاوڤرئەبی M ب دەستبەقیت. خالەکی ل سەر \overline{MB} وەرگەرە کو ژ چەقی ھاوڤرئە یا دووربیت ب برئ nx ئەو خالە دبیتە B' کو وینئ سەرئ B یە ب وی ھاوڤرئە.

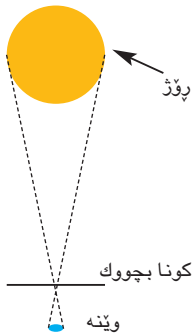


3. کرداری دووبارەکە بو دەستکەفتنا ھەردوو وینہیین ھەر دوو خالین ھەردوو سەرین دی.

4. ناقبەرا ھەرسی خالین ب دەست تە کەفتین بگەھیتە، دی سیگۆشەکا نوو ب دەست تە کەفتیت کو دبیتە وینئ سیگۆشا بنەرەتی ب ھاوڤرئەکا ئەندازەبی.

✓ خالی چاودیری

ل وینہی ل خواری دوو قوتابی چاقدیریا گوھوپینا روژی دکن دکونہکا بچووکرا.
 دا تو دکرداری بگہھی وھسا دانہ کوئو کارہ یی گریڈایہ دگھل وینئی روژی ب
 ھاوریژہکی کو چہقی وی دکہقیتہ دکونا بچووکدا. تیری روژی دبیتہ
 1 400 000km ب نیژیکی، تیکرایی ھاوریژی چہندہ؟ ھہکھ تیری وینہی روژی
 0.63cm بیت.



شیکار

وینئی ل سہری ریڑھوی وان تیشکین روژی دیاردکھت ئوین ژ رھخین روژی
 دھردکھفن ھەر وھکی لسہر ئوردی دبینی. ریژا ھاوریژی یاسالبہ، چونکی وینئی
 روژی دکہقیتہ لایئی دی یی چہقی ھاوریژی (کونا بچووک). بو دستکھفتنا ریژا
 ھاوریژہی ب بھایہکی رووت، تیری وینہی دابہشکھ لسہر تیری روژی وھکی ل
 خواری یی دیار.

$$\frac{0.63}{1400000 \times 100000} = \frac{0.63}{1.4 \times 10^{11}} = \frac{63}{140} \times 10^{-11} = 4.5 \times 10^{-12}$$

بہرہ و امبوون د بیر کار پیدا

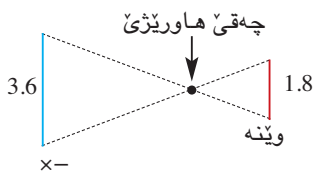
- 1 ب چ ہاوریزہیا ئہندازہیی یا جیاوازہ ژ جھگوہورکین ئہندازہیی یین دی؟
- 2 ریژہیا ہاوریزہیا ئہندازہیی چہیہ؟ چہوا ریژہیا ہاوریزہیا ئہندازہیی دیارکہی ب زانینا پارچہ راستہ ہیلہکی و وینئ وی؟
- کارتیکرنا ہاوریزہیا ئہندازہیی لسہر وینئ شیوہیہکی ئہندازہیی روونبکہ ہکہ ریژا وی یہکسانبیت ب:

- 1 6 -1 5 0.5 4 2 3

راہینان ناراستہ کرای

- چہقی ہاوریزہیا ئہندازہیی خالا بنہرہتہ ژ پرسیارا 7 ہتا 10. وینئ خالی ل ہر جارہکی دیارکہ، پاشی خالی و وینئ وی دروتہختی پوتانیدا وینہبکہ.
- 7 خال: (1, 5) ریژہ: 3
- 8 خال: (-1, 4) ریژہ: 2
- 9 خال: (6, -2) ریژہ: 0.25
- 10 خال: (2, 3) ریژہ: -2

- شیوہی و چہقی ہاوریزہی دروستبکہ، پاشی وینئ شیوہی ب ہاوریزہیا n وینہبکہ.
- 11 $n = 2$
- 12 $n = -1$



- 13 وینئ بہرامبہر، پارچہ راستہ ہیلہکی و وینئ وی ب ہاوریزہیہکا ئہندازہیی دیارکہت. ریژہیا وی ہاوریزہی چہندہ؟

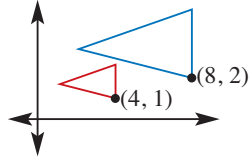
راہینان و بجہینان

ہر پرسیارہک ژ پرسیارین 14-17 سہرین شیوہیہکی ئہندازہیی، و ریژہیا ئہندازہیی چہقی وی خالا بنہرہت بیت دروتہختی پوتانیدا دنوینت. وینئ ہر سہرہکی ژ سہرین ہر شیوہیہکی دیارکہ، پاشی شیوہی بنہرہتی و وینئ وی دروتہختی پوتانیدا وینہبکہ.

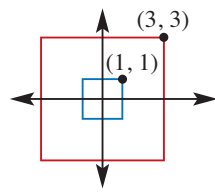
جہر

- 14 (1, 3) : (2, 5) : (4, 3)
- 15 (-3, 5) : (8, 9) : (2, -6)
- 16 (0, 0) : (6, 0) : (4, 4) : (2, 3)
- 17 (1, 1) : (3, -1) : (-2, -3)
- ریژہ = 2
- ریژہ = $\frac{1}{3}$
- ریژہ = $-\frac{1}{2}$
- ریژہ = 1.6

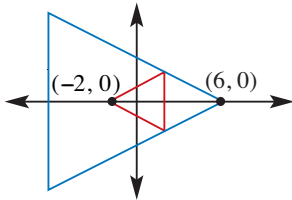
ھەر پرسىيارەك ژ پرسىيارىن 18-21 دوو شىۋە تىدا ھەنە نىك يى سۆرە ويى دى يى شىنە. شىۋەيى سۆر ويىنە بۇ شىۋەيى شىن ب ھاورىژەيەكا ئەندازەيى چەقى ويى خالا بنەرەتە دروتەختى پۇتانىدا. رىژەيا ھاورىژەيا ئەندازەيى ل ھەر جارەكى ديارىكە.



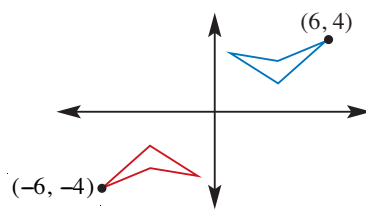
19



18



21



20



22 شىۋەيى بەرامبەر ويىنەبەكە و چەقى ھاورىژى و رىژا ويى ديارىكە.

22

ھەر پرسىيارەك ژ پرسىيارىن 23-26 پۇتانى ھەردو سەرىن پارچەراستەھىلەكىنە، و رىژەيەكا ئەندازەيى چەقى ويى خالا بنەرەت بخۇقەدگرت دروتەختى پۇتانىدا. بكارىنانا لارى روونبەكە كو ويى پارچەراستەھىلى ب ھاورىژەيەكا ئەندازەيى دىبەتە پارچەراستەھىلەكى تەرىب دگەل ويى پارچەراستەھىلى بنەرەتى.

24 $n=5$ (1, 3) (-2, 3)

23 $n=2$ (1, 0) و (5, 3)

26 $n=1.7$ (2, 4) و (1, 1)

25 $n=\frac{1}{2}$ (-2, 4) و (4, 8)

ھەر پرسىيارەك ژ پرسىيارىن 27-30 پۇتانى خالەكى و رىژەيەكا ھاورىژەيا ئەندازەيى كو چەقى ويى خالا بنەرەت بيت بخۇقەدگرت د روتەختى پۇتانىدا. بسەلمىنە كو ئەو راستەھىلى دوى خالىرا دبووريت و ويى وىرا ب ھاورىژەيا ئەندازەيى د خالا بنەرەترا دبووريت د روتەختى پۇتانىدا.

28 $n=\frac{5}{6}$ ؛ (3, -2)

27 $n=4$ ؛ (1, 5)

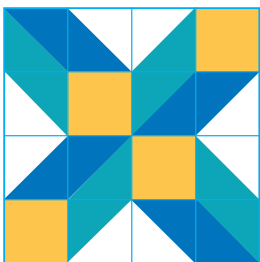
30 $n=2.5$ ؛ (7, 4)

29 $n=-3$ ؛ (-5, 3)

31 نمونەيەك لسەر ھاورىژەيا ئەندازەيى كو چەقى ويى نەكەفتە د خالا بنەرەتە دروتەختى پۇتانىدا، ئەو جەگھوھۆرپكە يە ئەوا خالا (x, y) دگھوھۆرپت بۇ خالا (2x-4, 2y-3). پارچەراستەھىلى سەرىن ويى (2, 3) و (5, 5) ويىنەبەكە، پاشى ويىنە ويى ب جەگھوھۆرپكە پىشتەر بكىشە. چەقى ھاورىژەيا ئەندازەيى و رىژا ويى ديارىكە. مفاى ژ ئەوا تو پى رابووى بىبنە بۇ نقيسنا پۇتانى ويى خالا (x, y) ب رىژەيەكا ئەندازەيى چەقى ويى خالا (1, 2) بيت و رىژا ويى 4 بيت.

32

گلارى دقيت ويىنەيى بەرامبەر مەزىنەكەت بۇ چارگۆشەكى درىژيا لايى ويى 12cm بيت ل جەيى 4cm. رىژەيا ھاورىژەيا ئەندازەيى كو رىكى بۇقى كارى ددەت چەندە؟ لاتەرىبەك سەرىن ويى (0, 0)؛ (1, 1)؛ (1, 2)؛ (0, 1) پۇتانى ويىنە ھەر سەرەكى ويى ديارىكە ب مەزىنە پىشتەر، پاشى ويىنە لاتەرىبى بكىشە. شىۋى بنەرەتى و ويى ويى بتمامى د روتەختى پۇتانىدا بكىشە.



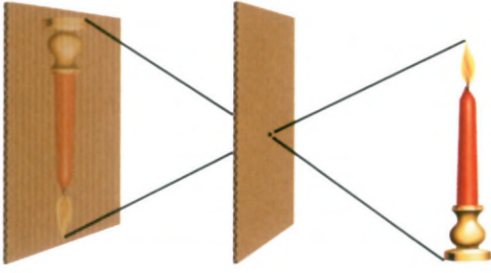
جەبەر

بەرھنگارى

جىيەجىكرەنەكان

بجهئنان

ويئەيى بەرامبەر ھىلكارەكە بۇ روونكرنا كارى ئاميرى ويئەگرتنى.



33 كىز بەش ژ ئاميرى ويئەگرتنى، چەقى

ھاوريژى دنويئيت؟

34 ئەرى رىژا ھاوريژى يا مووجەبە يان

يا سالبە؟ ھويى بەرسقا خو دياربکہ.

35 ئەو ھويە چيپە ھسا دکەت کو ويئە

بھيتە ھەرگەران.

36 ئەندازيارەك رابوب بچووکكرنا ھىلكارى خانىەكى بكارئىنانا ئاميرەكى ل

بەرگرتنى، پانيا ھىلكارى خانى 15 cm بوو و پانيا ويئەيى وى

6 cm بوو. رىژا بچووکكرنى چەندە؟

لئيرينەك بو پاش

37 چيوى سيگوشەكا دوو لايەكسان بەھژميرە کو دريژيا بنكى وى 6cm و دريژيا لايى وى

8cm، پاشى رووبەرى وى بەھژميرە.

38 دريژيا ژيى سيگوشەكى بەھژميرە کو پىفانين گوشين وى 45، 45، 90 و دريژيا لايى وى

7cm بيت.

39 زەقى ناسى چيوى مەزنترين بازنا ئەردى دبیتە 40 000km ئەرى نيقتيرى ئەردى چەندە؟

40 زەقى ناسى بلنداھيا بەرگى (غلاف) ھەوايى ئەردى دبیتە 550km قى زانيارى بكاربينە

دگەل بەرسقا پرسيارا 39 بو ھەژمارتنا قەبارى گویا ئەردى دگەل بەرگى ھەوايى وى.

لئيرينەك بو پيش

كورسيا پيچكار [مدولب]: ئەندازيارەكى دقيبا ديزاينەكى دانت بو كورسيەكا پيچكار كو

پەككەفتى بكاربينن ل ياريا تەپا سەبەتى ئەوى برياردا كوتيرى پيچكى وى 56cm بيت.

41 دەمى كورسيا پيچكار 45° دزقريت ئەو چەند بەرەف پيش دچيت؟

42 دريژيا ياريگەھا تەپا سەبەتى 23.5m. چەند خولان ئەو پيچكە دزقريت دا كورسيا

پيچكار ياريگەھى بېرت و بچيتە رەخى دى؟





ئارمانج

- نقيسنا ھاوکیشەيا بازنى و بكارئینانا وئ.
- گوھۆرپنا ھاوکیشەيا بازنى ل دووف گوھۆرپنا چەقى وئ.

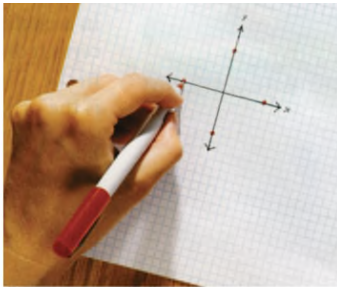
پۆچى؟

پروگراممىن ئەندازەبى گەلەك شىوھيىن ئەندازەبى دروستكەن وەكى خال و راستەھيىل و بازن، ئەف پروگرامە ھاوکیشەيىن جەبرى يىن تايبەت بۇ فان شىوان بكاردئینن.

Graphing Circle From an Equation **وینەكرنا بازنى ژ ھاوکیشا وئ**

د خواندنا بووریدا تە كۆمەلەك ژ ھاوکیشەيىن جۆراو جۆر دیتن وەكى $y = 2x - 3$ (ھاوکیشا راستەھيىل) يان $y = x^2 - 3$ (ھاوکیشا برگى ھاوتايە). دئى وانیدا جۆرەكى ھاوکیشى دئ بىنى x و y دووجايى تیدا دياردين.

ھيلى رoonكرنا ھاوکیشا $x^2 + y^2 = 25$ وینەبەك ب دیتنا ژمارەك ژ جوتين ريكخستى (x, y) كو ھاوکیشى ساخبەكەن، و وان خالان وینەبەك ئەف شيوئ ئەندازەبى دبیتە ھيلى رoonكرنا قئ ھاوکیشى. تو دكارى بژمیرا رoonكرنى [حاسبە ييانىة] بكاربىنى بو ساخكرنا وینەى.



شىكار

دەمئ تو ھەولددەى بۇ وینەكرنا ھيلى رoonكرنى بۇ جۆرەكى نوو يئ ھاوکیشان ھەولبدە خالين ئىكو دووپرپنا وى دگەل ھەردوو تەوهران دياربەكە. بۇ دياركرنا خالا ئىكو دووپرپنى دگەل تەوهرى ئىكى، ل جھى y سفرئ دانە ($y = 0$).
 $x^2 + 0^2 = 25$ ، يان $x^2 = 25$ ، يان $x = \pm 5$

نمونە

جەبر



ھیلے روونکرنا ھاوکیچی، تہوہری ئیکے ل خالیں (5, 0) دہرت. (-5, 0)

بؤ دیارکرنا خالا ئیکو دووبرینی دگھل تہوہری دووی (y)

ل جھی x سفرے دانہ ئانکو $x = 0$

$$0^2 + y^2 = 25 \text{ یان } y^2 = 25 \text{ یان } y = \pm 5 \text{ ھیلے}$$

روونکرنی تہوہری دووی ل خالیں (0, 5) و (0, -5)

دہرت. پاشی ل جھی گؤراوی x چہند بھایین دی دانہ

وہکی 3

$$3^2 + y^2 = 25$$

$y^2 = 16$ یان $y = \pm 4$ ھیلے روونکرنی دہردو خالانرا (3, 4)، (3, -4) دہوریت.

ب فی شیوہی تو دشی خشتی بہرامبہر دروستبکھی، ب دانانا ہندہک بھایین گونجای ل جھی

گؤراوی x. پاشی وان خالیں دختیدا ہاتین لسہر روتہختی پوتانی دیاربکہ و وان خالان

بگہہینہ ئیکو دوو، ئہو وینی بدہست تہ دکہفیت

دبیتہ بازنہک چہقی وی خالا بنہرہتہ و نیقتیری

وی 5. وی بازنی بکیشہ.

خال لسہر وینہی	y	x
(3, -4) و (3, 4)	± 4	3
(-3, -4) و (-3, 4)	± 4	-3
(4, -3) و (4, 3)	± 3	4
(-4, -3) و (-4, 3)	± 3	-4

چہوا گوہڑین لسہر وینہی روونکرنی دی ئہنجامدہت ہکھ ل جھی ژمارہ 25 فان ژماران

دھاوکیشیدا دانی 49 و 81 و 51.

ھزرکرنا کا رخنہگر

Using Graphing

بکارئینانا بژمیرا روونکرنی



تو دشی بژمیرا روونکرنی بکاربینی بؤ وینہکرنا ھیلے

روونکرنی. دقت تہو ھاوکیچی بئخہ دناف بژمیریدا

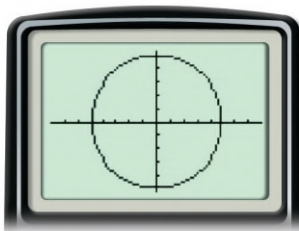
لسہر شیوی پیتقی ... $y = \dots$ دقت تول جارا ئیکے

ھاوکیچی شیکار بکھی ب ہہژمارتنا y پی x.

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$y^2 = 25 - x^2$$

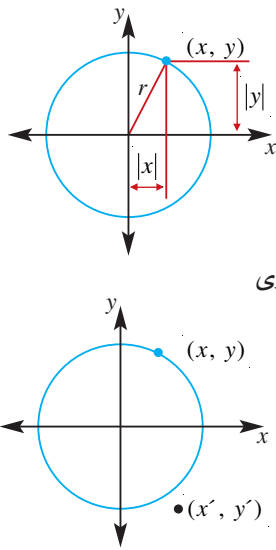
$$y = \pm\sqrt{25 - x^2}$$



ب فی شیوہی تو دکاری وینی ھیلے روونکرنی بؤ

ھاوکیشہیا $y = \sqrt{25 - x^2}$ و $y = -\sqrt{25 - x^2}$ بکیشی.

چہبر



بازن کۆمەلەکا خالانە دکەقنە دووراتیەکا یەکسان (نیقتیرەیه) ژ خالەکا دیارکری (چەقی بازنیە)، ب سادەترین شیۆ دەستپێکە، کۆ چەقی بازنی دکەقیتە سەر خالا بنەرەت. خالا (x, y) ل سەر بازنی هەلبژێرە کۆ نەکەقیتە سەر هەردوو تەوهران، سێگۆشەکا وەستاو وینەبکە ژ وئ خالی دەستپێکە، هەر وەکی ل وینئ بەرامبەر روونکری، درێژیا هەردوو لایین وەستاو $|x|$ و $|y|$ بن و درێژیا ژئی وئ نیقتیری بازنی بیت کۆ دبیتە دووری ل ناقبەرا وئ خالا هاتیە هەلبژارتن و خالا بنەرەت. ب قئ شیۆهی پۆتانی خالا هاتیە هەلبژارتن ل سەر بازنی قئ هاوکیشی پاسەدانکەت. $x^2 + y^2 = r^2$.

هاوکیشا 1

تو دشیی ساخبکەیی کۆ پۆتانی خالین ئیکودوو برینا بازنی دگەل هەردوو تەوهران قئ هاوکیشی پاسەدانکەن. بەرامبەری وئ هەکە (x', y') خالەک ل دەرڤەیی بازنی بیت، دووریا قئ خالی ژ خالا بنەرەت نەیهکسانە ب نیقتیرەیی، ژ قئ ئەنجامی بۆ تە دیاردبیت کۆ پۆتانی وئ خالی هاوکیشا پیشتەر پاسەدان ناکەت، ئانکۆ $(x')^2 + (y')^2 \neq r^2$

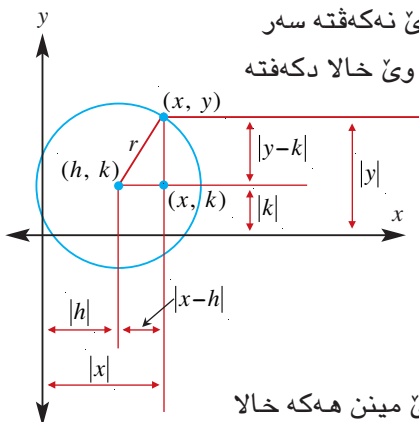
بۆچی $(x')^2 + (y')^2 \neq r^2$ دەمی (x', y') نەکەقیتە سەربازنی؟ تیبینی بکە کۆ هاوکیشا (1) ئەف هەردوو سیفەت هەنە:

هەر خالەک بکەقیتە سەر بازنی قئ هاوکیشی ساخدکەت.

هەر خالەک نەکەقیتە سەر بازنی قئ هاوکیشی ساخ ناکەت.

ژ ئەقا بووری بۆ مەدیاریبوو کۆ هاوکیشیەیا $x^2 + y^2 = r^2$ هاوکیشیەیا بازنەکییە نیقتیری وئ r و چەقی وئ خالا بنەرەتە.

هزرکرنەکا رەخنەگر



بۆ دیارکرننا شیۆهیی گشتیی بۆ وئ بازنا کۆ چەقی وئ نەکەقیتە سەر خالا بنەرەت، بەری خۆ بدە شیۆهیی بەرامبەر. پۆتانی وئ خالا دکەقیتە سەر بازنی هاوکیشا بازنی ساخدکەت

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

هاوکیشا 2

چەوا دئ روونکەیی کۆ پەبوەندیین پیشتەر وەکی خۆ دئ مینن هەکە خالا (h, k) بکەقیتە چاریکا ئیکئ یان دووی یان سیئ یان چاری؟

هزرکرنەکا رەخنەگر

چہقی قیٰ بازنی دیاریکہ کو هاوکیشا وئ $(x-7)^2 + (y+3)^2 = 36$ پاشی نیقتیری وئ دیاریکہ.

شیکار

ههکه هاوکیشا دای دگهل شیوهیی گشتیی هاوکیشا بازنی بهراوردبکهی. فان لیچووین ل خورای دئ بینی:

د هاوکیشا پیدایدا	دشیوهیی گشتیی هاوکیشا بازنی
$(x-7)^2$	$(x-h)^2$
$(y+3)^2 = (y-(-3))^2$	$(y-k)^2$
36	r^2

ئهف بهراوردیا ریکی ددهت کو تو بیژی $r=6$ $k=-3$ $h=7$ چہقی بازنی خالا $(7, -3)$ ه و نیقتیری وئ یهکسانه ب (6) یهکین دریژی.

ههولبده

چهق و نیقتیری ههه بازنهکی ژ فان بازنین ل خورای دیاریکه: وئنی ههه بازنهکی بکیشه، ووئنی وئ بهراوردبکه دگهل وان ئهجامین ته دیارکرین.

$(x-3)^2 + (y+3)^2 = 49$ **ب**

$(x+3)^2 + (y-3)^2 = 49$ **ا**

$(x+2)^2 + (y-5)^2 = 50$ **د**

$(x-4)^2 + (y-5)^2 = 30$ **ج**

راهینان

بهردهوامبون د بیر کارییدا

1 چهوا خالین نیکو دووبرینا وئ بازنا هاوکیشا وئ $x^2 + y^2 = 4$ بیت دگهل ههردوو تهوهران دیاردکهی؟

2 چهوا خالین نیکو دووبرینا وئ بازنا هاوکیشا وئ $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$ بیت دگهل ههردوو تهوهران دیاردکهی؟

3 ئهری بازنهک ههیه ههه دوو تهوهران نهپرته وئنی وئ چهوا دقئ باریدا دیار دبیت؟

4 یاسایا دووریا ل ناقبهرا دوو خالان بکاربینه بو نقیسینا دووریا لناقبهرا ههردوو خالان (x, y) و (h, k) . چ گریدانهک ههیه ل ناقبهرا قی برئ و شیوهیی گشتیی هاوکیشا بازنی؟

5 **تهکنولؤژیا:** گهلهک جارن کاری بژمیرا پروونکرنی بو کیشانا وئنی هاوکیشین پیدایین لسهر شیوی $y = \dots$ دبیت. چهوا شیوهیی گشتیی هاوکیشا بازنهکی شیکاردکهی پی گؤراوی x ؟

راھناتین ئاراستە کری

ھاوکیشا $x^2 + y^2 = 100$ بکارینە بۆ پرسیارین، 6 هەتا 8 .

6 خالا ئیکودووبرینا بازنی دگەل ھەردوو تەوہرین پۆتانی دیاربکە.

7 قی خشتی ل خواری تمامبکە.

x	y	خال ل سەر ھێلی روونکرنی
0	?	?
?	0	?
6	?	?
-6	?	?
8	?	?
-8	?	?

8 وان خالین ل خشتی پیشتر بەست تە کەفتین ل سەر روتەختی پۆتانی دیاربکە پاشی وینە بازنی بکیشە.

ھاوکیشا $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ بکارینە بۆ شیکارکنا پرسیاران ژ 9 هەتا 11 .

9 چەقی بازنی دیاربکە.

10 خالین ئیکودووبرینا بازنی دگەل ھەر ئیک ژوان ھەردوو تەوہرین پۆتانی دیاربکە.

11 قی خشتی ل خواری تمامبکە.

x	y	خال ل سەر ھێلی روونکرنی
0	?	?
?	0	?
1	?	?
-1	?	?
4	?	?
7	?	?
8	?	?
9	?	?

12 وان خالین ل خشتی پیشتر بەست تە کەفتین ل سەر روتەختی پۆتانی دیاربکە پاشی وینەیی بکیشە.

راھینان و بجھینان

خالین ئیکو دووبرینا ھەر بازنەکی ژبازنین ل خواری دگەل ھەردوو تەوہرین پۆتانی دیاربکە.

13 $x^2 + y^2 = 64$

14 $x^2 + y^2 = 50$

15 $x^2 + (y-4)^2 = 25$

16 $(x-2)^2 + y^2 = 9$

17 $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 100$

جەبر

هاوکیشا بازنی بنقیسه ههکه چهق و نیفتیری وی بزانی:

نیفتیره	چهق
2.5	(0, 0)
4	(2, 3)
7	(4, -5)
$\sqrt{7}$	(4, -3)

19

21

23

25

نیفتیره	چهق
6	(0, 0)
$\sqrt{13}$	(0, 0)
5	(0, 6)
10	(1, -7)

18

20

22

24

جهبر

چهق و نیفتیری ههه ئیک ژ بازنی ل خوری دیاریکه:

$x^2 + y^2 = 36$ 27

$(x-6)^2 + y^2 = 9$ 29

$(x+5)^2 + (y-2)^2 = 16$ 31

$(x+1)^2 + (y+3)^2 = 19$ 33

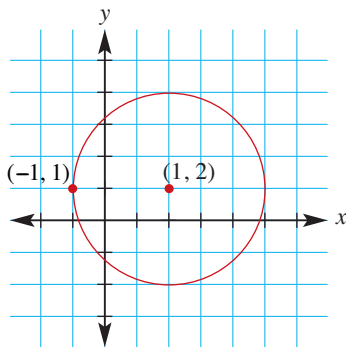
$x^2 + y^2 = 100$ 26

$x^2 + y^2 = 101$ 28

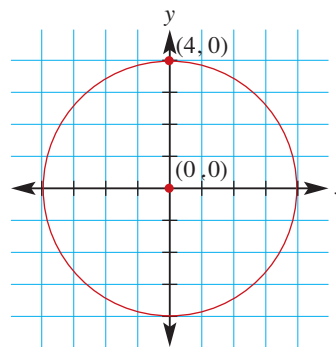
$x^2 + (y-3) = 4$ 30

$x^2 + (y+3) = 49$ 32

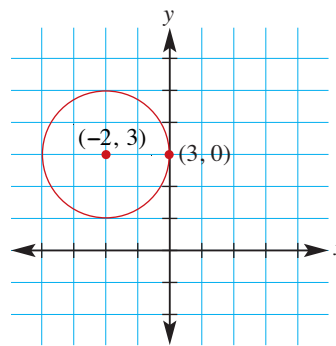
هاوکیشا وی بازنا ل وینهی دیارگری بنقیسه.



35



34



36

وینهی بازنی پی خالین ئیکو دووبرینا وی دگهل ههردوو تهوهران بکیشه. و هاوکیشا وی بنقیسه.

جهبر

نیکو دووبرینا وی دگهل تهوهری دووی	نیکو دووبرین وی دگهل تهوهری نیکی
3 و -3	3 و -3
نیکو دووبرین نینه	2 و 6
8 و 0	سفر
5	نیکو دووبرین نینه
نیکو دووبرین نینه	نیکو دووبرین نینه

37

38

39

40

41

ھاوکیشا بازنی ل دووڤ ڤان پیدایان بنقیسه، باشره وینی وی بکیشی.

- 42 چەقی وی (2, 3)؛ و لیکهفتی وی تەوهری ئیکیه.
- 43 چەقی وی (2, 3)؛ و لیکهفتی وی تەوهری دووییه.
- 44 چەقی وی (0, 1)؛ و دخالا (4, 4) ڤا دبووریت.
- 45 چەق: (2, 3)؛ و دخالا (8, 3) ڤا دبووریت.
- 46 چەق: (2, 3)؛ و دخالا (8, 11) ڤا دبووریت.
- 47 (1, 3) و (5, 3) دوو سەرن ژ سەری تیرهکی وی.

بژمیرو روونکرنی یان کاغەزین روونکرنی بکاربینه بو شیکارکنا پرسیاران ژ 48 هەتا 54 .

- 48 ب ریکا روونکرنی ھاوکیشا $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$ بنوینه. ئەو وینی بدەست تەکهفتی ب وینەدانەوه لدۆر تەوهری ئیکی بکیشه، ھاوکیشا فی وینە بنقیسه.
- 49 ب ریکا روونکرنی ھاوکیشا $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 1$ بنوینه. ئەو وینی بدەست تەکهفتی ب وینەدانەوه لدۆر تەوهری دووی بکیشه، ھاوکیشا فی وینە بنقیسه.
- 50 ب ریکا روونکرنی ھاوکیشا $(x-2)^2 + y^2 = 9$ بنوینه. ئەو وینی بدەست تەکهفتی ب راکیشانا 6 یەکان بو لایی راستی بکیشه، ھاوکیشا فی وینە بنقیسه.
- 51 ب ریکا روونکرنی ھاوکیشا $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 9$ بنوینه. ئەو وینی بدەست تەکهفتی ب راکیشانا 2 یەکان بو لایی راستی بکیشه، ھاوکیشا فی وینە بنقیسه.
- 52 ب ریکا روونکرنی ھاوکیشا $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 9$ بنوینه. ئەو وینی بدەست تەکهفتی ب زڤراندنا گوشا وی 180 لدۆر خالا بنەرەت بکیشه، ھاوکیشا فی وینە بنقیسه.

53 ھاوکیشا لیکهفتی بازنا $x^2 + y^2 = 100$ ل خالا $A(-6, 8)$ بنقیسه.

54 سیگوشا سەری وی (0, 0)، (0, 6)، (8, 0) بن بکیشه پاشی ھاوکیشا وی بازنا دڤان سەرانا دبووریت بکیشه.

لینیرینەك بو پاش



55 پاوان تیرهك ھاڤیتە بازنەکی ھاوکیشا وی $x^2 + y^2 = 100$ بوو ئەگەر چەندە ئەو تیره بکەڤیتە دناڤ بازنا $x^2 + y^2 = 25$ ؛



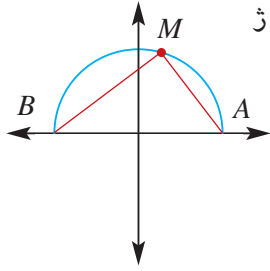
56 گەردوون: ئارامی پلپتەکا کونەکا بچووک تیدا بکارئینانا، کو ھاەتە نواندن وەک خالەک. و تیشکی روژی تیرا دەر باز دبوو بو دیتنا پوژگیرانی، شاشەکا سپی ل دووریا 50cm ژ کونی دانا، وینی روژی بدەستکەفت تیری وی x mm بوو. تیری وینی روژی دی چەند بیت ھەکە ئارامی شاشەدانه دووریا 100cm 25cm 45cm



دناف شيكاركرنا پرسياراندا ژ 57 ههتا 59 ، دى سەلميني كو ئەو چيۆه گۆشهيا دنيڤ بازنيدا هاتيه كيڤشان، گۆشهكا وهستاوه. ويٽى بهرامبەر بكاربهينه.

57 هاوكيشا وي بازنا چهقى وي خالا بنه رت و نيقتيري وي r ،

بيت بكاربينه بۆ روونكرنا ئەوي چەندى كو پۆتاني خالهك ژ خالين وي وهك m دببته $(a, \sqrt{r^2 - a^2})$.



58 لارى هەر ئيك ژ هەردوو راسته هيلى MA ، MB ،

ئەوين چيۆه گۆشه دروستكرين بينه دەري.

59 بسەلمينه كو چيۆه گۆشا BMA گۆشهكا

وهستاوه (ل بيرا ته بيت، كو ههكه

دووراسته هيل لسەر ئيكو دو ستوون بوون،

ئەنجامى ليكدانا هەردوو لاريان وان دى بيته

؟ §

بىر كارىيا

سەر سامگەر

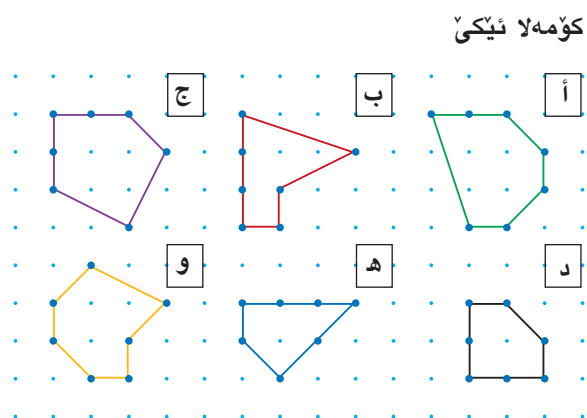
ئەف پرۆژە تە ھاندەت دا رىسايەكى پەيدا بىكەى كو رىكى بدەت بۇ ھەژمارتەنا رووبەرى چەند لايەكى ھاتىە كىشان لسەر كاغەزەكا خالدار، ب دانانا ئەوى چەندى كو گشت سەرىن چەندلايى دكەقنە سەر خالىن كاغەزى.

پاشى دى سەر سورما بى ب ھەبوونا رىسايەكا بتنى كو دگونجىت بۇ ھەر چەندلايەكى. دى كارى خۇ ئەنجامەدى ب پشكدارىيى دگەل ھەقالىن خۇ دگرووپىن كارىدا. باشتە كارى خۇ دابەشكەن د ناقبەرا خۇ دا.

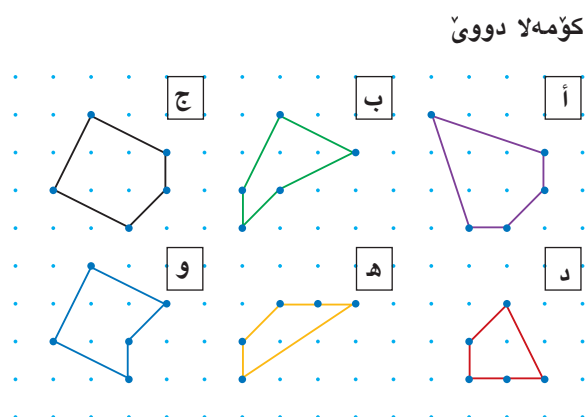
چالاكى 1

رووبەرى ھەر نىك ژ فان چەندلايىن ل خوارى بىنەدەرى، ب قى كارى رابە ب دروستكرنا خشتەكى و تمامكرنا وى. N_b نىشانەكە بۇ وان خالىن دكەقنە سەر چىوى چەندلايى، N_i نىشانەكە بۇ وان خالىن دكەقنە دناف بازنيدا، A نىشانەكە بۇ رووبەرى چەندلايى.

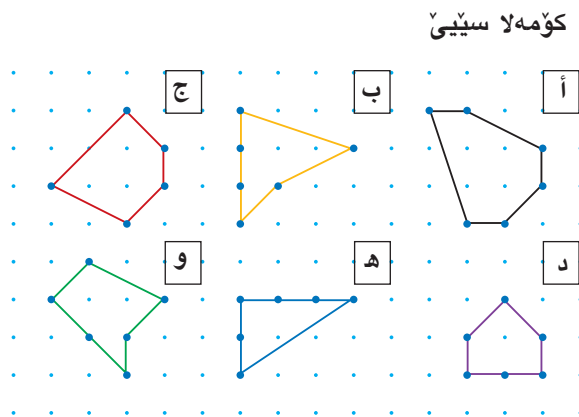
كۆمەلا نىكى			
A	N_i	N_b	
6.5	4	7	(أ)
			(ب)
			(ج)
			(د)
			(ه)
			(و)



كۆمەلا دووى			
A	N_i	N_b	
			(أ)
			(ب)
			(ج)
			(د)
			(ه)
			(و)



کۆمەلا سییى			
A	N_i	N_b	
			(أ)
			(ب)
			(ج)
			(د)
			(هـ)
			(و)



چالاكى 2

بۇ دياركرنا ريسايهكى پاسهدانا ئەوي چەندى بكت: كو هموو ئەو خالين دكهفنه سەر چيوئ هموو چەندلايان هەر ئيك ريسا ههيه.

1 ئەو شيوازه چيه هاريكاريا ته بكت بۇ ههژمارتنا رووبهري؟

2 وي شيوازئ ته ئينايهدر لسەر شيوئ ريسايهكى بنقيسه.

3 ليكولينئ لسەر دروستيا وي ريسايا ته نقيسى بكه، ب ريكا وينهكرنا ژمارهكا چەند لايان

لسەر كاغەزا خالدار، و رووبهريين وان ههژماربكه.

تو كەسى ئىكى نىنى ئەو ريسايه ئينايهدرئ، بهري ته زانا جورج پيك ل سالا 1899 ز ئەف ريسايه يا ئينايهدر.

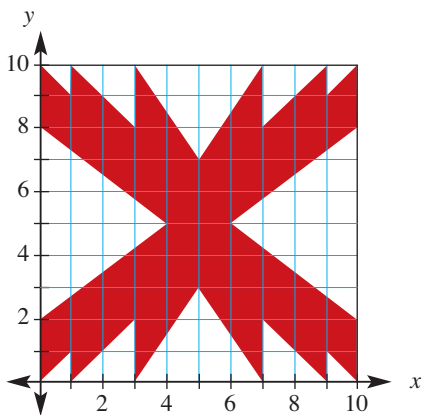
چالاكى 3

شيوئ بهرامبەر بكاربينه

ههكه خالهكى ب شيوهكى ههپهههكى ژ سەر

كاغەزا چارگوشان ههلبژيري، ئەگهرا ئەو خال ژ

خالين رهننگرى بيت چەندە؟



پیداچونا بهشی

بۇ شیکارکرنا پرسپاران ژ 15 - 18 پیقانا گوشین هر

سیگۆشهیهکی دیاریکه.

15 سیگۆشا RST 16 سیگۆشا PST

17 سیگۆشا PQR 18 سیگۆشا PQT

19 سرجهمی پیقانا گوشین ههشتلایهکی چهنده؟

20 پیقانا چهقه گوشهکی ل ههشتلایهکی ریک چهنده؟

21 پیقانا گوشهکا ژنافدا ل ههشتلایهکی ریک چهنده؟

22 پیقانا گوشا ژدهرقه ل ههشتلایهکی ریک چهنده؟

وینئی وی پارچهراستههیلئی کو هر دو سه رین وی هر دوو

خال $(-2, 1)$ و $(3, 4)$ بن دیاریکه ب هاوریزهیهکا

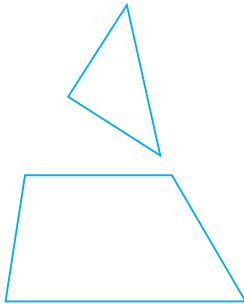
ئهندهزی چهقی وی خالا بنه رت بیت و ریژا وی.

23 3 24 -1

شیوهی دروستبکه و وینهیی وی بکیشه ب هاوریزهیا

ئهندهزی کو چهقی وی خالا دیارکریه و ریژا وی n بیت.

25 $n = 3$



26 $n = \frac{1}{2}$

وینئی فان بازنین ل خورئی دروتهختی پوتانییدا بکیشه.

27 $x^2 + y^2 = 49$

28 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$

29 چهقی قئی بازنئی $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$

هاوکیشا وی بازنئی بنفیسه کو چهقی وی M و

نیفتیری وی r بیت.

30 $r = 1 : M(0, 0)$

31 $r = 8 : M(6, -2)$

فان بۆشایین ل خورئی ب دهستهواژهیهکا گونجای پریکه.

1 ئیکو دووبرینا دوو راستههیلان پیکدهیت ژ ئیک $\$$

2 ئیکو دووبرینا دوو رووتهختان پیکدهیت ژ ئیک $\$$

3 ب دوو خالین جیاواز بتنی ئیک $\$$ دبووریت.

4 ب سئ خالین جیاوازی نه لسهر ئیک راستههیلی

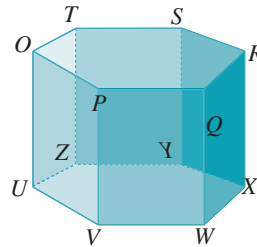
بتنی ئیک $\$$ دبووریت.

5 ههکه دوو خالین جیاواز بکهقنه دروتهختهکیدا، نهو

راستههیلئی دوان هر دوو خالانرا دبووریت $\$$.

قی پوزاکا وهستاو بکارینه بۇ شیکارکرنا پرسپاران ژ

9 - 6



6 ناقئ دوو رووین ته ریب بیژه.

7 ناقئ دوو رووین ستوون بیژه.

8 ناقئ دوو لایین تهکولؤ بیژه.

9 ناقئ لایهکی و روویهکی دگهل ئیکودوو ستوون بیژه.

10 وینهیهکی بینراو بۇ پوزاکهکا وهستاو کو بنکی وی

لاکیشه بیت دروستبکه ب مهرجهکی خالا پوکان

بکهقته لایئ راستئ پوزاکئ.

11 وینهیهکی بینراو بۇ پوزاکهکا وهستاو کو بنکی وی

لاکیشه بیت دروستبکه ب مهرجهکی خالا پوکان

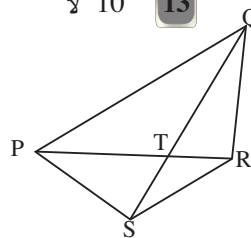
لپشت پوزاکئ بیت.

ناقین فان چهن لایان بیژه.

12 لا 8

13 لا 10

14 لا 12



شیوهئ لسهری بکارینه ههکه

$\widehat{RQR} = 57^\circ$ $\widehat{PTQ} = 125^\circ$ $\widehat{PRQ} = 90^\circ$

$\widehat{RSQ} = 30^\circ$ $\widehat{PSQ} = 83^\circ$

پیداچونا بهشی

سہرین سیگوشہ کی (4, 1) و (2, 2) و (3, 0) پوتانی
سہرین وینہ ب فان جھگوہورکان دیاربکہ:

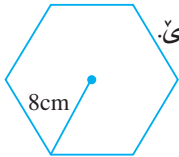
- 7 وینہ دانہ وہ لدور تہورئ سینی [ئیکی].
8 راکیشان ب 3 یکان بؤ لایئ راستی وئیک یهک بؤ خوارئ.

فان تمامبکہ

- 9 ئیکو دووبرینا دوو راستہیلان پیکدھیت ژ ؟
10 ئیکو دووبرینا دوو رووتہختان پیکدھیت ژ ؟
11 ئو راستہیلئ د دوو خالیں جیاواز را دبوریت
دناف رووتہختی پوتانیڈا ؟

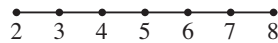
سیگوشا ABC بکارینہ ہہکہ $A(-1, 8)$ $B(4, 3)$
 $C(1, 2)$ بؤ شیکارکرنا پرسیاران ژ 12 ہتا 15

- 12 لاری ہر لایہکی بینہدر.
13 بسلمینہ کو سیگوشہیا وستاوہ.
14 پوتانیں خالیں نافہراستین لایان بینہدر.
15 درژیا لایین سیگوشی بہژمیرہ، ہموو برسقان
بؤ نیزیکترین ہش ژ سہدی نیزیکبکہ.



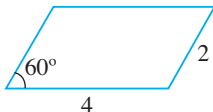
- 16 رووبہرئ چند لایئ ہرامبہر بینہدرئ.
17 پوتانی وینئ خالا (3, 5) ب
زفراندنہکی چہقی وئ خالا بنہرہت
وگوشاوی 45° بیت دیاربکہ.

- 18 ئاواتئ لسہر فی پارچہراستہیلئ ل خوارئ ب
شیوہکی ہرہمہکی خالہک ہلبژارت، ئہگہرا ئو
خالہ بکہفیتہ دنافہرا 2 و 1.5 دا چہندہ؟



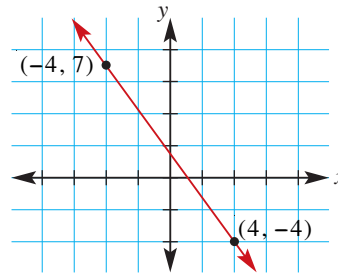
- 19 پیفانا چہقہ گوشئ د سیزدہ لایہکی رپکدا
بینہدرئ؟

- 20 رووبہرئ فی لاتہریبی بینہدرئ.



- 1 کیژ جووت ژ دووخالان راستہیلہکی ستون دگہل
راستہیلئ ل وینئ ل خوارئ دیاربکہت:-

- ا (0, 7) و (8, -4) ب (4, -7) و (-4, 4)
ج (-7, 0) و (4, 8) د (7, -4) و (-4, 4)



- 2 کیژ ژ فان پیفانین ل خوارئ سیگوشہکی دیارناکہن؟

- ا $A=50^\circ$; $B=85^\circ$; $C=45^\circ$
ب $AB=12$; $BC=7$; $CA=9$
ج $A=90^\circ$; $B=65^\circ$; $C=15^\circ$
د $A=18$; $BC=6$; $CA=10$

- 3 کیژ پیفانا ل خوارئ گوشا نہہ لایہکی ریکہ

- ا 40° ب 100°
ج 140° د 160°

- 4 روژانئ دوو راستہیل کیشان لاریا یئ ئیکئ = 5- و
لاریا یئ دووی = 5.6. ئہرئ ئہف ہر دوو راستہیلہ.

- ا تہریبن ب ستونن
ج ئاسویینہ د نہ چ ژ وانن.

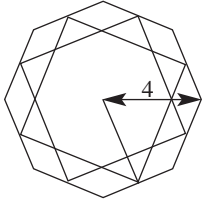
- 5 ئو جھگوہورکا ئہندازہی کو خالا (x, y)
دگوہورپت بؤ خالا (-x, -y) دبیتہ.

- ا راکیشان ب وینہ دانہ وہیا تہوری
ج زفراندن د ہاوریزہیا ئہندازہی

- 6 بسلمینہ ئو چار لایئ سہرین وئ
 $A(3, -1)$ $B(9, -5)$ $C(7, -8)$ $D(1, -4)$
لاکیشہیہ؟

ئەزمۇنا كەلۈكى

۱۸ ھەتا 21 .
۱۸ ھەتا 21 .



18 ئىمارا چەند لايىن رېك د شىۋى
بەرامبەردا چەندە؟ جۆرى ھەر
شىۋەيەكى دياربەكە:

19 بۇ ھەر چەندلايەكى رېك كۆتەل
پرسىيارا پېشىي دياركرى، پېقانن
گوشا ژناقدا و چەقە گوشە و ژەر قە
گوشە دياربەكە.

20 دىرژيا ستونكى ھەر ھەشت لايەكى رېك دياربەكە.

21 روبەرى ھەر چەندلايەكى رېك دپرسىيارا 18 دا
بىنەدەر.

22 دىزابىن دارتراشەك رابووب مەنزىرنا مېزەكا

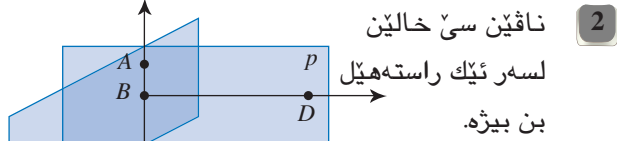
پارچا	چارگوشەيى ب زىدەكرنا پارچە
پووى مېزى	تەختەكى لاكىشەيى بۇ روويى وى، زىدەكرى

ئەرى مېزا نوو دى يا رېك بىت؟ ئەرى لايىن وى
دى جوتىن ئەرى گۆشىن وى دى جوتىن؟

۱۷ ھەتا 10 .
۱۷ ھەتا 10 .

۱ ھەتا 9 .
۱ ھەتا 9 .

1 ناقى ئىكودوپرېنا ھەردو رووتەختان p و q بېزە.



2 ناقىن سى خالىن

لسەر ئىك راستەھىل
بن بېزە.

3 ناقىن سى خالان بېزە لسەر ئىك

ئاست بن و لسەر ئىك راست ھىل نەبن

4 سى پارچە راستەھىلان بناقبەكە.

5 تىشكەكى بناف بکە.

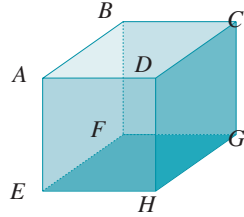
6 دوو گۆشىن تەواوگەرېن ئىكودوو دياربەكە.

7 راستەھىلەكى دياربەكە كو بکەقىتە درووتەختى p دا.

8 راستەھىلەكى دياربەكە نەكەقىتە درووتەختى p دا.

9 رووتەختى p بناقبەكە ب رېكەكا دى.

10 ھەتا 17 .
10 ھەتا 17 .



10 ناقىن دوو جوتىن

رووي تەرىب بېزە.

11 ناقىن دوو لايىن تەكۆلۆ

بېزە.

12 ناقىن لايەكى و روويەكى بېزە ب مەرجهكى

ئەو لايە ستوون بىت دگەل وى رووى.

13 ناقىن لايەكى و روويەكى بېزە، ب مەرجهكى ئەو

لايە تەرىب بىت دگەل وى رووى.

14 ناقى دوو تۆگۆشەكى بېزە، و پېقاننا وى دياربەكە.

15 وىنەيەكى بىنراو بۇ شەشپالۆيەكى ب ئىك خالا

پۆكان دروستبەكە، ھەكە خالا پۆكان بکەقىتە پىشت
شەشپالۆيى.

16 وىنەيەكى بىنراو بۇ شەشپالۆيەكى ب دوو خالىن

پۆكان دروستبەكە، بۇ زانين ئاسۆيى دكەقىتە پىشت
شەشپالۆيى.

17 وىنەيەكى بىنراو بۇ شەشپالۆيەكى ب دوو خالىن

پۆكان دروستبەكە، بۇ زانين ئاسۆيى دكەقىتە پىش
شەشپالۆيى.

بهشی ههشتی

سیگوشه زانی

Trigonometry

1. شیکار کرنا سیگوشه یا وهستاو.

2. گوشه یین زفراندنی.

3. پیقانی بازنه ی و دریزیا کفانی.

4. هاوئه نجامین سیگوشه ی یین بنه ره تی.

پرۆزه یی بهشی

Trigonometry سیگوشه زانی

ل ناقبہرا لایئ سیگوشی و گوشین وی پھیوہندیہ کا گرنگ یا
ہے. کوزانستی کہفن و نوو لیکولینی لسہر دکت ئو
سیگوشه زانیہ. ژ کہفندہ مروقان گرنگی ب سیگوشان دابوو،
دقان ہردوو لاپہراندا وینہ ناماژہ ب وی چہندی دکت.
سیگوشه زانیی گہلہک بجھئینان ہنہ ل فیزیایی و گہردوون
ناسی و تہلارسازی و ئہندازی و ل گہلہک تشتین دی.

بہشی

8

وانہ

1. شیکارکنا سیگوشہیا

وہستاو.

2. گوشین زقراندنی

[دہوردانی]

3. پیقانی بازنہی و

دریژیا کقانی.

4. ہاوئہنجامین

سیگوشہی یین

بنہرتی.

پرژہیی بہشی





دەريارەى بەشى

ب ھەلکەفتا قەكرنا پيشانگەھا جيهانى ل باژيرى شيكاغۆل ئەمريكا ل سالا 1893 ، جۆرج فيريس چەرخەكى مەزن چيكر، و ب نائى خو ناسى، قى جەرخى خانەيىن بچوك ھەنە، ھەر خانەك جھى چەند كەسان دكەت. و ب زفراندنا دۆ جەرخى ئەو كەسنە دەينە قەگوھاستن ژ خواری بۆ سەرى و بەروقاژيا وئ.

ل دەمى كاركرنا تە لسەر پرۆژى بەشى، تو دى رابى ب پيشئىخستنا قى سامپلى (نمونى) بۆ قەكۆلينا بلنداھيا كەسەكى ل خانەكى دگەل دەمى دبووريت.

پشتى پرۆژەئ بەشى بداوى بينى، تو دى كارى:-

- سامپلەكى بىركارىيى دروستبكەى بۆ بلنداھيا خالەكى كو بكەفئتە سەر چيوى چورخى (دولابى) پى دەمى.
- ھەر پيکھاتەك ژ پيکھاتين قى سامپلى روونبکە كو دەربرپنا چ دكەت ل ژيانا روژانە.
- لەزا خالەكى لسەر چيوى چەرخى دياربکەى.

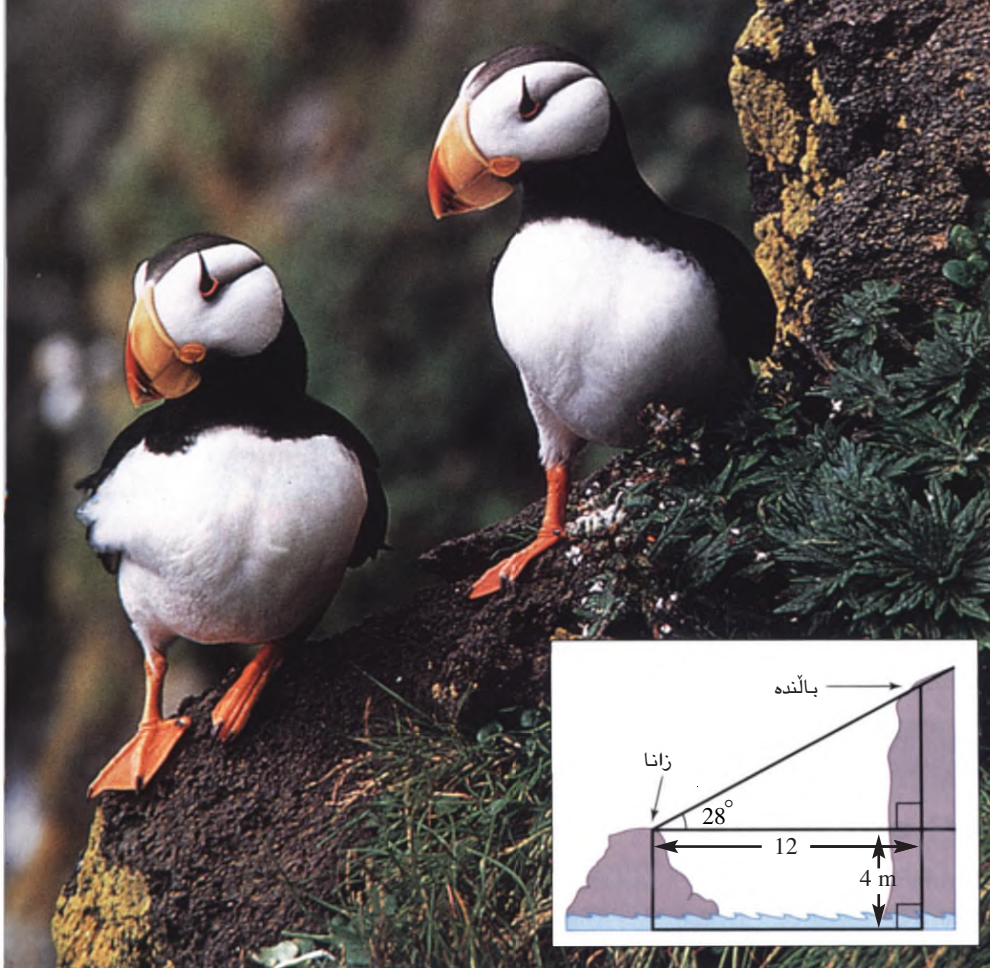


شىكاركرنا سىگۆشەيا وەستاو

Solving Right Triangle

وانە

1



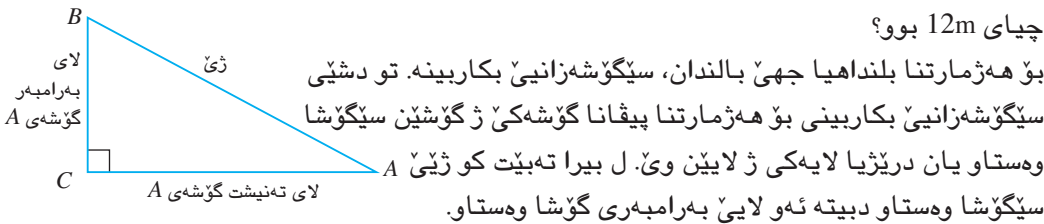
ئارمانچ

- دياركرنا ريژەيىن سىگۆشەيا بۇ گۆشا تىژ و ھەژمارتتا وان.
- شىكاركرنا سىگۆشەيا وەستاو بكارئىنانا ريژەيىن سىگۆشەيا.

بۇچى

تو دكارى ريژەيىن سىگۆشەيا بۇ سىگۆشەيا ھەستاو بكارىنى بۇ شىكاركرنا پرىسياران ژ كەتواری، وەكى دياركرنا بلنداھيا وان بالندىن ل ويئەنى دياركرى ژ سەر رووى ئاقى.

ئىك ژ زانايان رابوب و وينەگرتنا كۆمەلەكا بالندان لسەر پالا چياھەكى راوہستاوون. بۇ ھەژمارتتا بلنداھيا وان بالندان ژ سەر رووى ئاقى، زاننا رابوب پيقانا وي گۆشا پىكھاتى ژ ئەنجامى ھىلا ديتتا بالندان و ھىلا ئاسۆيى. و ديت ئەف گۆشە دىبىتە 28° ، زاننا ئەف كارە چەوا ئەنجامدا؟ ھەكە بزانی ئەو زاننا ل بلنداھيا 4 m راوہستاوون، و دورى ل ناقبەرا وى و پالا چياى 12m بوو؟



بۇ ھەژمارتتا بلنداھيا جھى بالندان، سىگۆشەيانى بكارىنە. تو دىپى سىگۆشەيانى بكارىنى بۇ ھەژمارتتا پيقانا گۆشەكى ژ گۆشەين سىگۆشا وەستاو يان دريژيا لايەكى ژ لايىن وي. ل بيرا تەبىت كو ژىيى A لاي تەنىشت گۆشە A سىگۆشا وەستاو دىبىتە ئەو لايى بەرامبەرى گۆشا وەستاو.

ل سىگۆشا بەرامبەر، دىبىن \overline{AB} ژىيە و \overline{AC} تەنىشتا بۇ گۆشا A و \overline{BC} لايى بەرامبەرە بۇ گۆشا A.

لايى تەنىشتى و بەرامبەرى بۇ B ديارىكە.

بجھىنان بالندە

خالەكا چاقدىرىيى ✓

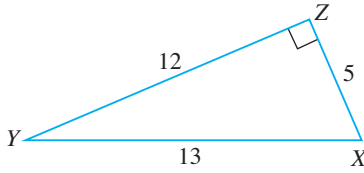
Trigonometric Ratios \hat{A} رىژەيىن سىگۆشەيا بۇ \hat{A}

$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{تەنىشت}}$
 $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{تەنىشت}}{\text{ھىلا}}$
 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{ھىلا}}$

بەرى خۇ بدى: $\sin A = \text{sine } A$, $\cos A = \text{cosine } A$, $\tan A = \text{tangent } A$

نمونە

1



ھەرسى رېژەيىن سىڭۆشەى بۆ گۆشا (X) ل سىڭۆشا بەرامبەر دياربىكە.

شيكار

$$\sin \hat{X} = \frac{YZ}{XY} = \frac{12}{13} = 0.9231$$

$$\cos \hat{X} = \frac{XZ}{XY} = \frac{5}{13} = 0.3846$$

$$\tan \hat{X} = \frac{YZ}{XZ} = \frac{12}{5} = 2.4$$

ھەرسى رېژەيىن سىڭۆشەى بۆ گۆشا (Y) ل سىڭۆشا سەرى بەھژمىرە، بەرسقا دروست دياربىكە، و بەرسقى نىزىكبە بۆ نىزىكتىن بەش ژ دەھ ھزارى.

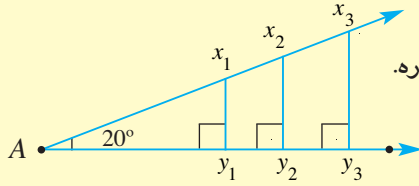
ھەولبەدە

چالاقى

Exploring Trigonometric Ratios

قەدىتتا رېژەيىن سىڭۆشەى

تە پىتقايى ب پرگالى و راستەكى و بزمىرى ھەيە. خستەيەكى دروستبەكە ۋەكى خستى ل خوارى.



1. ئەۋا دخستەيدا بنقىسە، پاشى تامبەكە ب رىيا پىقانا لايىن دياركرى، و رېژەيىن سىڭۆشەى بۆ گۆشا A بەھژمىرە.

2. ئەرى ئەۋ بەيىن تە ل ستونا sin A نقىسەن ھندى ئىكن ب نىزىكى؟

ھەرۋەسال ستونا cos A ؟ و ل ستونا tan A ؟

سىڭۆشە	بەرامبەر \hat{A}	تەنىشت \hat{A}	ئى	بەرامبەر \hat{A}	تەنىشت \hat{A}	ئى
Ax_1y_1	$\sin \hat{A} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{ئى}}$	$\cos \hat{A} = \frac{\text{تەنىشت}}{\text{ئى}}$	$\tan \hat{A} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{تەنىشت}}$			
Ax_2y_2						
Ax_3y_3						

3. ئەۋ ئەنجامىن ب دەست تە كەفتىن بەراوردبەكە دگەل ئەنجامىن ھەقالىن خو دپولدا؟

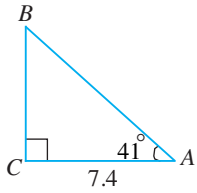
4. ئەرى تو دكارى مگرتىيەكى [فرضيه] دروستبەكەى دەربارەى ھەرسى رېژەيىن سىڭۆشەى بۆ گۆشا A ؟

✓ خالەكا چاقدىرىي

بەيىن رېژەيىن سىڭۆشەى بۆ گۆشەكا تيژ ناھيەنە گوھورپىن بگوھورپىنا سىڭۆشا ۋەستاۋا بكارھاتى، ھەر ۋەك دياربووى ل چالاقىا سەرى يا تو پى رابووى. بەيىن رېژەى دەينە دياركرن بتنى ب پىقانا گۆشى.

تو دكارى رېژەيىن سىڭۆشەى بۆ گۆشەكا پىقانا ۋى يا دياركرى ب دەست خو بئىخى بكارئىنانا بزمىرا زانستى. و تو دشىي رېژەيىن سىڭۆشەى بكاربىنى بۆ ھەژمارتتا درىژيا لايىن ھندەك سىڭۆشەيىن ۋەستاۋ، ھەر ۋەك ل نمونە (2) رووندبىت.

دریژیا لایین سیگوشا بہرامبہر بہہژمیہ.



شیکار

دریژیا لایین سیگوشا بہرامبہر بہہژمیہ. \overline{BC} و \overline{AB} بہہژمیہ.

$\cos A$ بکار دئین بۆ ہہژمارتتا دریژیا AB

$\tan A$ بکار دئین بۆ ہہژمارتتا دریژیا BC

$$\tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan 41^\circ = \frac{BC}{7.4}$$

$$\cos 41^\circ = \frac{7.4}{AB}$$

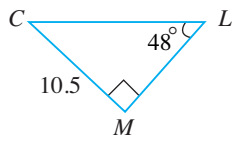
$$BC = 7.4 \times \tan 41^\circ$$

$$AB = \frac{7.4}{\cos 41^\circ}$$

$$BC \approx 7.4 \times 0.8693$$

$$BC \approx 6.4$$

$$AB \approx \frac{7.4}{0.7547} \approx 9.8$$



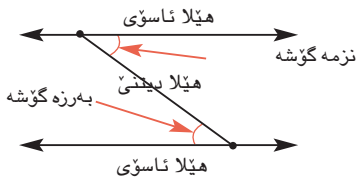
ہہولبدہ دریژیا لایین سیگوشا بہرامبہر بہہژمیہ؟

بہرزہ گوشہ **Angle of Elevation** ئہو گوشہیہ کو

دکھیتہ ناقبہرا ہیلا ئاسوی و ہیلی دیتنا خالہکا بلنتر ژ خو.

نزمہ گوشہ **Angle of Depression** ئہو گوشہیہ کو

دکھیتہ ناقبہرا ہیلا ئاسوی و ہیلی دیتنا خالہکا نزمتر ژ خو.



ہہکہ بزقپین بۆ پرسیارا ہاتیہ بہحسکرن ل دەستپیکا وانئ. بلنداہیا جہئ بالندان ژ سہر روئ ئاقئ بہہژمیہ.

شیکار

\overline{BE} بلنداہیا جہئ بالندان ژ سہر روئ ئاقئ.

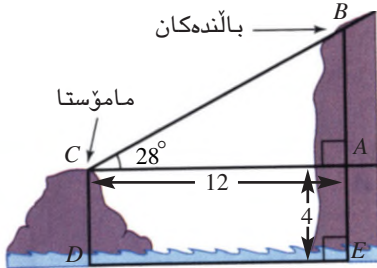
$$BE = BA + AE$$

چونکی $AE = CD = 4m$ ، فیجا $\tan 28 = \frac{AB}{12}$

$$AB = 12 \times \tan 28^\circ$$

$$AB \approx 6.38$$

$$BE = BA + AE = 6.38 + 4 = 10.38m$$



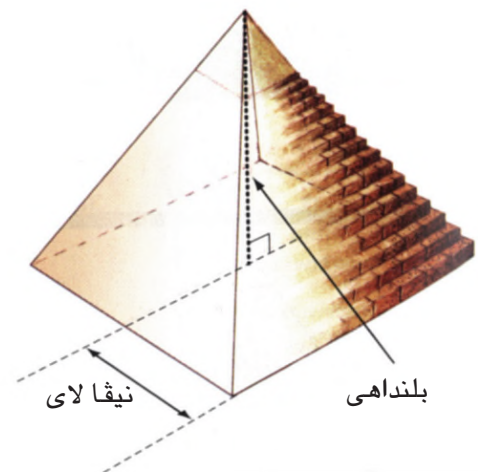
بجھینان

بالندہکان

دەروازەیک ل سەر فیرعەونیان: فیرعەونیان پەیوەندیەکا سیگوشئ بکارئینابوون دگوتئنی سیکد کو لاری روئ ہەرہمی دیاردکەت.

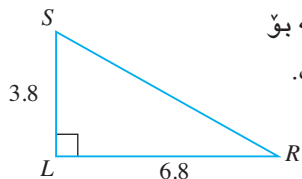
سیکد $\text{Cotangent} = \frac{\text{دوو جارانی پیقانا لایئ بنکئ ہەرہمی}}{7 \text{ جارانی بلنداہیا ہەرہمی}}$

بہرئ خو بدئ کو سیکد ہہلگہراوئ (\tan) گوشییہ کو دبیزئ سایہ تہواوئ گوشئ Cotangent یان \cot گوشئ ب کورتئ.



ہہکہ مہبقیت سیگوشہکا وہستاو شیکارکہین، دقت پیفانا گوشین سیگوشی بہہژمیرین دگہل دریزیا لایین نہزانراوین سیگوشی. بوقاری خوقبزمیرا زانستی بکاربینہ، بوقہژمارتنا پیفانا وی گوشا ٹیک ژریژہیین وی یین سیگوشہی یا زانراوویت. قی راستی بکاربینہ کو:سہرجہمی گوشین دناف سیگوشیدا دبتہ 180° نانکو سہرجہمی ہہردوو گوشین تیز دسیگوشا وہستاودا 90°.

4 نمونہ



سیگوشا بہرامبہر شیکارکہ ب ہہژمارتنا پیفانا گوشین وی، نیزیککہ بوقب نیزیکتیرین پلہ، و دریزیا ژیی وی نیزیککہ بوقب نیزیکتیرین ہہشی دہہیک.

شیکار

$$1. \tan R = \frac{3.8}{6.8}$$

$$R = \tan^{-1} \frac{3.8}{6.8} \approx 29^\circ$$

2. چونکی سہرجہمی ہہردوو گوشین تیز 90° دی پیفانا گوشا (د) بیتہ 90° - 29° = 61°

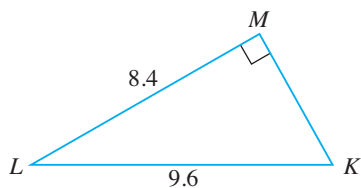
3. بیردوفا فیساکورس بکاربینہ بوقب ہہژمارتنا دریزیا ژیی.

$$(RS)^2 = (6.8)^2 + (3.8)^2$$

$$RS = \sqrt{(6.8)^2 + (3.8)^2}$$

$$RS \approx 7.8$$

ہہولبدہ



سیگوشا بہرامبہر بکاربینہ ب ہہژمارتنا پیفانا گوشین وی، ب نیزیکن بوقب نیزیکتیرین پلہ، و دریزیا لای دی ب نیزیکن بوقب نیزیکتیرین ہہشی دہہیک.

1. چہوا سیگوشا ل نمونہ (4) شیکاردکی، دہستیکرن ب ہہژمارتنا

دریزیا ژیی وی، پاشی بکارئینانا sin و cos بوقب ہہژمارتنا پیفانا گوشین وی؟

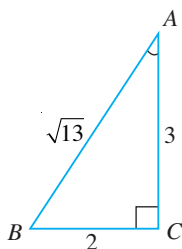
2. پشتی ہہژمارتنا پیفانا R، ئہری تو دکاری دریزیا ژیی وی

بہہژمیری بی بکارئینانا بیردوفا فیساکورسی؟

ہزرکنہکا رخنہگر

راہینان

بہردہوامبون د بیرکارییدا

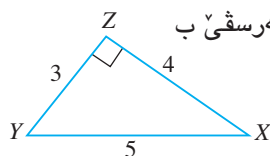


1 چہوا ریژہیین سیگوشہی بوقوشا A ل سیگوشا بہرامبہر د ہہژمیری.

2 چہوا پیفانا ہہردوو گوشان A و B دیاردکی ل سیگوشا بہرامبہر.

3 جیاوازی ل ناقبہرا $\sin^{-1} A$ و $\frac{1}{\sin A}$ چییہ؟

راہیناتین ناراستہ کری

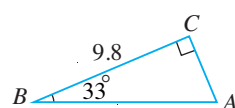


4 ریژہیین سیگوشہی بوقوشا (X) ل سیگوشا لای چہپی بہہژمیرہ بہرسقی ب

دروستی بہہژمیرہ، نیزیککہ بوقب نیزیکتیرین ہہش ژ دہہ ہزاری.

5 دریزیا ہہردوو لایان AC و BA ل سیگوشا لای راستی

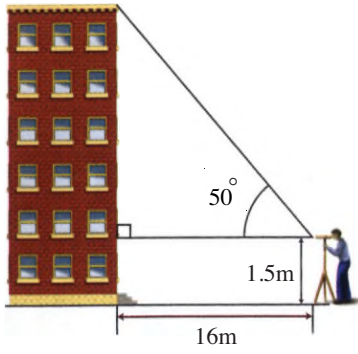
بہہژمیرہ:



6

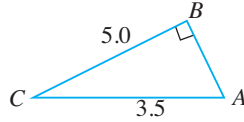
ئەندازە: ئەندازيارەكى ل دووريا m16 ژ ئاقاھيەكى

پاوەستيا، وبەري خۆدا بلندترين خالا ئاقاھيى ب دويربينەكى
كول بلنداھيا 1.5 m ژ سەرئەردى ھاتبوو دانان. بلنداھيا
ئاقاھيى چەندە ھەكە پيقانا بەرزە گوشە 50° بيت؟



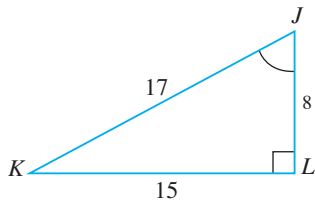
7

فى سيگوشال خوارى شيكاربە، پيقانا گوشين وي
بەھژميرە ب نيزيكرن بو نيزيكرتيرين پلە، و دريژيا
لايى AB ب نيزيكرى بو نيزيكرتيرين دەھيەك.



راھينان و بجهينان

سيگوشا JKL بكاربينە بو ھەژمارتەنا بەھيى داخوازكرى. بلا بەرسف ب دروستى بن. پاشى
نيزيكرە بو نيزيكرتيرين بەش ژ دەھ ھزارى.



$\sin \hat{J}$ 9

$\sin \hat{K}$ 8

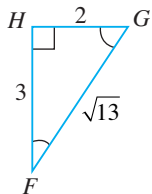
$\cos \hat{K}$ 11

$\cos \hat{J}$ 10

$\tan \hat{J}$ 13

$\tan \hat{K}$ 12

سيگوشا FGH بكاربينە بو ھەژمارتەنا بەھيى داخوازكرى. بلا بەرسف ب
دروستى بن. پاشى نيزيكرە بو نيزيكرتيرين بەش ژ دەھ ھزارى.



$\sin \hat{F}$ 15

$\sin \hat{G}$ 14

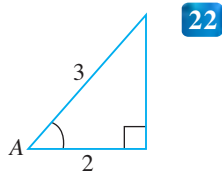
$\cos \hat{F}$ 17

$\cos \hat{G}$ 16

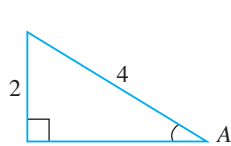
$\tan \hat{F}$ 19

$\tan \hat{G}$ 18

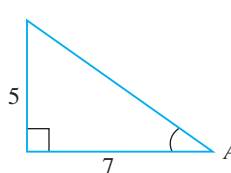
پيقانا گوشە A بەھژميرە بكارينانا بژميرى (ھەكە ھەبيت):



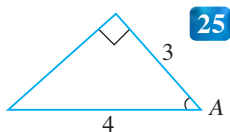
22



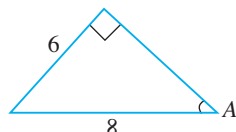
21



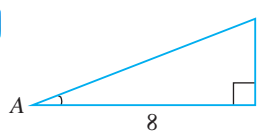
20



25

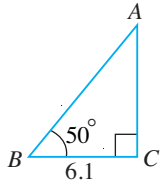


24

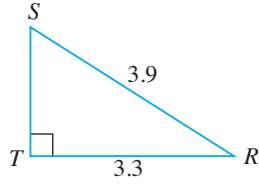


23

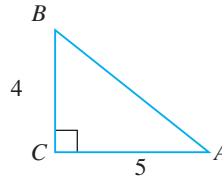
قان سېڭوشان شىكارىكە. پىقانا گۆشان بەھزىمىرە ب نىزىكرن بۇ نىزىكرىن پىلە و درىژيا لايى
 وى ب نىزىكرن بۇ نىزىكرىن بەش ژ دەھ هزاران.



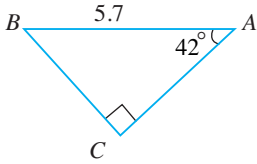
28



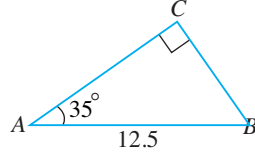
27



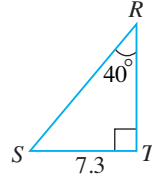
26



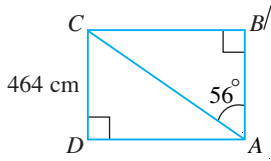
31



30



29



32 بىسەلمىنە كو پەيوەندىيا $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ ھەموو دەما يا دروستە
 كو $\cos \theta \neq 0$

32

33 ئەندازە درىژيا لايى (AD) و تىرەئى (AC) ل لاكىشا بەرامبەر
 بىنەدەر.

33

34 جوانكاريا مالان بابى گۆلبەھارى دقيا بالكۆنەكى دروستبەت لسەر شىوى سېڭوشا
 ۋەستا، و دقيا درىژيا ژىيى وى 6m بت و درىژيا ھەردوو لايىن ۋەستا دىكسان بن.

بجھئيان

ا درىژيا ھەردوو لايىن ۋەستا بەھزىمىرە.

ب رووبەرى بالكۆنى بەھزىمىرە.

فرۆكەفانى: فرۆكەيەك ل بلنداھيا 6.5 km يە، بۇ تەناھيا ھاتنا خوارا وى، كابتنى برىاردا
 بەھتە خوار.

35 پىقانا وى گۆشى بەھزىمىرە كە ھىلا ھاتنا خوارى ئەوى دگەل ھىلا ئاسۆيى دروستدەت،
 ھەكە كابتن ل دووريا 186 km دەست بەھاتنا خوارى بكتە.
 (دوورى ژ سەر ئەردى ھاتىە پىقان).

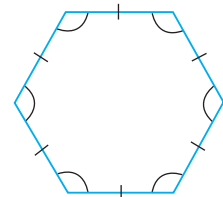
35



36 ل دووريا چەندى ژ فرۆكەخانى، دقئىت كابتن دەست
 بەھاتنا خواربكتە، ھەكە پىقانا گۆشى ل ناقبەرا ھىلا
 ھاتنا خوارى و ھىلا ئاسۆيى 5° ھەلبىزارت.

36

بەرهنگارى



37 نىفاكرن: رىقەبەريا باغچى گشتى دقيا ھۆلەكى بۇ
 بەھىنقەدانى ئاقابكتە كو بنكى وى لسەر شىوى شەش
 لايەكى رىك بىت و درىژيا لايى وى 10 بىت، ھەكە
 تىچوويا راخستنا بنكى وى 170 ھزار دىنار بىت بۇ ھەر
 مەترەكا دووجا، رىژەبىن سېڭوشەى بكاربىنە بۇ
 ھەزمارتتا برى تىچوويا راخستنا بنكى وى؟

37

لېنېرىنەك بۆپاش

پىلا ھەر رادەدارەكى دىيارىكە.

$$(x^2 - 9)(x^3 + 4) \quad \mathbf{39} \qquad 3x^2 - 5x^8 + 4x^3 + 2 \quad \mathbf{38}$$

شىتەل بىكە

$$3x^3 - 7x^2 + 2x \quad \mathbf{41} \qquad 2x^3 - 18x \quad \mathbf{40}$$

ھەر بىرەكى ب سادەترىن شىۋە بنقىسە، پىشتى رېژەكرنا ژېرەى.

$$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \quad \mathbf{45} \qquad \frac{5}{1-\sqrt{2}} \quad \mathbf{44} \qquad \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \mathbf{43} \qquad \frac{3}{\sqrt{2}} \quad \mathbf{42}$$

ناقەندى ژمارەى بۆ باھايىن ل خوارى بىنەدەن، پاشى لادانى پىقانەى بەھژمىرە.

$$110; 119; 125; 130; 78; 100; 113; 121; 103; 99; 122; 107; 102 \quad \mathbf{46}$$

$$22; 26; 28; 17; 19; 24; 36; 25; 14; 17; 46; 53; 25; 18; 34; 12 \quad \mathbf{47}$$

لېنېرىنەك بۆپاش

48 ئەندازە ھەكە خالەك ل دۆر چەقا دەوردانى بىزقېرت ب 360° ، دى رېرەوھكى بازنەى دروستكەت. وى گۆشا زفراندنى بەھژمىرە كو رېرەوى خالى نىف بازنى دروستكەت؟ چارىك بازنى دروستكەت؟

گۆشىن زقراندنى [دهوردانى] Angles of Rotation



وانه
2

نارمانچ

- دياركرنا گؤشا راگر بؤ گؤشهكى.
- دياركرنا ريژهيپن سيگوشهكى بؤ گؤشهكى لسهر شيوى پيقانهى.

بجهنينان

فروكهفانى



بؤچى؟

تو دكارى گؤشىن زقراندنى بكارىبىنى بؤ وهسفرنا تىكرانى زقراندنا بزويتهرى (محرک) فروكهكا پهرواندهر.

پهروانى فروكهكى 1100 خۇلان دخولهكهكىدا زقرت، ئهو خالا لسهر پهروانى فروكى چهند پلان دچركهكىدا دزقرت؟

ههكه پىناسا گؤشى ل ئهاندازى ئهقه بيت، كو گوشه شيويههكى پىكهاتيه ژ ئهجامى ئىكو

دووگرتنا دوو تيشكىن هاوبهش ل خالا بنهرت، پىناسا وي ل سيگوشهزانى دبىته زقراندنا

تيشكهكى ل دور خالا بنهرت ژ جههكى بؤ جههكى دى، ههر جههكى كو تيشكى دزقرت دگهل

جهى دهستپىكرى گؤشههكى دياردكهت دبىژنى گؤشا زقراندنى [دهوردانى]. بىركارى زانا هندهك جارن پىتا يونانى (ثىتا) بكاردينن بؤ نافكرنا گؤشا زقراندنى.

ئهو جهى تيشك ژى دهستپىدكهت دبىژنى لايى ئىكى بؤ گؤشى،

ئهو جهى تيشك لى رادوهستيت دبىژنى لايى دوماهيكى بؤ گؤشى.

گؤشه دبارى پيقانهيدايه ههكه سهرى وي ل خالا بنهرت بيت

دروتهختى پوتانيدا، و لايى ئىكى بكهقيته سهر نيقى موجهبى.

توهرى ئىكى ههكه زقراندن ل ئاراستهيبى بهرؤفاژى لقينا

مىلى دهمرمىرى هاته ئهجامدان دى پيقانا گؤشى يا موجهب بيت،

و دى پيقانا گؤشى يا سالب بيت ههكه زقراندن هاته ئهجامدان دگهل

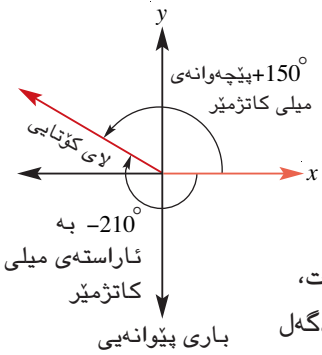
ئاراستهى لقينا مىلى دهمرمىرى. پله دهيته دانان ب گرنگترين يهكىن

پيقانا گؤشى، و هيمايى (°) بؤ وي دهيته دانان.

پيقانا گؤشا دهيته دروستكرن ژ ئهجامى زقراندنا تيشكى ل خولهكا تهواو (تمام) دبىته 360°، ژ

بهرفى چهندي (پله) دهيته پىناسكرن كو پيقانا گؤشا پهيداوبوى ژ زقراندنا تيشكى ب $\frac{1}{360}$ ژ

خولهكا تهواو.



گؤشا پيقانا وي 45° دبىته $\frac{1}{8}$ ژ خولا تهواو

گؤشا پيقانا وي 180° دبىته $\frac{1}{2}$ ژ خولا تهواو

گؤشا پيقانا وي 270° دبىته $\frac{3}{4}$ ژ خولا تهواو

ئاراستهیی زفراندنی چهنده ههكه گۆشا وی 90° و 120° بیت؟ ئهو بهشی هه ئیک ژ وان ژ خۆلهكا تهواو پیکدهینت چهنده؟



نمونه 1

ئهم دی قهگرینه وی پرسیارا ل دهستیپکا وانى هاتیه بهسکرن. خالهكه لسهر پهروانى وی فروکی چهنه پلان دچرکهکیدا دزفریت؟

شیکار

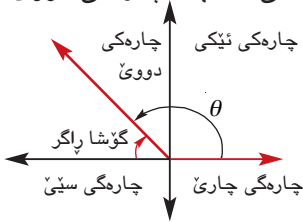
پهروانه 1100 دهوران (خۆل) دخۆلهکهکیدا دزفریت، قیجا خالا لسهر پهروانى فروکی $1100 \times 360^\circ = 397000^\circ$ دخولهکهکیدا دزفریت. و ب قی شیوهی ئهو خالا لسهر پهروانى فروکی $\frac{397000}{60} = 6600^\circ$

ههولبده

سیدیین مؤزیکى 33.3 دهوران (خۆلان) د خولهکهکیدا زفرن. خالهك لسهر سیدییهکی دی چهنه زفرت دئیک چرکیدا.

ل وانا سیی دی فیربی کو چهوا ریژهیین سیگۆشهی بوگۆشهكال بارى پیقانهی بههژمیری، دهمی پیقانا وی زیدهتر بیت ژ (90°) یان (کیتر بیت ژ سفری). دا تو بکاری ئهوی ئهنجامدهی ته دی پیتقیاتی هه بیت ب دیارکرنا گۆشا راگر بو وی گۆشا دبارى پیقانهیدا.

ههكه θ گۆشهیهك بیت دبارى پیقانهیدا، گۆشا وی یا راگر ئهو گۆشا تیژا موجهبه، پیکدهیت ژ لایى دوماهیا گۆشى و ئهوی بهشی تهوهری ئیکی (موجهب یان سالب) یی نیزیکتر بووی. بو زانین بهشی موجهبی تهوهری ئیکی دچارکی ئیکی و چاری دایه و بهشی سالب د چاریکی دووی و سیی دایه.



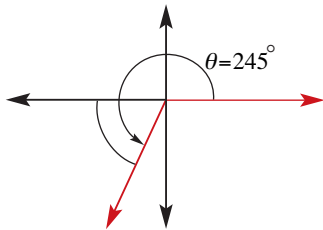
نمونه 2

گۆشا راگر بو ههه گۆشهکی چهنده؟

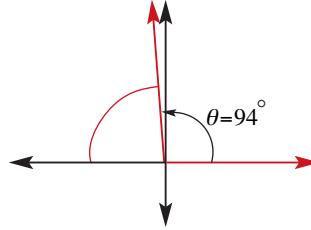
- ا $\theta = 94^\circ$ ب $\theta = 245^\circ$
 ج $\theta = 290^\circ$ د $\theta = -110^\circ$

شیکار

ا لایى دوماهیکى بوگۆشه $\theta = 94^\circ$ د چاریکی ب لایى دوماهیا گۆشه $\theta = 245^\circ$ د چاریکی دووی دایه. بهشی سالب ژ تهوهری ئیکی بکاریینه.
 ب لایى دوماهیا گۆشه $\theta = 245^\circ$ د چاریکی دووی دایه. بهشی سالب ژ تهوهری ئیکی بکاریینه.

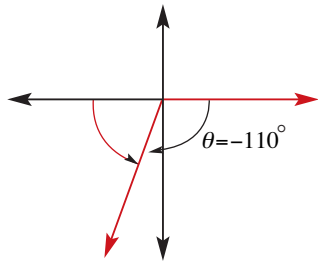


$|180^\circ - 245^\circ| = 65^\circ$ پیقانا گۆشا راگر



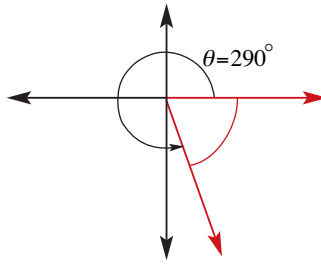
$|180^\circ - 94^\circ| = 86^\circ$ پیقانا گۆشا راگر

د لایى دوماھیا گۆشە $\theta = -110^\circ$ دچاریكى سییى دایه. بهشى سالب ژ تهوهرى ئىكى بكارینه.



$$|180^\circ - 110^\circ| = 70^\circ \text{ پیقانا گۆشا راگر}$$

ج لایى دوماھیا گۆشە $\theta = 290^\circ$ دچاریكى چارى دایه. بهشى موجەب ژ تهوهرى ئىكى بكارینه.



$$|360^\circ - 290^\circ| = 70^\circ \text{ پیقانا گۆشا راگر}$$

هەولبەدە

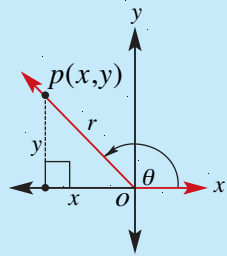
گۆشا راگر بۆ گۆشا $\theta = 315^\circ$ چەندە؟ و بۆ گۆشا $\theta = -235^\circ$ دبارى پیقانەیدا.

ژمارا وان گۆشین دكەفنه ناقبەرا 0° و 360° چەندە كو دئيك گۆشا راگر دا بەشدارى دكەن بۆ گۆشەكا دیاركرى.

هزرکرنەکا رەخنەگر

هەكە تە وەسا دانە x و پۆتانى خالەكینە لەسەر لایى دوماھیا گۆشەكى دبارى پیقانەیدا، تۆ دى كارى نیشاننا هەر ریزەکا سیگۆشەى بۆ گۆشەكى دیارکەى.

ریژەیین سیگۆشەى بۆ گۆشا θ



هەكە $P(x, y)$ خالەك بیت لەسەر لایى دوماھیا گۆشا θ دبارى پیقانەیدا.

دوورى ل ناقبەرا P و خالا بنەرەت درووتەختى پۆتانیدا دبیتە:

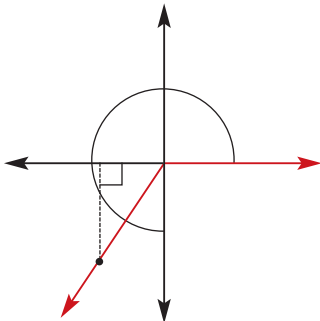
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x \neq 0 \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} \quad \sin \theta = \frac{y}{r}$$

خالا $P(-2, -3)$ دكەفتە سەر لایى دوماھیا گۆشا θ دبارى پیقانەیدا، ریزەیین سیگۆشەى بۆ وى گۆشى بەهژمیرە.

3 نمونە

شیکار



وینەى بکیشە $x = -2$ $y = -3$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-2}{\sqrt{13}} \quad \sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{-3}{\sqrt{13}}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

خالا $P(3, -5)$ دكەفتە سەر لایى دوماھیا گۆشا θ دبارى پیقانەیدا، ریزەیین سیگۆشەى بۆ وى گۆشى بەهژمیرە.

هەولبەدە

ديارکړنا نيشانين ريژه يين سيگوشي د چاريکين روته ختي پوتانيدا:
Exploring the Sign of Trigonometric Ratios

چاريکي			ريژا سيگوشي
چاري	سيبي	دووي	
			+
			$\sin \theta$
			$\cos \theta$
			$\tan \theta$

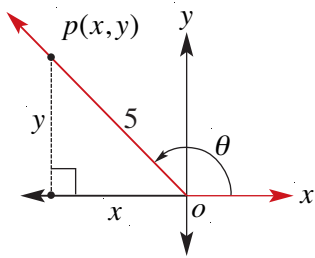
1. خشتي بهرامبر کوپيکه و تمامبکه و نيشانا هر ريژه يکا سيگوشي دياربکه بو گوشا θ ل بارى پيقانه ل دوو وى چاريکي لايى دوماهي دکهفتي.

2. لايى دوماهيا گوشا θ دکهفته کيز چاريکي هکه $\sin \theta = -\frac{2}{7}$ ؟ $\cos \theta = -\frac{2}{7}$ ؟ $\tan \theta = -\frac{1}{5}$ هه موو بهر سقين د شياندا بيژه.

3. نيري بهايي (r) کاريکرن ههيه لسره نيشانا هر ريژه يه کا سيگوشي؟ هويى بهر سقا خو روونبکه.
4. کيز ژ هر گوراوه کي x يان y نيشانا $\sin \theta$ ، $\cos \theta$ ، $\tan \theta$ ديار دکه؟

خاله کا چاډيري

ههکه تو بزاني لايى دوماهيا گوشا θ ل بارى پيقانه ل دکهفته دکيز چاريکيدا، و بهايى ريژه يه کا سيگوشي بزاني، تو دى شبي ههردو ريژه يين دى بهه ژميري.



$\sin \theta$ ، $\tan \theta$ بهه ژميره ههکه بزاني گوشا θ د بارى پيقانه لايه و لايى دوماهيا گوشي دکهفته چاريکي دووي $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

4 نمونه

شیکار

وينه ي بکيشه و پوتاني خالا P بهه ژميره.

چونکي $\cos \theta = -\frac{3}{5} < 0$ دى (x) يا سالب بيت، $r = 5$ ، $x = -3$ ، سله مينراوا فيساگورس بکار بينه بو هه ژمارتنا y .

$$5^2 = (-3)^2 + y^2$$

$$y^2 = 25 - 9 = 16$$

$$y = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

$P(x, y)$ د چاريکي دووي لايه.

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3} \quad \sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{4}{5}$$

هه ولېده $\tan \theta$ ، $\cos \theta$ بهه ژميره ههکه بزاني کو گوشا θ د بارى پيقانه يدايه و لايى دوماهيا گوشي دکهفته چاريکي سيبي و $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ ههکه لايى دوماهيا گوشا θ ل بارى پيقانه ل جوت بيت دگهل ته وري دووي ($x = 0$) دى $\tan \theta$ نه يا پينا سه کريت.

ريژه يين سيگوشي بو گوشا $\theta = 90^\circ$ بهه ژميره. خاله کا چاډيري

راهينان

به رده و امبوون د بير کارييدا

1 جياوازي چيبه ل ناقه را گوشين سيگوشا وه ستاو و گوشين زفراندني؟

بجهئنان

- 2 ئەو جياوازيين هين ل ناقبەرا ريژەييين سيگوشەي يين گوشەكي و ريژەييين سيگوشەي يين گوشا وي يا راگر چنه؟ هويين قان جياوازيان چنه؟
- 3 ئەري دقيت تو پيقانا گوشي بزاني، داريژەييين سيگوشەي بو وي گوشي بههژمييري؟ هويي بهرسقا خو روونبكه.

راهيئانين ئاراسته كرى

- 4 **فروكهفاني:** پهرواني مەزن يي فروكهكا هيليكوپتەري 430 خولان دخولهكهكيذا دزقپت. خالهك لسەر پهرواني وي هيليكوپتەري چەند پلان د خولهكهكيذا دزقپت.
- 5 گوشا راگر بو هەر ئيك ژ نهقان گوشان 90° ، 280° ، -36° بههژمييره.
- 6 خالا $P(3, -2)$ دكهفته سەر لايي دوماهيا گوشا θ دباري پيقانەي دا، ريژەييين سيگوشەي بووي گوشي بههژمييره.
- 7 $\tan \theta$ ، $\cos \theta$ بههژمييره، ههكه بزاني كو گوشا θ دباري پيقانەي دايه و لايي دوماهيا گوشي دكهفته چاريكي سيي و $\sin \theta = -\frac{12}{13}$

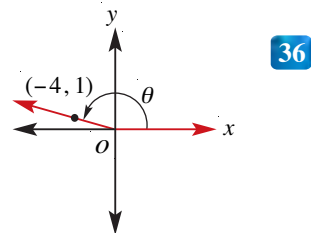
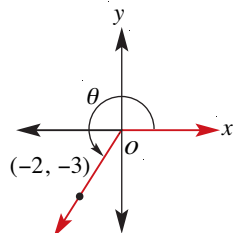
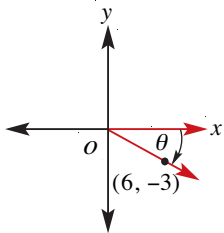


راهيئان و بجهئنان

هەر گوشەكي د باري پيقانەي دا بكيشه.

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 11 | 10 | 9 | 8 |
| -130° | -300° | 280° | 115° |
| 15 | 14 | 13 | 12 |
| 160° | 112° | 23° | 35° |
| 19 | 18 | 17 | 16 |
| -315° | -135° | 478° | 612° |
| 23 | 22 | 21 | 20 |
| -485° | -450° | -180° | 90° |
| 27 | 26 | 25 | 24 |
| 195° | 225° | 270° | 540° |
| 31 | 30 | 29 | 28 |
| -280° | -120° | 560° | 410° |
| 35 | 34 | 33 | 32 |
| -540° | -395° | -295° | -175° |

ريژەييين سيگوشەي بو گوشا θ بههژمييره.



ريژەييين سيگوشەي بو گوشا θ ل باري پيقانەي بههژمييره، ههكه بزاني كو ئەف خالين دياركرين دكهفته سەر لايين دوماهيي.

- | | | | |
|------------|------------|-------------------|------------------|
| 42 | 41 | 40 | 39 |
| $(-4, 6)$ | $(-4, 2)$ | $(5, 2)$ | $(3, 4)$ |
| 46 | 45 | 44 | 43 |
| $(-1, -8)$ | $(-4, -3)$ | $(2\sqrt{5}, -1)$ | $(\sqrt{3}, -3)$ |

ئەو چارېكى لايى دوماھيا گۆشا θ ل بارى پېقانى دكەفتى يى دياركرىه و ھەروھسا بەھايى رېژەكا سيگۆشەي يا دياركرىه. بەھايى رېژا سيگۆشەي يا داخوازكرى بەھژميرە.

47 چارېكى ئېكى: $\tan \theta : \cos \theta = 0.25$ 48 چارېكى سېي: $\tan \theta : \cos \theta = -0.50$

49 چارېكى چارى: $\sin \theta : \tan \theta = -1$ 50 چارېكى ئېكى: $\sin \theta : \tan \theta = 2$

51 چارېكى سېي: $\cos \theta : \sin \theta = -0.50$ 52 چارېكى دووي: $\cos \theta : \sin \theta = 0.40$

ژمارا خۇلپن (دەورين) تەمام يان بەشىن وي ئەويىن گۆشە دنويىت ديارىكە. ئاراستەيى زفرائدى ديارىكە ئەرى دگەل مىلى دەمژميرىيە يان دژى مىلى دەمژميرىيە.

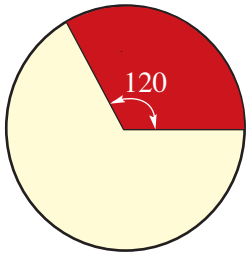
53 45° 54 90° 55 -180° 56 -270

57 450° 58 720° 59 -420° 60 -640

61 $\cos \theta$ بەھژميرە ھەكە بزاني كو $\tan \theta < 0$ $\sin \theta = 0.375$

62 $\tan \theta$ بەھژميرە ھەكە بزاني كو $\sin \theta < 0$ $\cos \theta = 0.809$

63 ھەكە ئازادى تيرەك دانا بازنى و ژى گرت، ئەگەرا تيرە بکەڧتە دناڧ بەشى سۇردا چەندە؟



بەھنگارى

گریدان

64 ئەندازە: پەروانى فرۆكەكى 900 خولان دخولەكەكېدا دزڧرت، خالەك لسەر قى پەروانى چەند دچەرکەكېدا دزڧرت؟

65 دەرياقانى: كاپتنين پاپوران و فرۆكان يەكەيەكا دريژىي بكاردينين دبيژنى مىلى دەريايى (مىلى بەحرى) بۇ پيقانا دوورىي، مىلى دەريايى ب نيزىكى يەكسانە دريژيا كڧانەكى لسەر

گۇيا ئەردى بەرامبەر چەقەگۆشەكى بيت كو پيقانا وي ئىك خولەك بيت (ھەر 60 خولەك يەكسانە ب ئىك پلە). تيرى گۇيا ئەردى ل ھىلى كەمەر بەندى بنيزىكى 12756 km .

ا چيوئ ئەردى بەھژميرە لنك ھىلى كەمەر بەندى.

ب چەند خولەك يەكسانە ب چيوئ ئەردى؟

ج چەند كيلومەتر يەكسانە ب ميلەكى دەريايى (بەحرى)؟

بجھتيان

لينيىنەك بو پاش

66 $x^2 - 8 = 188$ شىكارىكە.

67 چەند رى ھەنە بۇ ھەلبىژارتنا 4 مروڧان ژ 10 مروڧان؟

لينيىنەك بو پيش

رېژەيىن سيگۆشەي بۇ گۆشا θ ل بارى پېقانى بەھژميرە، ھەكە بزاني كو ئەڧ خالين دياركرين دكەڧنە سر لايين دوماھيا گۆشى:

68 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ 69 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 70 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$



نارمانچ

- پيڦانى شىستى دگوهورن بۆ پيڦانى بازنه‌ي، و به‌روفاژى.
- دريژيا كفانه‌كى لسهر بازنى ده‌ژميرن.

بۆچى؟

پيڦانى بازنه‌ي ده‌يته بكارئينان بۆ به‌سكرا رووانين دووباره روودهن، ودى بيلين [شه‌پول] بۆ مه‌لهرزان، و گوه‌رپنكارين كەش و هه‌واى و لڦينا بازنه‌ي بۆ تەنان ودى هه‌يقين ده‌ستگرد [قمر اصطناعى]

جه‌ئنان

كه‌شناسى

هه‌يقا ده‌ستگرد ل بلنداهايا 35 750 ژ سه‌ر رووى ئه‌ردى دفرت بۆ ده‌ستنیشانكرا كەش و هه‌واى له‌زا هه‌يله‌ي Linear Speed بۆ قى هه‌يقى چهنده، هه‌كه هه‌ر 24 ده‌ژميران چاره‌كى ل دور ئه‌ردى بزقرت؟

ل بولين پيشى تو فيرى پيڦانا گوشان بووى بكارهينانا پلى، و سيستمى پيڦانى ب پلى دبىژنى پيڦانى شىستى، ل قى وانى دى فيرى پيڦانا گوشى بى بكارئينانا يه‌كه‌كا نوو دبىژنى رادبان، و سيستمى پيڦانين ب رادبان دبىژنى پيڦانى بازنه‌ي.

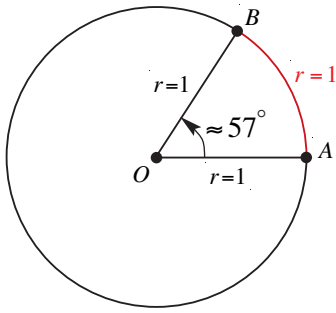
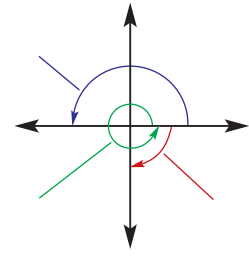
چالاكى

Exploring Radian Ratio

قه‌ديتنا ريژا بازنى

- ته‌ پيڦاتى ب شه‌ريته‌كى سه‌نتيمه‌ترى و چهند بۆريين لووله‌كى يين جياواز هه‌يه.
1. تيرى چهند لووله‌كين جياواز بپيڦه، و چپوى هه‌ر ئىكى ژ وان بپيڦه. وان ئه‌نجامين ب ده‌ست ته‌كه‌فيتن د خشته‌كيدا تۆماربكه.
 2. ريژا چپوهى بۆ تيره‌ي به‌ه‌ژميره بۆ بنكى هه‌ر لووله‌كه‌كى، وان دخته‌كيدا تۆماربكه.
 3. به‌ايين هه‌موو وان ريژان دى دنيزيكبن بۆ ژماره‌كا ب ناف و دنگ، تو دزاني، چ دبىژنه‌وى ژمارى؟

خاله‌كا چاڤدريى ✓



چيوي بازنى $2\pi r = 2\pi$ ، چونكى نيقتيري بازنى ئىك يەكەيه دى
چيوي بازنى بيته $= 2\pi$.

راديان (گوشا نيقتيره) دهيتتە پيناسكرن كو پيقانا چەقە
گوشەكيبە دىبازنىدا، نيقتيري وي r بيت و ئەف گوشە كفانەكى
سنور دكەت دريژيا وي r بيت دىبازنا يەكيدا [دائرة الوحدة].
قيجا راديان (گوشا نيقتيره) دبيتە پيقانا چەقە گوشەكى دىبازنا
يەكيدا كو كفانەكى سنور دكەت دريژيا وي 1 يەكە بيت. ژ فئ
پيناسى دەرئەنجامدەكىن كو پيقانى بازنەى بو گوشەكا وەستاو
دبيتە چاريكا چيوي بازنا يەكى. نانكو $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ گوشە نيقتيره.
و پيقانا خولەكا تەمام دبيتە 2π گوشا نيقتيره، و ب دەرپرینەكا
دى:

$$\frac{1}{2\pi} \times 360^\circ \approx 57^\circ = \text{ئىك گوشا نيقتيره}$$

گوهورينا پيقانا گوشى

ژيله بو گوشا نيقتيره $\frac{\pi}{180}$ ل
ژ گوشە نيقتيره بو پله $\frac{180}{\pi}$ ل

$$\text{ل } \frac{\pi}{180} \quad \text{له } \frac{180}{\pi} \text{ بده}$$

نەشان ژ پله بو گوشا نيقتيره يان ژ گوشا نيقتيره بو پله بگوهوره

$$40^\circ \quad \text{ب } 3\pi \text{ گوشە نيقتيره}$$

شيكار

$$40^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{9} \quad \text{ب } 3\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 540^\circ$$

نمونە 1

1

هەولبدە

-120° بو گوشا نيقتيره بگوهوره و $-\frac{2}{3}\pi$ بو پله بگوهوره.
گوشەك پيقانا وي 1° يە. پيقانا وي ب گوشەين نيقتيره چەندە؟

خالەكا چاقديري

نمونە 2

2

هەولبدە

قان بهژميره: $\sin \frac{3\pi}{2}$, $\cos \frac{2\pi}{3}$, $\tan \frac{5\pi}{4}$

گوشين تايبەت ئەف گوشەنە: $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$.
بازنەكى وينەبەكە و گوشين تايبەت لسەر بکيشە، پيقانا هەر ئىكى ژ وان ب گوشا نيقتيره
بنقيسە.

خالەكا چاقديري

$$\sin \frac{\pi}{3} \quad \text{ب } \cos \frac{3\pi}{4} \quad \text{ج } \tan \frac{4\pi}{3}$$

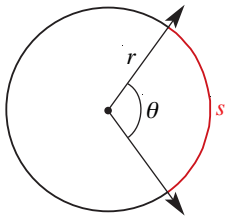
شيكار

دەستپيەكە ب گوهوريني ژ گوشا نيقتيره بو پله، پاشى ريژهين سيگوشەى بهژميره:

$$\frac{\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 60^\circ \quad \text{ب } \frac{3\pi}{4} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 135^\circ \quad \text{ج } \frac{4\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 240^\circ$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \sin 60^\circ \quad \cos \frac{3\pi}{4} = \cos 135^\circ \quad \tan \frac{4\pi}{3} = \tan 240^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \quad = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad = \sqrt{3}$$



شیوی بهرامبەر بازنه که نیقتیری وی r و پیقانا چهه گۆشا θ گوشه نیقتیره دیار دکهت. تو دکاری هاوریژئی بکارینی بو دیار کرنا ریسیایه کی پیقانا θ ب گۆشا نیقتیره $s = r\theta$ → دریژیا کفانی گۆشی سنور دایی پیقانا (0) ب گوشه نیقتیره

$$\frac{s}{2\pi r} = \frac{\theta}{2\pi} \text{ چیوی بازنی.}$$

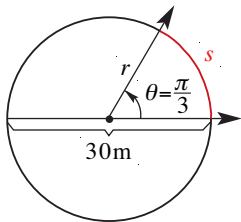
Arc Length دریژیا کفانی

بو ههژمارتنا دریژیا کفانی s کو چهه گۆشه کی سنور کر بیت پیقانا وی θ گوشه نیقتیره بیت دبازنه کی و نیقتیری وی r قی ریسیای بکارینه $s = r\theta$.

ئەری تو دشی وی پیناسا بو رادیان هاتیه بکارینان ل دەستپیکا وانی پروونیکه ی؟

هزرکرنه کاره خنه گر

دریژیا وی کفانی ب چهه گۆشا پیقانی وی $\frac{\pi}{3}$ رادیان سنوردای بههژمیره، ههکه تیری بازنی 30m بیت.



شیکار

تیری بازنی 30 m .

دی نیقتیره بیته 15 .

$$s = r\theta = 15 \times \frac{\pi}{3} = 5\pi$$

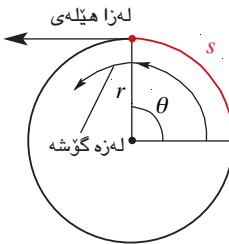
دریژیا کفانی 5π m یان 15.7m ب نیژیکی.

3 نمونه

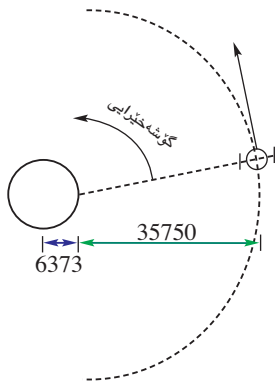
دریژیا وی کفانی ب چهه گۆشا پیقانی وی 0.6 رادیان سنوردای بههژمیره، ههکه نیقتیری بازنی 1.25m بیت .

ههولبده

دهمی له شهك (تهنهك) ب لهزهكا نهگور لسهر ریرهوهکی بازنه نیقتیری وی r بیت بریقه بچت، دی لهزا هیلهی Linear Speed بو وی لهشی بیته ریژا دریژیا وی کفانی (s) کو لهش دپرت بو دهمی (t) قه دکیشت، ئانکو $\frac{r\theta}{t} = \frac{s}{t}$ ، θ گۆشا زفراندنا لهشی دنوینت ب گوشه نیقتیره وی (رادیان).
(لهزا گۆشه وی) (السرعة الزاویه) بو لهشهکی دبیته ریژا پیقانا گۆشا زفراندنی (θ) ب رادیان بو دهمی (t) ئانکو $\frac{\theta}{t}$.



ههکه ئەم بزفرین بۆ وێ پرسیارا هاتیە بەهسکر ل وانا ئیکێ. لەزا هیلە و لەزا گۆشە بۆ هەیفە دەستگرد بەهەژمێرە، ههکه بزانی کو نیقتیری ئەردی یەکسانە ب 6 373 km ب نیزیکی.



شیکار

دەست ب هەژمارتە نیقتیری هەیفە دەستگرد بکە.

$$\begin{aligned} \text{نیقتیری هەیفە دەستگرد} &= \text{نیقتیری ئەردی} + \text{بەندامیا هەیفی} \\ &= 6\,373 + 35\,750 \\ &= 42\,123 \end{aligned}$$

لەزا هیلە بۆ هەیفی دەمی رادییت ب خۆلەکا تەمام (2π) رادیان) ل ماوی 24 دەمژمێران بەهەژمێرە.

$$\frac{r\theta}{t} = \frac{42123 \times 2\pi}{24} \approx 11028$$

قێجا لەزا هیلە بۆ هەیفە دەستگرد دبیتە (8 20 11 km دەمژمێر) ب نیزیکی.

نھۆ لەزا گۆشە بۆ هەیفە دەستگرد بەهەژمێرە بکارئینانا ریسایا $\frac{\theta}{t}$.

$$\frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$$

قێجا لەزا گۆشە بۆ هەیفە دەستگرد دبیتە $\frac{\pi}{12}$ رادیان دەمژمێرە کێدا.

هەولبەدە لەزا هیلە و لەزا گۆشە بۆ مروقەکی بەهەژمێرە لسه ئەردی کو ب 6373 کلم یی دوورە ژ چەقی ئەردی.

راھینان

بەردەوامبوون د بیر کاربیدا

- 1 پیقانی بازنە بۆ گۆشی چیبە؟ ب چ یا جیاوازه ژ پیقانی شیستی؟
- 2 چەوا گوھۆرپینی دکە ژ گۆشە نیقتیرە بۆ پلە و ب بەرۆقازیا وئ؟
- 3 چەوا دریزیا کفانەکی سنوردای ب چەقە گۆشەکی دبازنە کێدا دەیتە گوھۆرپین، ههکه نیقتیری بازنی چەند جارن بکە؟
- 4 لەزا هیلە و لەزا گۆشە بۆ تەنەکی لسه ریزه وەکی بازنە بریقەبچت جیبە؟ وجیاوازی جیبە ل ناقبەرا وان؟

راھیناتین ئاراستە کری

فان ژ پلە بۆ رادیان بگوھۆرە یان ب بەرۆقازیا.

$$120^\circ \quad \text{6} \quad \frac{\pi}{4} \text{ رادیان}$$

ریژەیین سیکۆشە ل خواری بەهەژمێرە:

$$\tan \frac{5\pi}{3} \quad \text{9} \quad \cos \frac{5\pi}{4} \quad \text{8} \quad \sin \frac{2\pi}{3} \quad \text{7}$$



10 دريژيا كفانى سنووردای ب چهقه گوشا پيقانا وي $\frac{4\pi}{3}$ راديان سنووردای بههژميړه، ههكه دريژيا نيقتيريى بازنى 90cm بيت.

11 **بوخوشیې:** تيريى خوارنگه ههكا دزقرت لسهرى تهوهرى 60 مهتره، وئهف خوارنگه هه خولهكا تهواو دزقرت ل دهمى 58 خولهكان. لهزا هيلهى و لهزا گوشهى بو زهلامهكى روينشتى ل نيزيكى په نجرهكى ژ په نجرين خوارنگه هى بههژميړه.

راهينان و بجهينان

قان ژ پيقانى شيستى بو پيقانى بازنهى بگوهوره.

270°	15	360°	14	90°	13	180°	12
-240°	19	-240°	18	-120°	17	-30°	16
160°	23	80°	22	930°	21	720°	20

قان ژ گوشه نيقتيرهى بو پله بگوهوره بهرسقى نيزيكه بو نيزيكترين بهش ژ سهدى ژ پلى.

$\frac{\pi}{4}$	27	$\frac{\pi}{2}$	26	π	25	2π	24
$-\frac{\pi}{4}$	31	$-\frac{\pi}{2}$	30	$\frac{\pi}{6}$	29	$\frac{\pi}{3}$	28
4.96	35	9.27	34	-9.799	33	-3.91	32

قان ريژه بين سيگوشهى بههژميړه.

$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$	39	$\cos \frac{\pi}{3}$	38	$\cos \pi$	37	$\sin \pi$	36
$\tan \frac{\pi}{4}$	43	$\tan \pi$	42	$\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$	41	$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	40
$\cos 5\pi$	47	$\sin\left(\frac{11\pi}{2}\right)$	46	$\cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right)$	45	$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	44

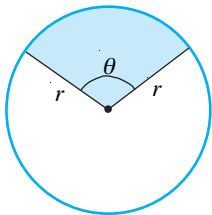
دريژيا كفانى سنووردای ب ههر چهقه گوشهكا دياركرى دبازنهكا نيقتيريى وي 10 مهتر دا بههژميړه.

- 48 3.8 گوشه نيقتيرهى (راديان) 49 2.4 گوشه نيقتيرهى (راديان) 50 45 گوشه نيقتيرهى (راديان)
- 51 72 گوشه نيقتيرهى (راديان) 52 4.28 گوشه نيقتيرهى (راديان) 53 0.67 گوشه نيقتيرهى (راديان)
- 54 $\frac{\pi}{3}$ گوشه نيقتيرهى (راديان) 55 $\frac{2\pi}{3}$ گوشه نيقتيرهى (راديان) 56 $\frac{\pi}{4}$ گوشه نيقتيرهى (راديان)
- 57 $\frac{\pi}{2}$ گوشه نيقتيرهى (راديان) 58 $\frac{7\pi}{4}$ گوشه نيقتيرهى (راديان) 59 $\frac{7\pi}{6}$ گوشه نيقتيرهى (راديان)

نه اندازه رووهرى كهرتى بازنا سنووردای ب چهقه گوشا پيقانا وي θ راديان دببته بهشهك، بهايى وي $\frac{\theta}{2\pi}$ ژ رووهرى بازنى πr^2 .

$$A = \frac{\theta}{2\pi} \times \pi r^2 = \frac{\theta r^2}{2}$$

60 رووهرى كهرتى بازنهكا سنووردای ب چهقه گوشا پيقانا وي $\frac{7\pi}{6}$ دبازنهكيډا نيقتيريى وي 20 m بههژميړه.

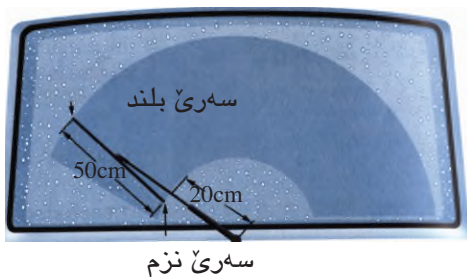


61 پيقانا چهقه گوشا دبازنهكا نيقتيريى وي 12 cm بيت بههژميړه، ههكه بزاني كو رووهرى كهرتى بازنا سنووردای ب وي چهقه گوشى دببته 55.5 cm^2 .

نه اندازه فرچى پاقركرنا ئافى لسهر جامى

ترومبيلهكى دزقرت ب گوشهكى پيقانا وي $\frac{3\pi}{4}$ راديان د ههر 0.9 ژ چركهكى.

62 ئه دووراتيا خالهك لسهر لايى بلنديى فرچهى دبپرت، و خالهك لسهر لايى نزم يى فرچهى دبپرت بههژميړه، ههكه فرچه ب $\frac{3\pi}{4}$ راديان بزقرت.



63 لهزا هیله‌ی بۆ هەردوو خالان ل پرسیارا 62 ب سەنتیمەتران د چەرکەکیدا بەهەژمێرە. وان

هەردوو لەزان ب کیلومەتران د دەمژمێرەکیدا بەهەژمێرە.

تەکنۆلۆژیا: خواندەواری سیدی پەستینگری، سیدی ب لەزا گۆشەکا نەگۆر دزقپینت، لی لەزا هیله‌ی بۆ خاله‌کی ل سەر سیدی دەیتە گوھۆین پی نیقتیری وی بازنا ئەو خاله ل سەر. وەسا دانە وان پیدایین هاتینە نقیسین ل سەر سیدی دناق بازنەکیدا نیقتیری وی 6 cm بیت.



64 لهزا هیله‌ی بۆ خاله‌کا دکەفته سەر لای

وی بازنا پیداییان ل سەر هاتینە نقیسین

بەهەژمێرە، هەکە بزانی سیدی ل دەمی

خواندنا قی خالی 200 خولان

دخوله‌کەکیدا دزقپت.

65 لهزا هیله‌ی بۆ خاله‌کا دکەفته دووریا 2cm ژ

لای ژ دەرڤه‌ی بازنا پیداییان بەهەژمێرە، هەکە

بزانی سیدی ل دەمی خواندنا وی خالی 240

خولان د خوله‌کەکیدا دزقپت.

بەریکانا ترومبیلان: ترومبیل بەریکانی دکن ل سەر گۆرەپانەکا بازنە‌ی کو نیقتیری وی 300m .

ترومبیلەکی کفانەک بری کو پیقانا چەقە گۆشا وی 120° بوو دەمی 17.5 چرکاندا.

66 لهزا هیله‌ی بۆ وی ترومبیلی ب مەتران د چەرکەکیدا بەهەژمێرە.

67 لهزا گۆشە‌ی بۆ وی ترومبیلی ب رادیان د چەرکەکیدا بەهەژمێرە.

لینیرینەک بۆ پاش

هەر لاسەنگە‌یەکی شیکاریکە. کۆمە‌لا شیکاری ل سەر تەوهری ژماران بنوینە.

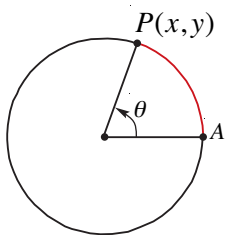
$$|3x+5| < 4 \quad 70 \quad |2-x| > 1 \quad 69 \quad |x-4| \leq -2 \quad 68$$

هەر هاوکیشە‌یەکا ریژە‌ی شیکاریکە، و شیکاری ساخبکە ب هەر ریپە‌کی.

$$\frac{y}{y-4} - \frac{y}{y+2} = \frac{5}{y^2-2y-8} \quad 72 \quad \frac{x-3}{x+5} = \frac{x}{2+1} \quad 71$$

لینیرینەک بۆ پیش

73 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ بەهەژمێرە.



ھاوئەنجامین سیگۆشەیی یین بنەرەتی

Fundamental Trigonometric Identities

وانەیا

4

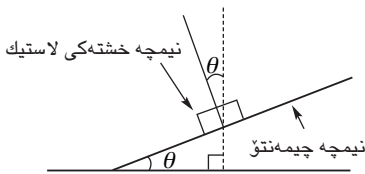


نارمانج

- سەلماندا ھاوئەنجامین سیگۆشەیی یین بنەرەتی.
- بکارئینانا ھاوئەنجامین سیگۆشەیی یین بنەرەتی بۆ سادەکرنا برین سیگۆشەیی.

بۆچی؟

تو دکاری ھاوئەنجامین سیگۆشەیی یین بنەرەتی بکاربینی بۆ نقیسینا بری سیگۆشەیی پی نیک ریژا سیگۆشەیی، و ئەقە ھاریکاریا تە دکەت بۆ شیکارکرنا گەلەک پرسیاران لسەر ژيانا روژانە. وەکی دیارکرنا گوژا خلزاندن، ئەوا وەسا دکەت کو شەشپالۆیەکا لاستیکی یا دانای لسەر روویەکی چیمەنتوویی دەست بخلزاندن بکەت.



نیمچە شەشپالۆیەکا ژلاستیکی یا دانای بیت لسەر روویەکی ژ چیمەنتوویی. تو دشی لایەکی وی ھیدی ھیدی بلندبکەیی. گوژا چەماندن دئ بیتە چەند دەمی نیمچە شەشپالۆ دەست ب خلزاندن بکەت؟ زانایان ئەف گوژە بکارئینان بۆ دیارکرنا ھاوکۆلکی لیکخشاندن μ_s Coefficient of Static Friction (ms) دەیتە خواندن (میوئیس)، و ms نەگۆرە ل ناقبەرا لاستیک و چیمەنتوویی، ئەف ھاوکۆلکە دبیتە 1.4 .

بجھتینان

فیزیا

ئەوا ھیزا بەرگریی ژ خلزاندا نیمچە شاشپالۆیی دکەت دەیتە دەرپرین ب بری $\mu_s mg \cos \theta$ کو m بارسٹای نیمچە شەشپالۆییە، g تا و دانا راکیشانییە، لی ئەو ھیزا ھاریکاریا خلزاندن دکەت دەیتە دەرپرینی ب بری $mg \sin \theta$ ، خلزانن دەستپیدکەت دەمی ھەر دوو ھیز یەکسان بن. ئانکو $1.4 mg \cos \theta = mg \sin \theta$. قی ھاوکیشی بکاربینە بۆ ھەژمارتانا گوژا θ کو دبیزنی گوژا خلزاندن.

هاوئەنجاميئ سىگوشەى **Trigonometric Identities** هاوكيشەنە دروست دمىن، ھەر چەند بەيئىن گۆراوئىن تىدا بەيئە گوھۆرپىن.

ل بىرا تەبىت كو پۆتانى خالەكى لسەر لايى دوماھيا گۆشا θ ل بارى پىقانىھى رى ددەت بۆ ھەژمارتەنا رىژەيئىن سىگوشەى يئىن قى گۆشى، وھكى ل خوارى:

$$x \neq 0, \tan \theta = \frac{y}{x}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \sin \theta = \frac{y}{r}$$

كو (r) دوورىھ، ل ناقبەرا خالى و خالا بنەرەت درووتەختى پۆتانىدا.

1 **نمونه**
قى ھاوئەنجامى بسەلمىنە $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

شىكار

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{r} \div \frac{x}{r} = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

تو دكارى ھندەك ھاوئەنجامىن دى ب قى رى بسەلمىنى، يان بكارئىنانا سەلمىنراوا فىسا گۆرسى.

ھاوئەنجاميئ سىگوشەى يئىن بنەرەتى

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

2 **نمونه**
قى ھاوئەنجامى بسەلمىنە $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

شىكار

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 = \frac{y^2 + x^2}{r^2} = \frac{r^2}{r^2} = 1$$

ھەولبەدە قى ھاوئەنجامى بسەلمىنە: $\tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ تو دكارى ھاوئەنجاميئ سىگوشەى بكاربىنى بۆ سادەكرنا برپىن سىگوشەى و نقيسنا وان پى ئىك رىژا سىگوشەى.

3 **نمونه**
قى برى $\frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta}$ پى ئىك رىژا سىگوشەى بنقيسە.

شىكار

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{1 - \cos \theta} = 1 + \cos \theta$$

ھەولبەدە برى $\frac{\cos^2 \theta}{1 - \sin \theta}$ پى ئىك رىژا سىگوشەى بنقيسە.



4 **نمونہ**
 4 ہکے بزقرین بو وی پرسیارا ہاتیہ بهحسکرن ل وانا ئیکئی.
 قئی یهکسانبوونی بکارینه $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$ بو
 دیارکرنا گوشا خلزاندنی ل هر بارهکی.

ا گوشا خلزاندنا لاستیکی لسهر چیمهنتووی $\mu_s = 1.4$

ب گوشا خلزاندنا شووشهی لسهر کانزایهکی زهیتکری، $\mu_s = 0.25$

شیکار

ب $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$

$mg \sin \theta = 0.25 mg \cos \theta$

$\sin \theta = 0.25 \cos \theta$

$\tan \theta = 0.25$

$\theta \approx 14.4^\circ$

ا $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$

$mg \sin \theta = 1.4 mg \cos \theta$

$\sin \theta = 1.4 \cos \theta$

$\tan \theta = 1.4$

$\theta \approx 54.5^\circ$

راهینان

بهرده و امبون د بیر کاریندا

1 نه و په یوه نډیا چیه کو sin و cos و tan پیکفه گریډت؟

2 په یوه نډیا ل ناقبره هاوئنه جما $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ و سهلمینراوا فیساکورس چیه؟

راهینان ناراسته کری

3 قئی هاوئنه جما بسهلمینه $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$.

4 بری $\frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta}$ پی ئیک ریژا سیگوشه بنقیسه.

5 بنقیسه $\frac{1}{\tan^2 \theta}$ sin θ

6 **فیزیا:** گوشا خلزاندنا جورهکی لاستیکی لسهر چیمهنتووی بهژمیره، هککه $\mu_s = 1.2$.

جهینان

راھئیان و بجھئیان

ھەموو ھاوئەنجامان بىسەلمىنە، بكارئىنانا پىئاسىن رىژدەيىن سىگۆشەى.

$$\frac{1}{\sin^2 \theta} = 1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad \mathbf{8} \qquad \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \quad \mathbf{7}$$

ھەر برەكى سىگۆشەى ل خوارى پى رىژا سىگۆشەى بنقىسە.

$$\frac{\tan \theta}{\cos \theta} \quad \mathbf{12} \qquad \frac{\tan \theta}{\sin \theta} \quad \mathbf{11} \qquad \tan \theta \cos \theta \quad \mathbf{10} \qquad \frac{\sin \theta}{\tan \theta} \quad \mathbf{9}$$

ھەموو برىن سىگۆشەى ل خوارى پى θ بنقىسە.

$$\left(1 + \frac{1}{\sin^2 \theta}\right) (1 - \sin^2 \theta) \quad \mathbf{14} \qquad 2 \sin^2 \theta - 1 \quad \mathbf{13}$$

$$\frac{\tan \theta}{\sin \theta} \quad \mathbf{16} \qquad \left(1 - \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \left(1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \quad \mathbf{15}$$

ھەموو برىن سىگۆشەى ل خوارى پى θ بنقىسە.

$$\frac{1}{\tan^2 \theta} \quad \mathbf{18} \qquad \frac{\cos \theta}{\tan \theta} \quad \mathbf{17}$$

$$\tan^2 \theta \sin^2 \theta \quad \mathbf{20} \qquad \cos^2 \theta \tan^2 \theta + \frac{1}{\sin \theta} \quad \mathbf{19}$$

ھاوئەنجامىن سىگۆشەى بكارىنە بو دروستيا ھەر ئىك ژ قانين ل خوارى.

$$\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta - 1} = -\frac{1}{\sin \theta} \quad \mathbf{22} \qquad \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta - 1} = -\frac{1}{\cos} \quad \mathbf{21}$$

ھەر ئىكى $\tan \theta$ و $\sin \theta$ پى θ بنقىسە. $\mathbf{23}$

گریدان

بجھئیان



فيزيا ھەكە بزقپىن بو پرسيارا ليكخشاندى ل

وانا ئىكى، ھاوكيشا $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$

بكارىنە بو دياركرنا گۆشا خلزاندنى بو ھەر

تەنەكى (لەشەكى).

دەپەكى شەماكرى لسەر بەفرى: $\mu_s = 0.14$ $\mathbf{24}$

دەپەك لسەر دەپەكى: $\mu_s = 0.4$ $\mathbf{25}$

دەپەك لسەر قەرمىدى: $\mu_s = 0.6$ $\mathbf{26}$

دەپەك لسەر ئاقرمىشى: $\mu_s = 0.25$ $\mathbf{27}$

لېنېرېنەك بۆپاش



28 ھېلكارى پروونكرنا نەخشى $y = 2(x-3)^2 + 5$ بكيڭشە، پۈتانی سەرى برگەيى ھاوتا چيپە؟

29 ل ويىنى بەرامبەر گۇشا \widehat{BAC} نزمە گۇشەيە.

خالا A چاقى مروڤەكى راوہستيايپە لسەر

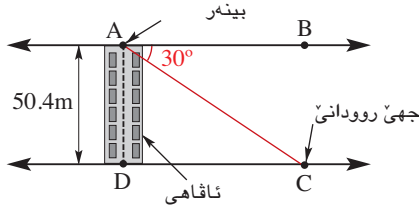
ئاقاھيەكى بەرى خو ددەتە روودانەكا ھاتن

و چوونى ل خالا C ، جھى روودانى چەند يى

دوورە ژ خالا D كو دكەفتە ژيريا ئاقاھيى.

بەرسقى نيزيكبە بۇ نيزيكترين بەش ژ

سەدى ژ مەترى.



لېنېرېنەك بۆپاش



30 ل جھى θ ، نەزانراوى (x) دانە ل ھاوکیڭشا $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta - 3 = 0$ ئەوى ھاوکیڭشا ب

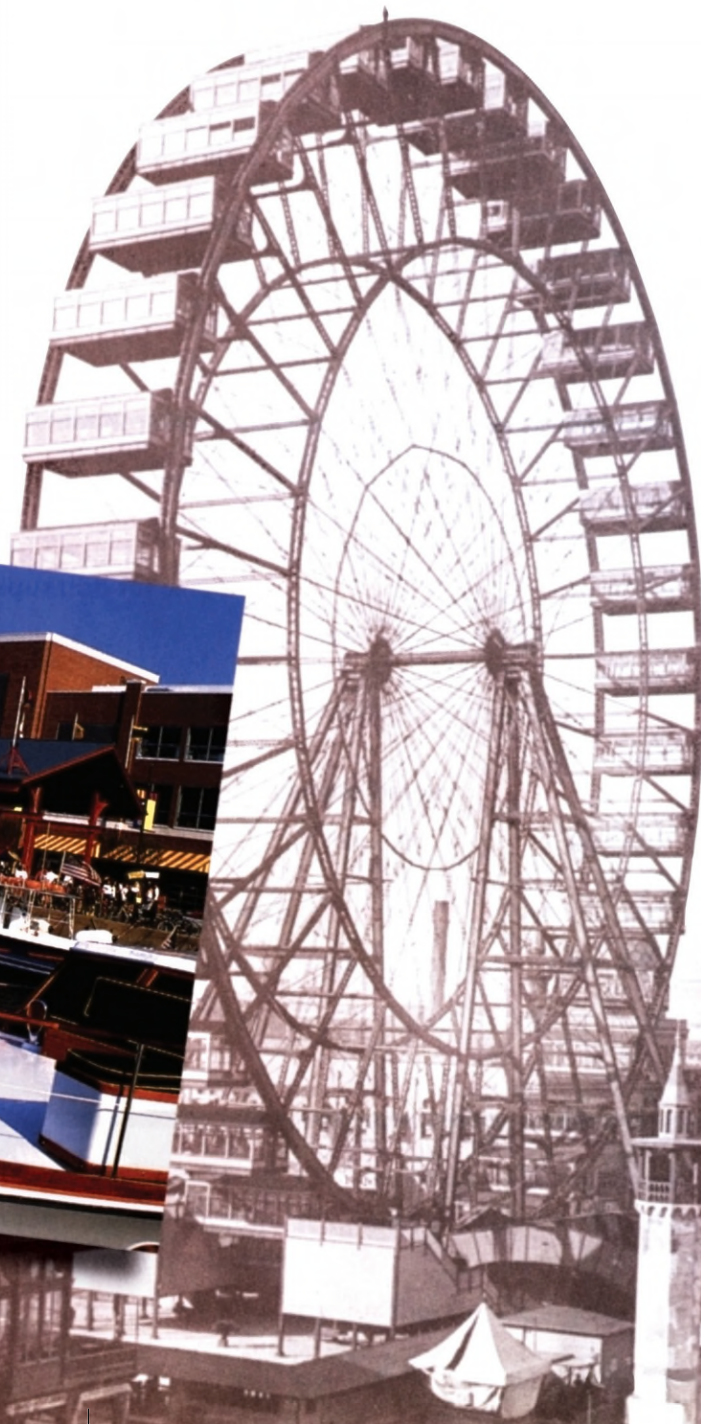
دەست تە دكەفیت شيكاربکە، پاشى باھايين گۇشا θ بەھژميرە كو ھاوکیڭشا سيگۇشەي

ساخبکەن.

چەرخى

شارى پاريا

ژ گرنگترين ياريين خوشيى ل باژيرى
ياريان، سواربوونا چەرخى مەزنە، و
بەرى خۇدانا ديمەنى باژيريە ژ بلنداھيىن
جياواز ب زقراندا ئەوى جرخى. ئەو
مرۆقى بۇ جارا ئىكى سامپلەكى وەكى
چەرخى دروستكرى زەلامەكى ئەمريكى
بوو ب ناقى جورج فيريس، و ئەقە ب
هەلكەفتا پيشانگەھا نيقدە ولەتى بوول
باژيرى شيكاغول ئەمريكال ساللا 1893
زايىنى. تيرى جەرخەكى ل باژيرەكى
ياريان 40 مەترن، و تەوهرى وى ل
بلنداھيا 21 مەترانە، قى جەرخى 40
كورسيين تايبەت هەلگرتينە كو ھەر ئىك
ژ وان (6) مرۆقان ھەلدگريت. ئەو جەرخە
خۆلەكى تامدكەت د 440 چركاندا.



چالاکى 1



نمونەكى بۇ چەرەكى باژىرى يارىان دروستبەكە دروتەختى پۇتانىدا، كو تەورەى وى جەرەكى د خالا بنەرەتدا بيت. خشتەكى بۇ بهايىن دووریا ل ناقبەرا خالەكى لسەر لىقا چەرەكى و تەورەى ئىكى پىكېبىنە بۇ ھەر زفراندنەكا چەرەكى، بكارئىنانا گۆشېن زفراندنى: 0° ، 90° ، 180° ، 270° ، ...، 810° دروتەختى پۇتانىدا، ھەر جووتەكى رىكخستى ژ گۆشا زفراندنى و بلنداهيا خالى بنوینە، كو گۆشان لسەر تەورەى ئىكى بنوینە. ناقبەرا وان خالان بگەھىنە بۇ كېشانا وینەكى روونكرنى يى گونجاي.

چالاکى 2

خشتەبەكى دروستبەكە بۇ بهايىن بلنداهيا مرؤقەكى ل چەرەكى سوار بووى (وہسا دانہ كو ئەو مروقە لسەر لىقا چەرەكى روینشتىه) ژ رووى ئەردى، ب گوھورپىنا گۆشا زفراندنى. گۆشېن زفراندنى ل چالاکيا ئىكى بكاربىنە دروتەختى پۇتانىدا، ھەر جووتەكى رىكخستى ژ گۆشەكا زفراندنى و بلنداهيا مروقى سوار بووى ژ سەر رووى ئەردى دروتەختى پۇتانىدا بنوینە، كو گۆشان لسەر تەورەى ئىكى بنوینە، ناقبەرا وان خالان بگەھىنە بۇ كېشانا وینەكى روونكرنى يى گونجاي.

چالاکى 3

1 خشتى ل چالاکيا (2) ی پىكھاتى بكاربىنە كو ئەو چەرەخە خۆلەكى تمامدكە د 440 چركاندا، بۇ گوھورپىنا يەكېن تەورەين ئىكى ژ پلە بۇ دەمى ب چركان، دروتەختى پۇتانىدا ھەر جووتەكى رىكخستى ژ دەمى ب چركان و بلنداهيا مرؤقى سواربووى ل فى دەمى بنوینە، كو چركان لسەر تەورەى ئىكى بنوینە. ناقبەرا فان خالان بگەھىنە بۇ كېشانا وینەكى روونكرنى يى گونجاي.

2 لەزا ھیلەى بۇ وى مرؤقى سواربووى ب كیلومەتران د دەمژمېرەكېدا بەهژمېرە.

پیداچوونا بهشی

بازنهکه چهقی ویّ خالا بنه رته و نیقتیری ویّ r ، خالا P دکهفته سهر نیکو دووبرینا فیّ بازنی دگهل لایّ دوماهیا گۆشا θ ل بارى پیقانهی. پوتانی خالا P دیاریکه.

$$r = 1 ; \theta = 60 \quad \boxed{24}$$

$$r = 2 ; \theta = -30 \quad \boxed{25}$$

$$r = 5 ; \theta = 240 \quad \boxed{26}$$

$$r = 3 ; \theta = -240 \quad \boxed{27}$$

پلهیان بۆ رادیان یان رادیان بۆ پلهیان بگوهوره، بنیژیکرنا بهرسفی بۆ نیژیکترین دههیکى ژ پلیّ.

$$78^\circ \quad \boxed{28}$$

$$334.61^\circ \quad \boxed{29}$$

$$-230^\circ \quad \boxed{30}$$

$$\frac{\pi}{7} \text{ رادیان} \quad \boxed{31}$$

$$-\frac{15\pi}{16} \text{ رادیان} \quad \boxed{32}$$

$$8.87 \text{ رادیان} \quad \boxed{33}$$

دریژیا کفانی سنوردای ب چهقه گۆشهکی کو

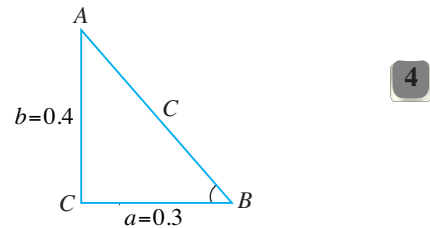
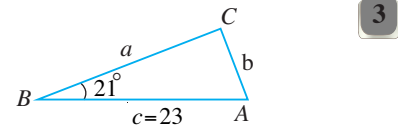
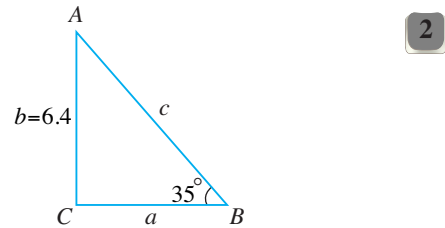
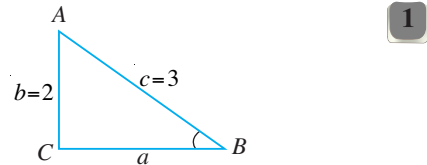
پیقانی ویّ 30° د بازنهکیڏا نیقتیری ویّ 4.5 مهتر بههژمیره.

ههر برهکی سیگۆشهی ل خوارى بیّ ئیک ریژا سیگۆشهی بنقیسه.

$$\tan^2 \theta \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \boxed{36} \quad \cos^2 \theta \tan^2 \theta \quad \boxed{35}$$

$$\frac{\tan^2 \theta}{\cos^2 \theta - 1} \quad \boxed{38} \quad \frac{\cos^2 \theta}{\tan^2 \theta + 1} \quad \boxed{37}$$

ههر سیگۆشهکا وهستاو شیکاریکه.



گۆشا راگر بۆ ههر گۆشهکی ژ فان دیاریکه.

$$-135^\circ \quad \boxed{7} \quad 150^\circ \quad \boxed{6} \quad 270^\circ \quad \boxed{5}$$

$$440^\circ \quad \boxed{10} \quad 380^\circ \quad \boxed{9} \quad -225^\circ \quad \boxed{8}$$

$$-515^\circ \quad \boxed{13} \quad 973^\circ \quad \boxed{12} \quad 1028^\circ \quad \boxed{11}$$

فان ریژهیین سیگۆشهی بههژمیره.

$$\sin 315^\circ \quad \boxed{15} \quad \cos 135^\circ \quad \boxed{14}$$

$$\cos 0^\circ \quad \boxed{17} \quad \tan 225^\circ \quad \boxed{16}$$

$$\cos (-180^\circ) \quad \boxed{19} \quad \sin (-270^\circ) \quad \boxed{18}$$

$$\cos 675^\circ \quad \boxed{21} \quad \tan (-90^\circ) \quad \boxed{20}$$

$$\tan 765^\circ \quad \boxed{23} \quad \sin 600^\circ \quad \boxed{22}$$



ئەزمۇنا بەشى

18 $r = 4 ; \theta = -150^\circ$

19 $r = 8 ; \theta = 300^\circ$

20 **چىيا:** لاريا چىيا $\frac{7}{12}$ ئانكو چىيا 7 مەتران بلندىت

بەرامبەر 12 مەترىن ئاسۆيى. بەرزە گۆشا قى چىيايى چەندە؟

پلە بگوھۆرە بۆ رادىيان، و بەرۆقارنى بەرسقان بدروستى بدە.

21 315° 22 -150° 23 495°

24 $\frac{\pi}{12}$ 25 $\frac{5\pi}{4}$ 26 $-\frac{5\pi}{3}$

27 **پىشەسازى:** تىرى پانكەكا ھەوايى 12cm. بلەزا

$33\frac{1}{3}$ خۇلان د خۆلەكەكىدا زىڧرت. لەزا ھىلەي بۆ خالەكى چەندە كو دكەقتە دووریا 4cm ژ تەوهرى پانكى؟

ھەموو بەھايىن دىشاندا بۆ گۆشا θ بەھژمىرە، ھەكە

28 $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 29 $\cos \theta = \frac{1}{2}$

30 $\tan \theta = 1$ 31 $\tan \theta = \sqrt{3}$

ھەر برەكى پى ئىك رىژا سىگۆشەيى بنقىسە.

32 $\frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\tan \theta} \times \cos \theta$

33 $\frac{1}{\cos^2 \theta} - \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$

34 $\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$

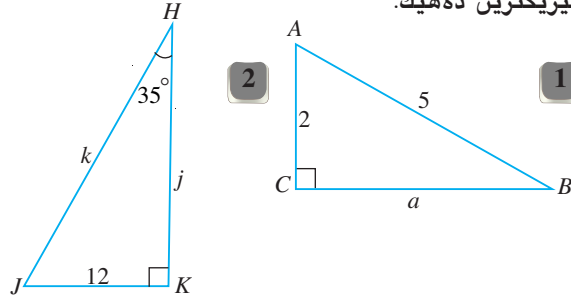
پۆتانى ھەر خالەكى بەھژمىرە، كو ل دۆر خالا بنەرەت بزڧرت و ب گۆشەكا پىدايى.

35 $(5.8) ; 30^\circ$ 36 $(-2.6) ; -60^\circ$

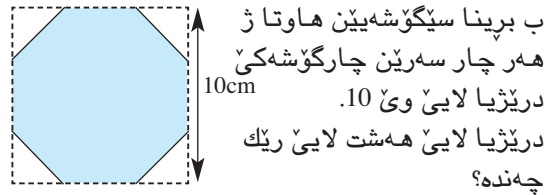
37 رىژيا مىلى خۆلەكان د دەمژمىرەكىدا 3cm.

دووریا سەرى وى د 5 خۆلەكاندا دېرت چەندە؟

ھەر سىگۆشەكى شىكارىكە. بلا پىقانا گۆشان يا نىزىككى بت بۆ نىزىككىرەن پلە، و پىقانا لايان بۆ نىزىككىرەن دەھىك.



3 ژىنو ھەشت لايەكى رىك دروستكر.



ب برىنا سىگۆشەيىن ھاوتا ژ ھەر چار سەرىن چارگۆشەكى رىژيا لايى وى 10. رىژيا لايى ھەشت لايى رىك چەندە؟

گۆشا راگر بۆ ھەر گۆشەكى ديارىكە.

4 137° 5 515° 6 38° 7 1729°

رىژا سىگۆشەيى يا داخوازكى بۆ گۆشا θ بەھژمىرە، ب زانىنا چارىكى لايى دوماھيا گۆشا θ دكەقتى ل بارى پىقانەي، و رىژا سىگۆشەيى يا پىدايى.

8 چارىكى چارى $\cos \theta = \frac{5}{13}$; $\sin \theta =$ _____

9 چارىكى دووى $\tan \theta = -\frac{1}{2}$; $\sin \theta =$ _____

ھەر رىژەكا سىگۆشەيى بەھژمىرە، بلا بەرسڧ بدروستى بيت.

10 $\sin 330^\circ$ 11 $\cos(-150^\circ)$ 12 $\sin 720^\circ$

13 $\tan(-765)$ 14 $\cos 300^\circ$ 15 $\tan 270^\circ$

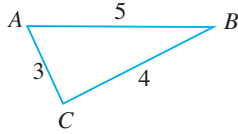
پۆتانى خالا ئىكو دووبرىنا بازنەكى كو چەقى وى خالا بنەرەت بيت و نىقتىرى وى r بيت دگەل لايى دوماھيا گۆشا ل بارى پىقانەي بەھژمىرە. بەرسڧا خو ب دروستى بدە.

16 $r = 5 ; \theta = 30^\circ$

17 $r = 12 ; \theta = 225^\circ$

ئەزموننا كەلۈكى

قى سىگوشى بكارىنە بۇ ھەژمارنا رىژەيىن سىگوشەي.



8 $\sin A$

9 $\cos A$

10 $\tan B$

11 $\sin B$

12 ياسايا ((دەستور)) بكارىنە بۇ شىكارنا ھاوكىشا دوو جاي $5x^2 + x - 2 = 0$.

13 قى لاسەنگەيا رىژەي شىكارىكە: $\frac{6}{x-2} > \frac{5}{x-3}$

14 لسەر شىوئى گشتى ھاوكىشا وئ راستە ھىلى بنقىسە كو د خالا $(-3, 4)$ پ دبووريت و ستوونە لسەر راستە ھىلى $y = 3x - 5$.

15 برئ $\frac{x}{x+4} \div \frac{6x^2}{3x+12}$ سادەبەكە.

16 بواری نهخشا $f(x) = \sqrt{2-3x}$ دیاریکە؟

17 قى برئ شیتەلبەكە $3y(5x+2) - 4(5x+2)$.

18 بەھایی $\sin \frac{\pi}{2}$ چەندە؟

19 گۆشا راگربو گۆشا 640° چەندە؟

20 ئەگەن: ب چەند رىيان دكارن سەرۆك و جىگرئ

سەرۆكى ھەلبىزىرن ژ دەستەيەكا پىكھاتی ژ 15 ئەندامان.

21 ژمارا دوماھىي ل شىوازي 50, 46, 24, ... چەندە؟

22 رادىيان بۇ پلە بگوھۆرە. $\frac{3\pi}{5}$

23 ئەو گۆشە كىز وانە كو $\cos \theta = \sin 30^\circ$

24 ئەگەن: باوهرى بەركى زاركى ھەلدا، ئەگەر

دەستكەفتنا ژمارەكا جووت يان ژمارە 1 چەندە؟

1 بواری نهخشا $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ پىكھاتیە ژ ھەموو ژمارىن راستى ژبلى.

ا 1 ب -1 ج $-\frac{3}{2}$ د $\frac{3}{2}$

2 كىز رادەدارىن ل خواری يەكسانە ب رادەدارئ.

$$(2x^3 - x^4) + (3x^2 - 5) - (x^2 - x^4 + 1)$$

ا $-2x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 6$

ب $2x^3 + 2x^2$

ج $2x^3 + 2x^2 - 4$

د $2x^3 + 2x^2 + 4$

3 بوئ ئىكى سەرى برگئ ھاوتا $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ كىز كە؟

ا -1 ب 1 ج 2 د $-\frac{1}{2}$

4 كىز جوړىن ژماران چىنابىت لسەر شىوئ رىژەيا دوو ژمارىن تەواو بەھتە نقيسين.

ا خۇبەش ب تەواو

ج رىژەي د نارپژەي

5 شىكارا $|2x+5|=11$ دىبىتە.

ا -3; 3 ب -8; 8

ج -8; 3 د -3; 8

6 دوو گۆراوین x و y ب پەيوەندىەكا راستەوانە دگەل

ئىك دەينە گرىدان. نەگۆرئ گۆراوئ دقئ

پەيوەندىيدا كىز وانە ھەكە بزانی $y = 8$ دەمئ $x = 4$

ا $\frac{1}{2}$ ب 2 ج 32 د -2

7 بەھایی برئ $3(\sqrt{45})^2$ چەندە؟